

**Маргарита Гиновска, Христина Спасевска
Невенка Андоновска**

Ф И З И К А

прва година средно стручно образование

Автори:

Маргарита Гиновска
Христина Спасевска
Невенка Андоновска

Рецензенти:

д-р Благоја Вељаноски
Зекирја Зекири
Михаил Треновски

Илустратор:

Игор Панчевски
Невенка Андоновска

Лектор:

Георги Георгиевски

Издавач:

Министерство за образование и наука на Република Македонија

Печати:

Графички центар довел, Скопје

Тираж:

9.600

Со решение на Министерот за образование и наука на Република Македонија бр. 22-4476/1 од 09.08.2010 година се одобрува употребата на овој учебник

CIP - Каталогизација во публикација

Национална и универзитетска библиотека “Св.Климент Охридски” , Скопје

53(075.3)

ГИНОВСКА, Маргарита

Физика : прва година средно стручно образование / Маргарита Гиновска, Христина Спасевска, Невенка Андоновска. - Скопје : Министерство за образование и наука на Република Македонија, 2010. - 283 стр. : илустр. ; 30 см

ISBN 978-608-226-259-8

1. Спасевска, Христина [автор] 2. Андоновска, Невенка [автор]

COBISS.MK-ID 84270602

ПРЕДГОВОР

Овој учебник е напишан според наставниот план и програма по *физика* за I година за средното стручно образование, што ги опфаќа следните струки: здравствената, земјоделско-ветеринарната, личните услуги, хемиско-технолошката, шумарско-дрвопреработувачката, градежно-геодетската, графичката, електро-техничката, машинската, сообраќајната и текстилно-кожарската струка.

Со оглед на тоа дека учебникот ги интегрира наставните програми по *физика* за I година од сите струки, тој ги нуди сите теми од физика за I година за средно стручно образование. Преку понудените теми учебникот дава можност да се изберат соодветните содржини кои се определени за конкретна струка, а знаењата што треба да ги стекнат учениците да бидат во функција на струката. Поради тоа во учебникот се обработени голем број дисциплини во физиката, групирани во 14 тематски целини: 1) *Вовед во физиката*, 2) *Кинематика*, 3) *Динамика*, 4) *Работата и енергија*, 5) *Врливо движење на тврдо тело*, 6) *Статика*, 7) *Механика на флуиди*, 8) *Молекуларна физика*, 9) *Термодинамика*, 10) *Механички осцилации и бранови*, 11) *Електрицитет и магнетизам*, 12) *Оптика*, 13) *Атомска физика* и 14) *Нуклерна физика*.

Овој учебник има две основни цели: да му овозможи на ученикот едноставна и логична претстава за основните принципи во физиката и преку интересни примери од реалниот живот да го зајакне разбирањето на ученикот за нив.

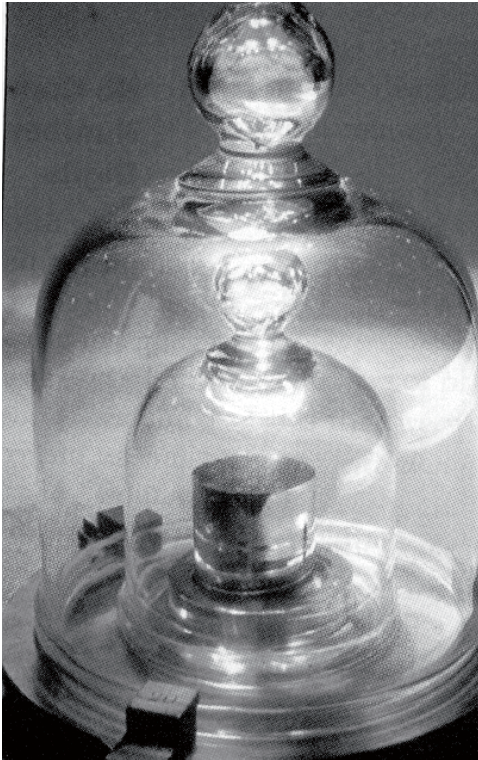
За да се постигнат овие цели, тематските целини содржат определен број примери со кои се дообјаснува градивото и по секоја содржина се дадени прашања и задачи за самостојна работа. Задачите имаат одговор, а примерите се решени со цел ученикот да се упати во принципот на решавање на поставените проблеми. Направени се напори нивото на избраните задачи и примери да биде соодветно со учениците од предвидените струки. Тоа овозможува, од една страна, учениците без тешкотии да ја совладаат материјата, а од друга страна, да се нагласи улогата на физиката во другите дисциплини, како што се инженерството, хемијата и медицината. Исто така во секоја содржина физичките поими и законitosti се напишани со ракописни букви, а пред најважните заклучоци стои зборот *запомни!* За полесно совладување на градивото, на крајот од секоја тема има кратко *резиме* на најбитните физички законitosti. Дополнително со насловот: *Да научиме повеќе*, е предложена страница на интернет на која ученикот може да најде занимливости и компјутерски симулации на физичките закони.

Учебникот е напишан во тесна соработка на три автори универзитетски професори, од кои д-р Христина Спасевска е автор на Вовед во физиката, Динамика, Работа и енергија, Механика на флуиди и Молекуларна физика; д-р Маргарита Гиновска е автор на Кинематика, Вртливо движење на тврдо тело, Статика и Термодинамика; д-р Невенка Андоновска е автор на Механички осцилации и бранови, Електростатка и права струја, Оптика, Атомска и Нуклеарна физика.

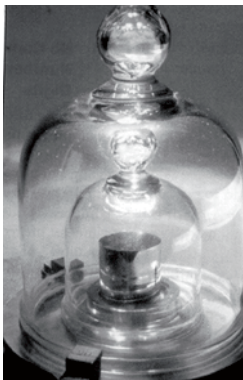
При подготовката на учебникот е користена најсовремена литература од македонски и странски автори, како и голем број на интернет страници. Исто така, направени се напори материјата да биде дадена на пристапен и современ начин со користење на математички апарат приспособен на нивото на знаење на учениците од I година. Колку овие напори се успешни ќе покаже примената на учебникот.

Скопје, 2010 година

Од авторите



1. ВОВЕД ВО ФИЗИКАТА



1.1. Физиката како природна наука	7
1.2. Физички величини и единици.....	8
1.3. Мерење и грешки при мерењето.....	10
Резиме	12

1.1. ФИЗИКАТА КАКО ПРИРОДНА НАУКА

Физиката е природна наука. Нејзино-то име потекнува од грчкиот збор *физис* што значи природа. До средината на XVI век физиката обединувала повеќе науки. Како посебна наука почнува да се развива во времето на италијанскиот физичар и астроном Галилео Галилеј (Galileo Galilei, 1564–1642), кој прв почнал да користи научни методи во физичките истражувања. Тој и Исак Њутн (Isaac Newton, 1643–1727) се сметаат за основачи на *класичната механика*. Развојот на *класичната електро-динамика* е поврзан со името на Џејмс Максвел (James Maxwell, 1831–1879) и трае сè до крајот на XIX век. Втората половина на XIX век и почетокот на XX век е период на многу интензивен развој на физиката, а како последица на тоа се развиваат и сите други науки, што овозможува развој на техниката.

Во почетокот на XX век почнува да се развива *модерната физика*, т.е. *физиката на микрочестотици* (атоми, молекули, јони), или таканаречената *квантна механика*. Поради брзиот развој и поврзаноста на физиката со другите науки, во XX век се издвојуваат нови научни дисциплини: *биофизиката*, *физичката хемија*, *геофизиката*, *астрофизиката* и други.

Развојот на физиката на полупроводниците во втората половина на XX век овозможи значителен развој на електрониката, а со тоа и на *информатиката*, *кибернетиката*. Исто така не треба да се заборава откривањето на фисијата,

што претставува еден од основните енергетски извори и ја намалува енергетската криза во светот.

Историски, до поделба на физиката на одделни дисциплини доаѓа паралелно со откривањето на природните појави. Уште во XIX век како посебни дисциплини се издвојуваат *механиката на цврстите тела*, *течностите* и *гасовите* *тела*, *акустиката*, *термодинамиката*, *електрицитетот*, *магнетизмот* и *оптиката*. Во почетокот на XX век новите откритија ја условуваат и појавата на други нови дисциплини како што се *квантната*, *атомската* и *нуклеарната физика* и *физиката на тврдо тело*.

Секое откритие во физиката придонесува за усовршување и развој на техниката. Секој нов технички пронајдок овозможува негова примена во физиката и нови физички откритија. Исто така, од особено значење за развојот на физиката е нераскинливата врска меѓу неа и математиката. Мерењата, решавањето на задачи, графичкото претставување на појавите и процесите не се можни без примена на математиката. Затоа се вели дека *математиката е јазик на физиката*.

Запомни! *Задачата на физиката е да ги изучува природните појави и да одговори на прашањата каде, кога и како тие појави настапуваат.*

Физиката ни објаснува дека светот околу нас е материјален, изграден од материја и дека основа на секоја појава е

движењето. Материјата претставува објективна реалност, постои независно од човекот кој ја перципира со своите сетили и ја изучува. Таа постои во најразлични облици, од елементарните честици, па до макротелата. Секој предмет што се среќава во природата се вика *физичко тело*.

Материјата од која се состојат физичките тела или материјата што е содржана во нивните честици (молекулите и атомите) се вика *супстанција*. Сите тела се изградени од некоја супстанција: вода, железо, јаглерод, бакар, калциум и друго.

Но супстанцијата се јавува и во енергетски облик познат како *физичко поле*, кое може да биде гравитационо, нуклеарно, светлинско и во кое се одигруваат процеси кои се манифестираат со дејство на сила. Значи, можеме да кажеме дека *заемното дејство меѓу телата во природата се одвива преку физичко поле*. На пример, заемното дејство меѓу Земјата и Месечината се одвива преку гравитационо поле; заемното дејство меѓу атомското јадро и електроните преку електростатско поле и слично.

Важно е да се знае дека *материјата и движењето се неразделни едно од друго*. Материјата е постојано во движење, т.е. нема движење без материја и материја без движење. Промените на материјалниот свет кои се последица од движењето на материјата се викаат *природни појави*.

Нив во природата ги има многу благодарение на многуте облици на движењето на материјата.

Во зависност од видот на движењето, физиката се дели на механика, топлина, оптика, електрицитет и магнетизам, атомска и нуклеарна физика, поради што денес не се зборува за физиката како наука, туку за *физичките науки*.

Со своите откритија физиката овозможува развој на многу области од пошироко практично значење. Основните достигнувања во физиката го забрзале и напредокот на техниката. Но и техниката ѝ возвраќа на физиката со совршени машини и апарати да навлегува во тајните на микросветот и вселената.

Затоа стручњаци од различни профили треба да ја изучуваат физиката до тој степен да можат да ги применуваат нејзините достигнувања во производство, стопанските дејности, новите технологии, заштитата на животната средина, науката и друго.

Прашања и задачи

1. Што е задачата на физиката?
2. Што е супстанција, а што физичко поле?
3. На што се должат природните појави?
4. Зошто треба да се изучува физиката?

1.2. ФИЗИЧКИ ВЕЛИЧИНИ И ЕДИНИЦИ

Претходно кажавме дека *физиката ги проучува и објаснува природните појави*. Притоа се вршат набљудувања, по-

ставување хипотези, експерименти и мерења, од што се изведуваат заклучоци и се поставуваат физичките закони.

Секоја појава во природата што може да се регистрира може да се претстави со физичка величина.

Запомни! Физичкиите величини ги карактеризираат физичките појави или определени својства на материјалта. Врската меѓу физичките величини кои карактеризираат една физичка појава го дава физичкиот закон за таа појава.

Физичкиот закон може да се запише (претстави) математички, со што се добива равенката за тој закон, а со тоа и квантитативната зависност меѓу физичките величини.

Секоја физичка величина може да се измери. Да се измери една физичка величина значи таа да се спореди со нејзината еднородна величина која претходно е земена за мерна единица. Измерената физичка величина X се изразува со производот од нумеричката вредност n и нејзината единица на мера x . Односно, ако тоа го прикажеме со равенка, добиваме:

$$X = n x \quad (1.1)$$

Тоа значи дека секоја физичка величина ќе биде дефинирана ако покрај вредноста изразена со бројки стои и единичната вредност. На пример: должина од 0,4 m, време од 10,2 s, маса од 355 kg, струја од 2 A и друго.

Тргувајќи од потребата за усогласување на мерните единици во светот, на XI Генерална конференција за мери и тегови, оджана во 1960 година во Париз, е усвоен Меѓународен систем на (мерни) единици (*Système International d'Unités*), кој скратено се означува како SI-систем. Со

него се дефинирани седум основни (табела 1) и две дополнителни мерни единици. Сите други мерни единици се изведени од основните и од дополнителните единици. Тие се нарекуваат изведени единици.

Табела 1

Основни единици
во Меѓународниот систем на единици (SI)

Физичка величина	Мерна единица	Ознака
Должина	метар	m
Маса	килограм	kg
Време	секунда	s
Јачина на електрична струја	ампер	A
Термодинамичка температура	келвин	K
Светлосна јачина	кандела	cd
Количество на супстанција	мол	mol

Дополнителни единици се радијан (ознака rad) за рамнински агол и стерадијан (ознака sr) за просторен агол.

Кога се решаваат задачи, сите мерни единици треба да се во SI-системот. Многу често од практични причини, за да се олеснат пресметките при решавањето проблеми, потребно е вредноста на физичката величина да се изрази во помала или поголема мерна единица. За скратено запишување на помалите и поголемите мерни единици се користат префиксите дадени во табелата 2.

Табела 2*Префикси на мерните единици*

Префикс	Ознака	Вредност
екса	E	10^{18}
пета	P	10^{15}
тера	T	10^{12}
гига	G	10^9
мега	M	10^6
кило	k	10^3
хекто	h	10^2
дека	da	10^1
деци	d	10^{-1}
центи	c	10^{-2}
мили	m	10^{-3}
микро	μ	10^{-6}
нано	n	10^{-9}
пико	p	10^{-12}
фемто	f	10^{-15}
ато	a	10^{-18}

Пример 1. Една метална платформа има маса 1,2 Gkg. Колку изнесува масата на платформата во килограми?

Решение. Од табелата 2 можеме да видиме дека префиксот G означува вред-

ност 10^9 . Според тоа масата на платформата изнесува $1,2 \cdot 10^9$ kg.

Пример 2. Автомобил се движи со брзина 72 km/h. Колку изнесува брзината на автомобилот изразена во m/s.

Решение. За да ја изразиме брзината на автомобилот преку единиците на основните физички величини за пат и време, потребно е километрите да се изразат во метри, а часот во секунди. Тоа можеме да го напишеме со равенката:

$$v = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 72 \frac{10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 20 \text{ m/s}.$$

☒ Прашања и задачи

1. Што карактеризираат физичките величини?
2. Кој систем на мери е општоприфатен во светот?
3. Колку основни физички величини има во SI- системот и кои се тие?
4. Честица од полен со радиус 2 mm се движи во воздухот. Колку изнесува дијаметарот на оваа честица изразен во метри? [Одговор: $4 \cdot 10^{-3}$ m.]

1.3. МЕРЕЊЕ И ГРЕШКИ ПРИ МЕРЕЊЕТО

Кога физичките појави во природата се регистрираат или пак кога се експериментира за да се покажат или докажат физичките закони, се прават мерења на физичките величини. Веќе кажавме дека за да се измери една физичка величина значи со неа да се спореди однородна физич-

ка величина која претходно е земена за мерна единица.

Под *грешка при мерењето* се подразбира разликата помеѓу измерената и вистинската вредност на физичката величина. Мерењето ќе биде толку поточно колку што грешката е помала и обратно.

Ниту едно мерење не може да биде извршено апсолутно точно. Направените грешки при мерењето можат да бидат *систематски* и *случајни*.

Систематскиите грешки се од објективен карактер и експериментаторот не може да ги избегне. Тие се јавуваат поради несовершеноста на мерните инструменти, како и од методите на мерење, и ја менуваат вредноста на физичката величина од вистинската вредност само во една насока, т.е. или само ја зголемуваат или само ја намалуваат. *Затоа систематските* грешки *само се проценуваат и не ги земаме предвид при изразување на вредноста на физичката величина.*

Случајните грешки се повеќе од субјективен карактер и се јавуваат по вина на експериментаторот поради несовершенството на сетилните органи (вид, слух), како и поради неискуство во експерименталната работа. Исто така, случајни грешки можат да се јават и поради надворешните влијанија (на пример промена на надворешната температура, на притисокот и друго врз инструментите во процесот на мерењето). Отстапувањата што се јавуваат при мерењето на една иста физичка величина исто така можат да бидат позитивни или негативни, т.е. измерените вредности да се поголеми или помали од вистинската. Различните вредности на мерената величина се наоѓаат во еден определен интервал, натрупувајќи се околу вистинската вредност. Овие грешки можат да бидат сведени на минимум, но не можат да бидат сосема избегнати. Затоа се поставува прашањето како да се најде *најверојатната вредност* на измерената величина и колкава е големината на направената грешка.

Случајните грешки можат да се пресметуваат, бидејќи тие им се покоруваат

на законите на математичката статистика и веројатност, т.е. веројатноста при мерењето да се добијат поголеми или помали вредности од вистинската е иста. Според тоа, како најверојатна вредност на мерената величина X се јавува *средната аритметичка вредност* X_{sr} од резултатите добиени при мерењето:

$$X_{sr} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n}. \quad (1.2)$$

Разликата помеѓу средната аритметичка вредност X_{sr} и секое одделно мерење, на пример X_n , земена со позитивен предзнак, се нарекува *апсолутна грешка* ΔX_n . За секое одделно мерење таа може да се претстави со равенката:

$$\Delta X_n = X_{sr} - X_n. \quad (1.3)$$

Средната вредност на апсолутната грешка се добива кога збирот на апсолутните грешки на поединечните мерења ΔX се подели со бројот на мерењата n , т.е.

$$\Delta X_{sr} = \frac{\Delta X_1 + \Delta X_2 + \Delta X_3 + \dots + \Delta X_n}{n}. \quad (1.4)$$

Вистинската вредност X на мерената физичка величина се изразува преку нејзината средна вредност X_{sr} и средната вредност на апсолутната грешка ΔX_{sr} на следниот начин:

$$X = X_{sr} \pm \Delta X_{sr}. \quad (1.5)$$

Односот меѓу средната апсолутна грешка ΔX_{sr} и средната вредност на мерената физичка величина X_{sr} дава *релативна грешка* ε , која се изразува во проценти:

$$\varepsilon = \frac{\Delta X_{sr}}{X_{sr}} \cdot 100\%. \quad (1.6)$$

✓ Прашања и задачи

1. Зошто се јавуваат грешки при мерењата?
2. Какви можат да бидат грешките?
3. Како се дефинира апсолутната грешка, а како релативната грешка?
4. Како се претставува вистинската вредност од една измерена физичка величина?

РЕЗИМЕ

Задача на физиката е да ѝ изучува природните појави и да одговори на прашањата каде, кога и како ѝне настануваат.

Физиката ни објаснува дека светот околу нас е материјален, изграден од материја и дека основа на секоја појава е движењето. Материјата претставува објективна реалност; постои независно од човекот кој ја перципира со своите сетили и ја изучува.

Материјата од која се состојат физичките тела или материјата што е содржана во нивните честици (молекулите и атомите) се вика *суштјанција*.

Материјата се јавува и во енергетски облик познат како *физичко поле*.

Промените на материјалниот свет кои се последица од движењето на материјата се викаат *природни појави*.

Физичките величини ѝ карактеризираат физичките појави или определени својства на материјата.

Измерената физичка величина X се изразува со производот од нумеричката вредност n и нејзината мерна единица x . Ако тоа го прикажеме со равенка, добиваме:

$$X = n x .$$

Во SI-системот има седум основни и две дополнителни мерни единици. Сите

други мерни единици се изведени од основните и од дополнителните единици.

Под грешка при мерењето се подразбира разликата помеѓу измерената и вистинската вредност на физичката величина. Направените грешки при мерењето можат да бидат систематски и случајни.

Најверојатна вредност на мерената величина X е *средната аритметичка вредност* X_{sr} од резултатите добиени при мерењето:

$$X_{sr} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n} .$$

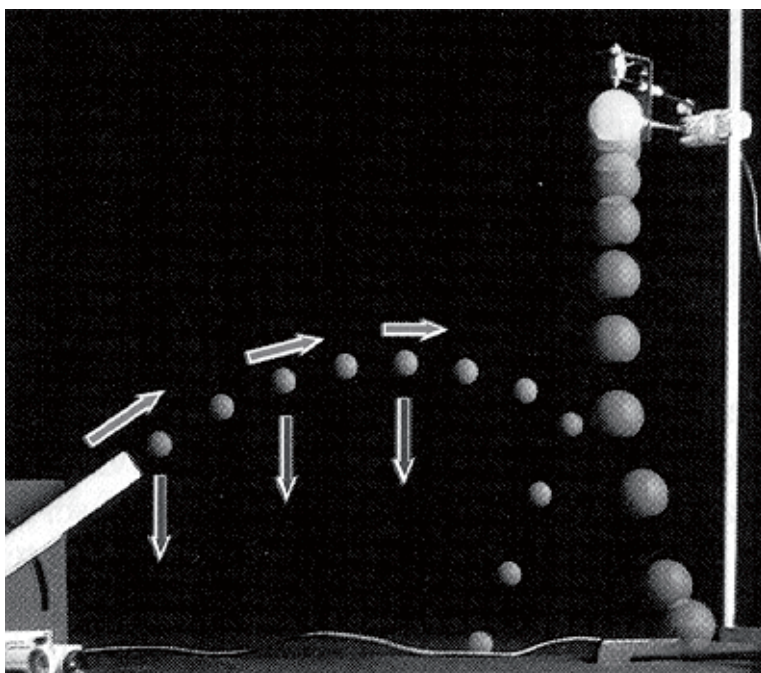
Вистинската вредност X на мерената физичка величина се изразува преку нејзината средна вредност X_{sr} и средната вредност на апсолутната грешка ΔX_{sr} на следниот начин:

$$X = X_{sr} \pm \Delta X_{sr}$$

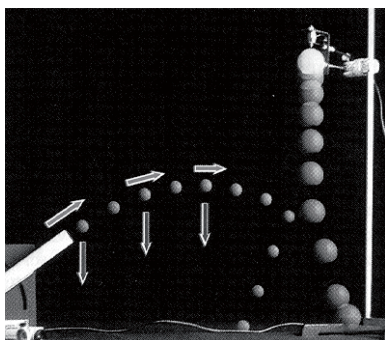
Односот меѓу средната апсолутна грешка ΔX_{cp} и средната вредност на мерената физичка величина X_{sr} ја дава *релативната грешка* ε :

$$\varepsilon = \frac{\Delta X_{sr}}{X_{sr}} \cdot 100\% .$$

Да научиме повеќе: <http://www.hazelwood.k12.mo.us/~grichert/sciweb/measure.htm>



2. КИНЕМАТИКА



2.1. Векторски величини и основни операции со нив.....	15
2.2. Механичко движење	19
2.3. Рамномерно праволиниско движење.....	22
2.4. Рамномерно забрзано движење	25
2.5. Истрели.....	30
2.6. Криволиниско движење	36
Резиме	40

2.1. ВЕКТОРСКИ ВЕЛИЧИНИ И ОСНОВНИ ОПЕРАЦИИ СО НИВ

Повеќето физички величини во механиката можат да се претстават математички со помош на скалари и вектори. Скалар претставува величина што се карактеризира само со нумеричка вредност. *Скаларот може да биде позитивен или негативен број. Векторот претставува величина што е определена со нумеричка вредност, правец и насока.*

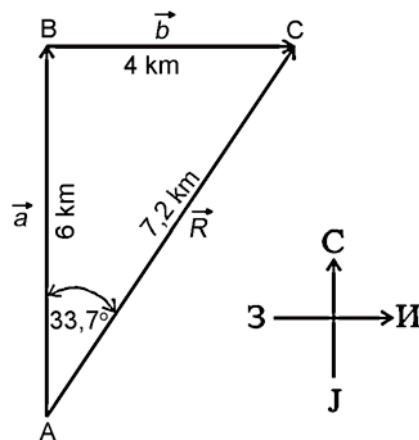
На сите нас добро ни се познати математичките операции за собирање, одземање, множење и делење. Овие операции се користат при комбинирање на две или повеќе скаларни величини како што се: *маса, време или волумен.*

Собирањето на векторските величини бара посебен начин на работа, бидејќи при собирањето треба да се земаат предвид нивните големини и насоки. Векторските величини кои вообичаено се користат во механиката се: *поместување, сила, брзина, забрзување, моменти на сила, вртлив моменти, вектор на аголна брзина и аголен моменти.*

Основни операции со вектори

Собирање на вектори. Постапката како се собираат вектори е прикажана преку примерот на брод кој се движи по езеро. Да претпоставиме дека бродот поаѓа од точката А, како што е нацртано на сл. 2.1, плови кон север и изминува растојание од 6 km до точката В, каде го менува курсот и плови кон исток на растојание од 4 km до точката С. Иако бродот изминал вкупно растојание од $6 + 4 = 10$ km, очи-

гледно е дека растојанието од крајната до почетната положба не се добива со оваа аритметичка сума.



Сл. 2.1. Дијаграм на собирање на вектори

За да се најде вистинското поместување на бродот во однос на почетната точка, треба да се нацрта дијаграмот прикажан на сликата 2.1 со користење на одреден размер. Со молив и линијар (центиметарска скала) се црта вертикалната линија АВ долга 6 cm која го означува поместувањето кон север за 6 km. Потоа од точката В надесно се црта линијата ВС долга 4 cm за да го прикаже поместувањето кон исток за 4 km. Со поврзување на точките А и С се формира правоаголен триаголник. Накрај се мери хипотенузата R на тој триаголник, т.е. растојанието од точката А до точката С, кое изнесува 7,2 cm, што го претставува резултантното поместување од 7,2 km.

Ова може да се запише математички во векторски облик:

$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}. \quad (2.1)$$

Со помош на агломер се мери аголот кај темето А кој изнесува $33,7^\circ$. Значи, насоката на резултантниот вектор $\vec{R}$ е $33,7^\circ$ во однос на векторот $\vec{a}$.

Вообичаено е во векторските дијаграми сите вектори да се претстават со стрелки, при што секоја стрелка е нацртана во дадена насока и со одредена должина. Со малку пракса во цртањето ќе се види дека, без оглед на тоа каков размер се користи за да се направи дијаграмот, резултантата мора да биде со иста големина и правец. Исто така, колку повнимателно е нацртан дијаграмот, толку поточен ќе биде измерениот резултантен вектор.

За да се пресмета големината на резултантата $\vec{R}$ на сл. 2.1, се користи Питагорината теорема од геометријата, според која за секој правоаголен триаголник квадратот над хипотенузата е еднаков на сумата од квадратите над другите две страни:

$$R^2 = a^2 + b^2. \quad (2.2)$$

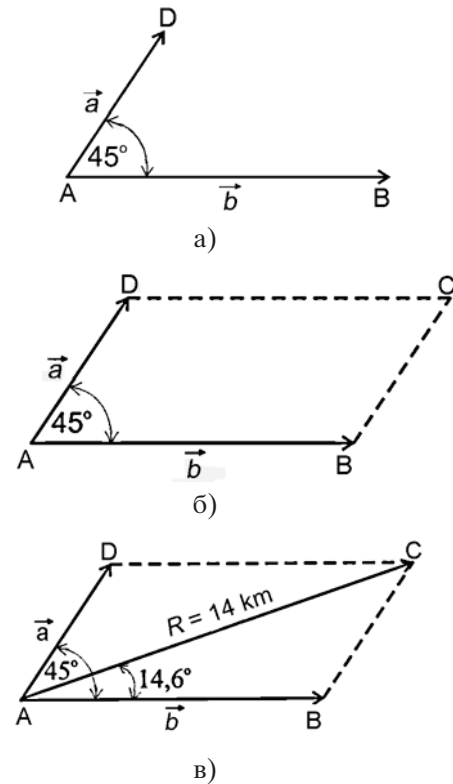
Со замена на вредностите за a и b се добива:

$$R^2 = 6^2 + 4^2 = 52 \quad (2.3)$$

Големината на резултантата изнесува $R = 7,21$ km.

Собирање на вектори според методот на паралелограм. Постојат два општоприфатени метода на векторско собирање: методот на триаголник, кој беше опишан погоре и прикажан на сл. 2.1, и методот на паралелограм, кој е опишан подолу. За да го објасниме овој метод, ќе

разгледаме два вектора со големини $b = 10$ km и $a = 5$ km, кои меѓу себе зафаќаат агол од 45° .



Сл. 2.2. Дијаграм за собирање вектори според методот на паралелограм

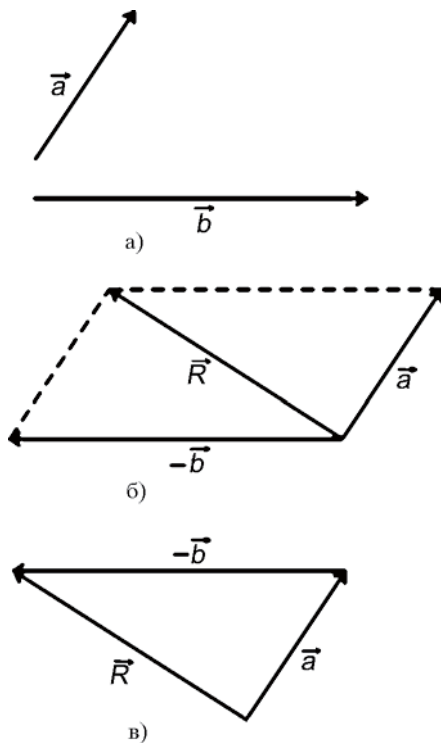
Како што е прикажано на сл. 2.2а, прво се цртаат векторите од ист почеток А. Потоа од точката D се црта испрекинатата линија паралелна со векторот $\vec{b}$, а од точката В испрекинатата линија паралелна со векторот $\vec{a}$, како на дијаграмот на сл. 2.2б. Во пресекот на овие две испрекинати линии, во точката С, се извлекува дијагоналата АС и се означува со стрелка како резултантата $\vec{R}$ (сл. 2.2в), што во овој случај има вредност 14 km.

И двата метода, собирање вектори според методот на триаголник и според методот на паралелограм, без оглед на размерот водат до ист нумерички резултат.

Одземање на вектори. Разликата меѓу два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ може да се прикаже како:

$$\vec{R} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b}). \quad (2.4)$$

Ова векторско сумирање графички е прикажано на сл. 2.3. Значи, одземањето на два вектора се дефинира како специјален случај на собирање на вектори, така што правилата за векторско собирање можат да се применат и при векторско одземање.



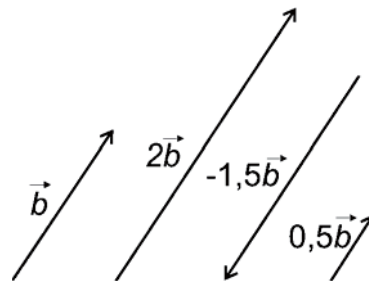
Сл. 2.3. Одземање на вектори

Графички одземањето на вектори се изведува така што почетокот на векторот $(-\vec{b})$ се поставува во почетокот на векторот $\vec{a}$, а потоа се собираат со примена на методот на паралелограм (сл. 2.2б).

Друг метод за одземање на два вектора е поставување на векторот $(-\vec{b})$ со почеток на крајот од векторот $\vec{a}$, а потоа едноставно се изведува операцијата на собирање по правилото на триаголник (сл. 2.2в). Правецот на резултантниот вектор секогаш ќе биде во правец на поголемиот вектор.

Множење на вектор со скалар. Производот на вектор $\vec{b}$ и скалар x се дефинира како вектор кој има големина $|x\vec{b}|$.

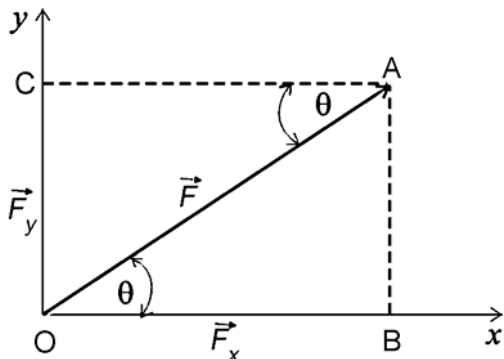
Правецот на производот $x\vec{b}$ е ист со правецот на векторот $\vec{b}$ доколку скаларот x е позитивен. Правецот на $x\vec{b}$ е спротивен со правецот на векторот $\vec{b}$ доколку скаларот x има негативна вредност. Графички приказ на множење на вектор со скалар е даден на сликата 2.4.



Сл. 2.4. Множење на вектор со скалар

Разложување на вектор на компоненти. Секој вектор може да се претстави преку неговите проекции во однос на даден правец со примена на методот на разложување на компоненти. За да се примени овој метод во конкретен случај,

неопходно е да биде познат аголот што го зафаќа векторот во однос на даден правец. Како илустрација се разгледува вектор на една позната сила $\vec{F}$, кој зафаќа агол θ со оската x (сл. 2.5).



Сл. 2.5. Разложување на вектор на компоненти

Од точката А се цртаат линии нормални на оските x и y , при што се добиваат компонентите на силата $\vec{F}_x$ и $\vec{F}_y$, бидејќи со нивно векторско собирање се добива силата $\vec{F}$ како резултанта. Триаголниците OAB и OAC , со страни F_x и F_y нормални една на друга се еквивалентни правоаголници, т.е. $F_y = \overline{AB}$ и $F_x = \overline{AC}$. Од тригонометрија следуваат равенките:

$$\frac{F_x}{F} = \cos \theta, \quad (2.5)$$

$$\frac{F_y}{F} = \sin \theta, \quad (2.6)$$

$$\frac{F_y}{F_x} = \operatorname{tg} \theta. \quad (2.7)$$

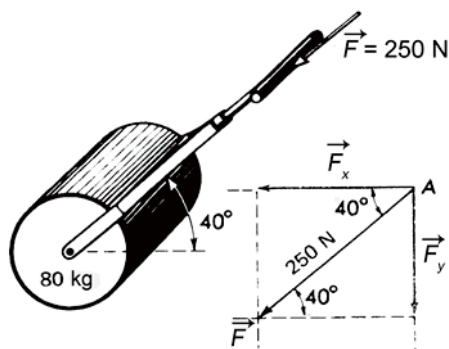
Обично се познати големините на силата F и аголот θ , па затоа од првите две равенки најчесто се определуваат компо-

нентите на силата, кои можат да се напишат и со равенките:

$$F_x = F \cos \theta, \quad (2.8)$$

$$F_y = F \sin \theta. \quad (2.9)$$

Пример 1. Сила од 250 N дејствува на рачка од косилка со маса 80 kg (сл. 2.6). Да се пресмета: (а) хоризонталната и вертикалната компонента на оваа сила ако рачката зафаќа агол 40° со хоризонталата; (б) силата што дејствува преку цилиндарот на земјата.



Сл. 2.6. Разложување на силата во рачката на косилката

Решение. Графичкото решение под (а) е прикажано на дијаграмот на сликата 2.6. Големините на двете компоненти F_x и F_y се пресметуваат со директна замена во равенките (2.8) и (2.9) за компонентите на силите:

$$F_x = 250 \text{ N} \cos 40^\circ$$

$$F_y = 250 \text{ N} \sin 40^\circ.$$

Од пресметките се добива:

$$F_x = 250 \text{ N} \cdot 0,766 = 191,5 \text{ N}$$

$$F_y = 250 \text{ N} \cdot 0,6428 = 160,7 \text{ N}.$$

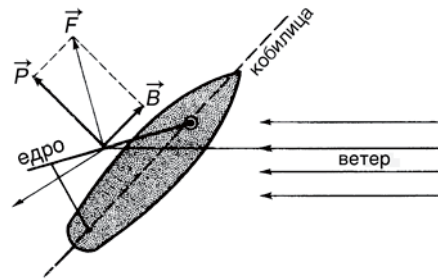
Силата $F_x = 191 \text{ N}$ е хоризонталната компонента што го движи цилиндарот. Вертикалната компонента $F_y = 160,7 \text{ N}$, која дејствува право надолу, треба да ѝ се додаде на тежината на цилиндарот за да се најде вкупната сила со која цилиндарот притиска на земја. Таа изнесува:

$$F = 80 \cdot 9,81 + 160,7 = 945 \text{ N} .$$

*Пример 2. Едрилица

Проблем што претставува загатка за голем број луѓе, особено за оние кои помалку или повеќе се поврзани со чамците, е пловењето со помош на ветер. Оваа појава, позната како „едрење“, е уште еден пример за разложување на сила на заемно нормални компоненти.

Како што е покажано на сл. 2.7, ветерот дува од исток, а чамецот е насочен североисточно. Кога едрото е правилно поставено, ветерот што дува во платното се одбива нанадвор и на тој начин се создава силата $\vec{F}$ која дејствува нормално на површината на едрото. Со разложување на оваа сила на две заемно нормални компоненти, едната паралелна, а другата нормална со кобилицата на чамецот, може да се определи силата $\vec{B}$ којашто го придвижува чамецот.



Сл. 2.7. Чамец што едри спроти ветерот. Пример за разложување на сила $\vec{F}$ на две заемно нормални компоненти, $\vec{P}$ и $\vec{B}$

Другата компонента $\vec{P}$, којашто е нормална на правецот на движењето на чамецот, не е корисна при движењето, бидејќи се стреми да го наклони чамецот и да го измести од рамнотежа.

Најбрзо движење со ветер се постигнува кога ветерот и кобилицата зафаќаат агол од 45° и едрата се поставени така кормилото да е паралелно на кобилицата.

✓ Прашања и задачи

1. Како се дефинираат скаларните, а како векторските величини?
2. Кои методи се користат за собирање на вектори?
3. Како може да се разложи еден вектор на компоненти?

2.2. МЕХАНИЧКО ДВИЖЕЊЕ

За да се дефинира механичкото движење, честопати треба да се разгледа систем од материјални тела или предмети чиешто движење го проучуваме. Тој си-

стем од тела во движење се нарекува *механички систем*. Ако телата во механичкиот систем дејствуваат едно со друго, а не постои дејство однадвор, велиме дека

механичкиот систем е изолиран. Честопати механичкиот систем може да се состои само од едно тело што се движи.

Неподвижно тело во однос на кое се разгледува движењето на друго тело се вика *референтно тело*. По договор референтното тело се зема како апсолутно тврдо и неподвижно тело. Со референтното тело се врзува координатен систем, наречен *референтен систем*, кој служи да го опишеме движењето на телата. Референтниот систем може да биде избран произволно: хелиоцентричен (врзан за Сонцето), геоцентричен (врзан за Земјата) и лабораториски (врзан за лабораторијата). Изборот на референтниот систем треба да биде таков што движењето на телата во однос на тој систем ќе се опишува на наједноставен начин.

Состојбата на механичкиот систем се определува од неговата положба и од неговата брзина.

Значи, основната задача на класичната механика е следната: ако ги знаеме состојбата на механичкиот систем во почетниот момент и законите кои го опишуваат движењето на тој систем, да се определи состојбата на системот во секој нареден момент од времето.

Постојат два вида механичко движење:

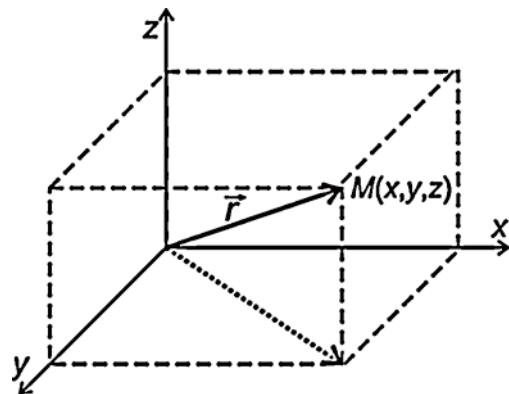
- *транслаторно* – претставува паралелно поместување на секоја точка од телото така што сите негови точки се движат на еден ист начин,

- *вртливо (ротационо)* – кога сите точки од телото опишуваат кружници кои лежат во паралелни рамнини. Центрите на тие кружници лежат на една иста права наречена оска на ротација.

Материјална точка. Тоа е тело чишто димензии и облик се занемарливо мали во однос на димензиите на просторот во кој се врши движењето. Матери-

јална точка во природата не постои, што значи дека таа претставува замислен, т.е. идеализиран поим, кој овозможува поедноставно решавање на многу физички проблеми во механиката.

Положбата на секоја материјална точка M во просторот може да се определи со векторот на положба во однос на избрана референтна точка наречен радиус-вектор $\vec{r}$. Радиус-векторот $\vec{r}$ претставува насочена отсечка што ги сврзува референтниот почеток O со положбата на материјалната точка во даден момент од времето (сл. 2.8).



Сл. 2.8. Определување на положбата на материјалната точка M

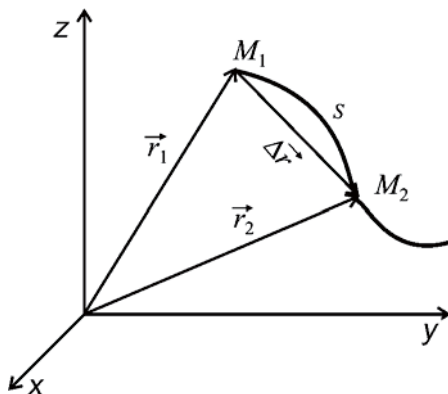
Положбата на материјалната точка може да се претстави и во однос на правоаголен координатен систем определена со координатите: x – апсциса; y – ордината, z – апликаата, т.е. $M(x, y, z)$. Координатниот почеток се избира произволно, во зависност од условите на задачата.

Ако се дадени радиус-векторот или координатите на материјалната точка во даден момент од времето, тогаш се вели дека положбата на материјалната точка е целосно определена.

За да се опише механичкото движење на едно тело, треба да се дефинираат основните карактеристики на тоа движење. За таа цел се воведени поимите *траекторија*, *пат* и *поместување*.

Траекторијата е замислена линија што материјалната точка ја опишува во просторот при своето движење. Во зависност од формата на траекторијата движењето може да биде праволиниско или криволиниско.

Да го разгледаме движењето на една материјална точка по определена траекторија, од положба M_1 од положба M_2 (сл. 2.9).



Сл. 2.9. Поместување $\Delta \vec{r}$ и пат s како скаларна величина

Растојанието меѓу точките M_1 и M_2 измерено по траекторијата се нарекува *пат* s што го поминала материјалната точка.

Запомни: Должината на траекторијата меѓу две точки што лежат на траекторијата се вика *изминан пат*. Патот е скаларна величина.

За да биде движењето на материјалната точка целосно опишано, треба да биде позната траекторијата на движењето и функцијата на патот, т.е. зависноста на патот од времето $s = s(t)$.

Положбата на материјалната точка во точките M_1 и M_2 е определена со радиус-векторите $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$. Промената на положбата на материјалната точка од M_1 до M_2 ќе биде дадена со разликата на овие радиус-вектори и ќе го определува векторот на поместување:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2.$$

Значи, *поместувањето* е векторска величина. Тоа се дефинира како разлика на радиус-векторите што ја определуваат положбата на материјалната точка во секој момент од времето.

Во најопшт случај на движење на материјалната точка во просторот, нејзиниот радиус-вектор $\vec{r}$ се менува по големина и насока, при што траекторијата на движењето е сложена крива. Ако радиус-векторот $\vec{r}$ се менува само по големина, траекторијата е права линија, но ако тој се менува само по насока, траекторијата е круг или дел од круг, што претставува случај на движење во рамнина.

☒ Прашања и задачи

1. Како се избира референтен систем? Наведи некои примери на референтни системи.
2. Што е материјална точка? Како се определува положбата на материјалната точка во просторот?
3. Каква е разликата меѓу патот и поместувањето?
4. Кога патот е еднаков со поместувањето, а кога е поголем?

2.3. РАМНОМЕРНО ПРАВОЛИНИСКО ДВИЖЕЊЕ

Наједноставен вид на механичко движење претставува рамномерното праволиниско движење. Самото име ни кажува дека станува збор за рамномерно движење на материјалната точка по права линија, т.е. со константна брзина.

Брзината при рамномерно праволиниско движење се дефинира како промена на положбата на телото во даден временски интервал. Тоа може да се претстави во вид на равенка:

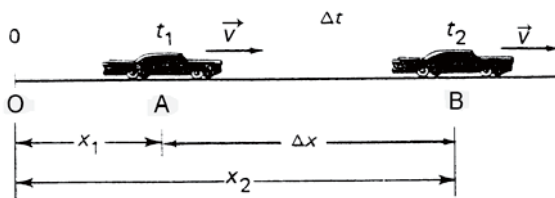
$$\text{Брзина} = \frac{\text{промена на положбата}}{\text{изминато време}},$$

т.е.

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}. \quad (2.10)$$

Основната карактеристика на рамномерното праволиниско движење е дека поместувањето е еднакво со изминатиот пат, $|\Delta \vec{r}| = \Delta x$. Затоа при дефинирање на брзината може да се замени векторот на брзина $\vec{v}$ со интензитетот на брзината v .

На сликата 2.10 е претставена промената на положбата на еден автомобил кој се движи со постојана брзина по права линија.



Сл. 2.10. Шематски приказ на тело што се движи со константна брзина

На определено растојание по должината на патот се поставени ознаки А и В. Автомобилот поминува покрај точката А во даден момент од времето t_1 , а потоа покрај точката В во момент од времето t_2 .

Ако положбите на точките А и В се мерени од даден координатен почеток О, нивните растојанија ќе бидат дадени со x_1 и x_2 , соодветно. Промената на положбата на автомобилот Δx е еднаква на $x_2 - x_1$, а изминатото време на $t_2 - t_1$. Тогаш за брзината може да се напише:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \quad (2.11)$$

каде што v е брзина, Δx е промена на положбата, а Δt е време потребно да се измине определен пат. Постои општоприфатено правило мерените или пресметаните величини во равенката да се прикажат како мали прирасти, т.е. како мали промени на нивните големини.

Пример 3. Еден човек со автомобил стигнува до град оддалечен 180 km за време од 2,0 h. Со колкава средна брзина се движи автомобилот?

Решение: За да го најдеме одговорот, ја користиме равенката за брзината (2.11) и во неа ги заменуваме вредностите за $x_2 - x_1 = 180 \text{ km}$ и $t_2 - t_1 = 2 \text{ h}$:

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{180 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}}. \quad (2.12)$$

Одговорот е 90 km/h. Мерните единици се исто толку важни како и нумеричката вредност, па затоа секогаш мора да бидат вклучени во одговорот.

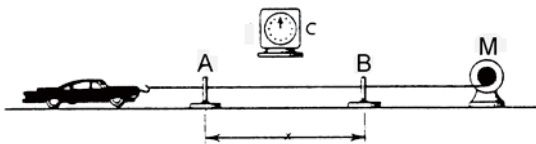
Ако во одговорот патот се претстави во метри, т.е. ако 1 km се претстави како

1000 m, а времето од 1 h како 3600 s, одговорот може да се запише и на следниот начин:

$$v = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 90 \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

И двата одговора се напълно еднакви и точни, само што тие се изразени во различни мерни единици.

Кога телото поминува еднакви растојанија во еднакви временски интервали, велиме дека тоа се движи со константна брзина. За да го разбереме овој поим, ќе го разгледаме експериментот прикажан на сликата 2.11.



Сл. 2.11. Мерење на брзината на автомобил

Автомобил играчка е поврзан со жица на една макара (цилиндар). Автомобилот може да се придвижува по рамна површина, а времето се мери со помош на штоперка. Макаратата се врти со помош на мал синхрон мотор со цилиндар со дијаметар од околу 2,5 cm и има соодветна моќност, доволна да го придвижи автомобилот.

На дел од патот се поставени ознаки А и В на кратко растојание една од друга, измерено со помош на метар. Автомобилот започнува да се движи и кога ќе помине покрај ознаката А, се вклучува штоперката, а кога минува покрај ознаката В, таа се исклучува. Времето што се мери на штоперката во секунди го прикажува времето потребно да се измине патот АВ.

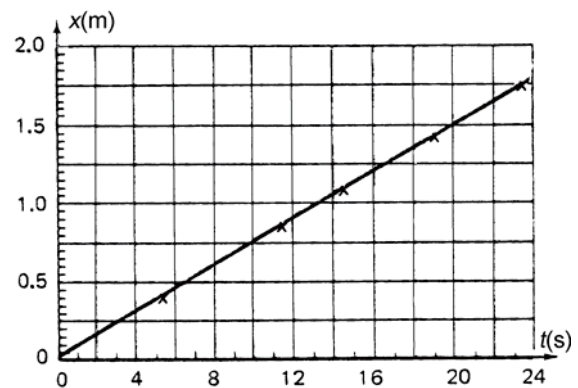
Оваа постапка се повторува повеќе пати, при што се поместуваат ознаките А и В сè подалеку една од друга. Измерените голедини се внесени во табелата 1.

Табела 1.

Измерени податоци за експериментот со автомобил

Мерење	Растојание x (m)	Време t (s)	Пресметано v (m/s)
0	0	0	–
1	0,398	5,3	0,751
2	0,864	11,5	0,751
3	1,089	14,5	0,751
4	1,420	18,9	0,751
5	1,743	23,2	0,751

За да се определи зависноста меѓу изминатиот пат x и времето t , подобро е да се нацрта график кој ќе ја прикаже зависноста на двете мерени величини. Ако го прикажеме патот x на вертикалната оска, а времето t на хоризонталната, како на сл. 2.12, можеме да ги внесеме измерените вредности за патот и времето од табелата 1.



Сл. 2.12. График на зависноста пат–време

Значи, со повлекување на права линија меѓу експерименталните точки на графикот, се потврдува линеарната зависност на патот и времето. Оваа права линија што минува низ координатниот почеток, $x = 0$ и $t = 0$, покажува дека патот е право пропорционален со времето.

Таа константа се нарекува интензитет на брзината v (последна колона во табелата 1) и е добиена со делење на вредностите за патот x и времето t :

$$v = \frac{x}{t}. \quad (2.13)$$

На овој начин се прикажува движењето со константна брзина.

Запомни: Односот на патот и времето при рамномерно праволинейско движење секогаш е константен.

Иако ова претставува многу едноставен експеримент кој ги демонстрира основните принципи на механиката, неговата цел е да покаже како изгледа еден научен метод, во овој случај експериментален, кој се користи за определување на зависноста меѓу определени физички величини.

Ако е позната брзината на движењето на телото, со примена на равенката (2.13) може да се определи изминатиот пат за кој било интервал од времето, при што се добива:

$$x = v \cdot t. \quad (2.14)$$

Од оваа равенка може да се изрази времето што е потребно за телото да го измине патот x :

$$t = \frac{x}{v}. \quad (2.15)$$

Пример 4. Колкав пат ќе измине тело што се движи со брзина $4,5 \text{ m/s}$ за време од 2 min ?

Решение: За да го најдеме изминатиот пат, ја користиме равенката (2.14) и во неа ги заменуваме соодветните вредности за брзината и времето. Притоа треба да се внимава на мерните единици и да се изврши претворање во соодветни единици: $v = 4,5 \text{ m/s}$; $t = 2 \text{ min} = 120 \text{ s}$.

$$x = v \cdot t = 4,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 120 \text{ s},$$

$$x = 540 \text{ m}.$$

Забелешка: Физичките величини секогаш треба да се изразуваат во истородни мерни единици. Ова правило се применува при решавање на сите задачи во физиката.

Пример 5. Ако авион лета со константна брзина од 450 km/h , за колку време ќе измине 2400 km ?

Решение: Со директна замена на дадените физички величини за брзината и патот што треба да го помине авионот во равенката (2.15) може да се определи времето за кое тој ќе го помине даденото растојание:

$$t = \frac{x}{v} = \frac{2400 \text{ km}}{450 \text{ km/h}},$$

$$t = 5,33 \text{ h}.$$

Во механиката е вообичаено да се занемаруваат димензиите и формата на телото и неговото движење да се разгледува како движење на мало тело или честица со занемарлива големина. На пример, кога се опишува летањето на авионот ме-

ѓу два града, нема потреба да се дава детален опис на авионот за да се опише неговото движење. Затоа движењето на телата во механиката треба да се разгледува како движење на материјална точка или честица.

Запомни: *Константна брзина на движење значи дека телото изминува еднакви поместувања за еднакви временски интервали, секогаш во иста насока по права линија. Тоа значи дека растојанието изминало во првата секунда ќе биде идентично со растојанието изминало во некоја друга секунда од движењето.*

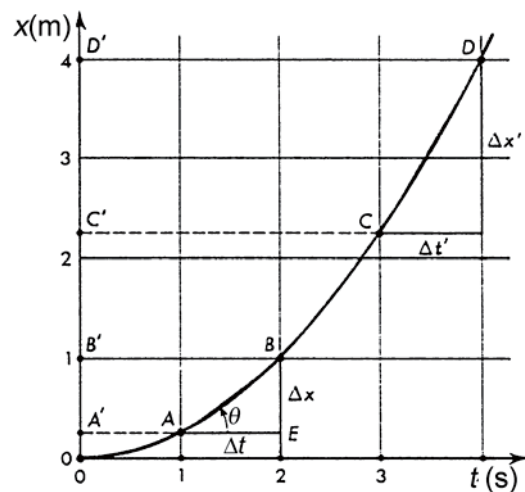
✓ Прашања и задачи

1. Како се дефинира брзина? Што значи телото да се движи со константна брзина?
2. Ако автомобил се движи со 70 km/h, колку време ќе патува од Скопје до Охрид, кои се наоѓаат на растојание од 185 km? [Одговор: 2,5 h.]
3. Патнички авион кој лета на релацијата Њујорк–Скопје го прелетува растојанието од 4000 km за 5 h и 20 min. Да се пресмета средната брзина на авионот изразена во а) km/h, б) m/s [Одговор: а) 750 km/h; б) 208 m/s.]

2.4. РАМНОМЕРНО ЗАБРЗАНО ДВИЖЕЊЕ

Забрзаното движење претставува дел од кинематиката во кој се проучуваат промените на брзината во текот на движењето. Многу е важно добро да се разбере суштината на забрзаното движење, бидејќи тоа се јавува во многу области на физиката, од појавите во атомските структури до движењето на планетите и далечните ѕвезди. Забрзаното движење на телата се среќава во многу случаи како основен тип на движење во долг временски период, додека во други случаи се јавува само во определени временски интервали.

Моментна брзина. За да го дефинираме поимот моментна брзина, ќе се вратиме повторно на експериментот со автомобил прикажан на сликата 2.11 и ќе го нацртаме дијаграмот на движење на автомобил за случај кога тој се движи со променлива брзина (сл. 2.13).



Сл. 2.13. Дијаграм пат–време за автомобил што се движи со променлива брзина

Точките по должината на оската x го прикажуваат растојанието на автомобилот од почетната точка O до крајот на

секоја измината секунда од времето t . Бидејќи брзината на движењето е променлива, нејзината големина се менува со текот на времето како што е прикажано на дијаграмот за патот и времето.

Да го разгледаме движењето на автомобилот на определено растојание АВ, за да ја најдеме неговата средна брзина. Поместувањето Δx може да се претстави со отсечката $A'B'$, а времето со Δt , како страни на правоаголен триаголник АЕВ. Оттаму средната брзина може да се изрази како:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \quad (2.16)$$

што на графикот е прикажано со $\tan \theta$. Величината $\tan \theta$ го претставува наклонот на правата АВ во однос на хоризонталната оска.

Ако ја поместуваме точката В кон точката А така што прирастите на патот Δx и на времето Δt стануваат сè помали и помали, средната брзина ќе се менува на следниот начин: како што Δt ќе се приближува до нула, така односот $\Delta x / \Delta t$ ќе се стреми кон вистинската големина на брзината во точката А. Таа брзина се нарекува *моментна брзина*.

Моментната брзина е брзина на материјалната точка во даден момент на времето или во дадена точка од траекторијата. Таа е еднаква на средната брзина за многу крајок временски интервал Δt .

Забрзувањето се дефинира како однос на промена на брзината и временскиот интервал. Автомобил кој ја зголемува брзината има позитивно забрзување, а автомобил при сопирање има негативно забрзување. Ако автомобилот стои во

место или се движи со константна брзина, тој нема забрзување.

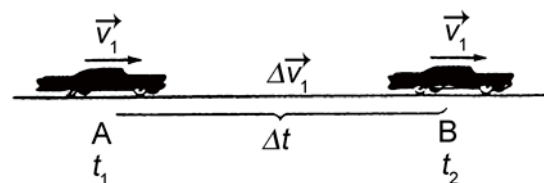
Од ова следува дека забрзувањето може да се прикаже во вид на равенка на следниот начин:

$$\text{Забрзување} = \frac{\text{промена на брзината}}{\text{изминато време}},$$

$$\bar{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}. \quad (2.17)$$

Да го разгледаме забрзаното движење на автомобилот на сликата 2.14. Под дејство на силата на моторот, која се пренесува на тркалата, автомобилот постојано се забрзува при своето движење по правата линија АВ. Кога минува покрај точката А, тој има релативно мала брзина $\vec{v}_1$, а кога минува покрај точката В, се движи побрзо, со брзина $\vec{v}_2$. Брзината $\vec{v}_1$ се нарекува почетна брзина, а $\vec{v}_2$ се нарекува конечна брзина. Ако Δv ја претставува промената на интензитетот на брзината, можеме да запишеме:

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1. \quad (2.18)$$



Сл. 2.14. Автомобилот се забрзува за временски интервал Δt

Изминатото време Δt може да се запише како разлика на конечното време и почетното време:

$$\Delta t = t_2 - t_1. \quad (2.19)$$

Тогаш интензитетот на забрзувањето можеме да го претставиме со следната равенка:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}, \text{ или } a = \frac{\Delta v}{\Delta t}. \quad (2.20)$$

Пример 6. Да го разгледаме примерот со автомобил прикажан на сл. 2.14. Измерена е брзината на автомобилот во точката А и таа изнесува 6 m/s. Брзината во точката В се зголемила на 30 m/s за време од 4 s, потребно за автомобилот да го помине растојанието од А до В. Колкаво е забрзувањето на автомобилот?

Решение: Со директна замена на познатите вредности за брзините, $v_1 = 6 \text{ m/s}$; $v_2 = 30 \text{ m/s}$, и $t_2 - t_1 = 4 \text{ s}$, добиваме:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{30 \text{ m/s} - 6 \text{ m/s}}{4 \text{ s} - 0 \text{ s}},$$

$$a = \frac{24 \text{ m/s}}{4 \text{ s}} = 6 \text{ m/s}^2.$$

Значи, забрзувањето изнесува шест метри во секунда за секунда.

Пример 7. Пример на негативно забрзување

Кога автомобил се искачува по долга, висока нагорнина, неговата брзина се намалува од 86 km/h на 38 km/h за време од 4 минути. Да се определи забрзувањето (т.е. забавувањето) на автомобилот!

Решение: За да се најде одговорот, треба да се заменат познатите вредности: $v_1 = 86 \text{ km/h}$; $v_2 = 38 \text{ km/h}$ и $t_2 - t_1 = 4 \text{ min}$ во равенката (2.20) за забрзувањето. Претходно треба мерните единици да се изразат во единици од SI-системот:

$$v_1 = 86 \text{ km/h} = 86 \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}};$$

$$v_2 = 38 \text{ km/h} = 38 \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}};$$

$$t_2 - t_1 = 4 \text{ min} = 4 \cdot 60 \text{ s};$$

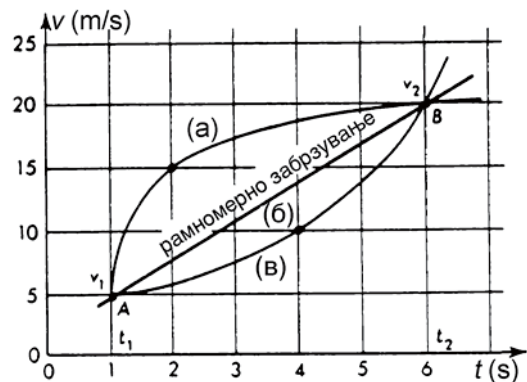
$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{38 \frac{1000}{3600} - 86 \frac{1000}{3600} \text{ m}}{4 \cdot 60 \text{ s}} \frac{\text{m}}{\text{s}};$$

$$a = -0,556 \text{ m/s}^2.$$

Движењето со постојано негативно забрзување се нарекува рамномерно забавено движење.

Брзина и ѝај ѝри рамномерно забрзано движење. За да го дефинираме забрзувањето или забавувањето на телото што се движи од една до друга точка со променлива брзина, прво треба да поставиме график на зависност брзина–време.

Ако на графикот се претстави движењето на три автомобили по права стрмна патека со почетна брзина 5 м/с, нивното движење ќе биде прикажано со три линии: (а), (б) и (в) како на сликата 2.15.



Сл. 2.15. График на зависност брзина–време за автомобили што се движат со променливи брзини, но со исти средни забрзувања

Почнувајќи од моментот $t_1 = 1 \text{ s}$, автомобилот (а) на почеток силно забрзува, а потоа многу побавно, достигнувајќи брзина од 20 m/s во моментот на време $t_2 = 6 \text{ s}$. Вториот автомобил (б) се забрзува рамномерно, достигнувајќи ја истата крајна брзина во моментот t_2 . Од друга страна, третиот автомобил (в) се забрзува бавно на почетокот, а потоа многу побрзо за да ја достигне истата крајна брзина во момент на времето t_2 .

Автомобилите (а) и (в) вршат променливо забрзано движење, бидејќи зголемувањето на брзината е различно во различни временски интервали, т.е. нивното забрзување се менува со текот на времето.

Движењето на автомобилот (б) претставува специјален случај и се нарекува рамномерно променливо движење, т.е. движење со константно забрзување. За него е карактеристично зголемување на брзината за 3 m/s во секоја секунда од времето, по целата должина на траекторијата. Тоа значи дека која било промена на брзината Δv поделена со временскиот интервал Δt ќе даде иста вредност на забрзувањето a .

Запомни: *Константно забрзување значи еднаква промена на брзината во еднакви временски интервали.*

Тргнувајќи од равенката (2.20) за забрзување:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1},$$

може да се изрази крајната брзина v_2 :

$$v_2 = v_1 + a(t_2 - t_1), \quad (2.21)$$

Ако движењето почнува од координатниот почеток, ќе важи $t_1 = 0$, $t_2 = t$:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = t. \quad (2.22)$$

Со замена во равенката (2.21) се добива *основната равенка за брзина при рамномерно забрзано движење*:

$$v_2 = v_1 + a t. \quad (2.23)$$

Оваа равенка честопати може да се сретне и во друг облик ако се замени почетната брзина v_1 со v_0 , а крајната брзина v_2 со v .

Запомни: *Основната равенка за брзина при рамномерно забрзано движење е дадена со изразот:*

$$v = v_0 + a \cdot t \quad (2.24)$$

Истата постапка може да се спроведе за да се определи *равенка за пат при рамномерно забрзано движење*. За таа цел се дефинира средна брзина на телото кога тоа се движи рамномерно забрзано како аритметичка средина од неговата почетна и крајна брзина:

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2}. \quad (2.25)$$

Ако движењето почнува од координатниот почеток, ќе важи $x_1 = 0$, $x_2 = x$, т.е.

$$\Delta x = x_2 - x_1 = x. \quad (2.26)$$

Од равенката за пат при рамномерно праволиниско движење $x = \bar{v} \cdot t$, со замена на равенката (2.25) се добива:

$$x = \frac{v_0 + v}{2} t. \quad (2.27)$$

Ако во оваа равенка се замени изразот за брзината (равенка 2.24), се добива една корисна релација која често се употребува при решавање на практичните проблеми:

$$x = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} \cdot t,$$

$$x = \frac{2v_0}{2}t + \frac{at}{2}t.$$

Запомни: Изведената равенка за патиот при рамномерно забрзано движење гласи:

$$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2. \quad (2.28)$$

Друга корисна релација може да се добие ако се елиминира времето од основните равенки за брзина (2.24) и за пат (2.27):

$$t = \frac{v - v_0}{a} \quad \text{и} \quad t = \frac{2x}{v + v_0}. \quad (2.29)$$

Со изразување на десните страни на овие две равенки и решавање по v^2 добиваме изведена равенка што ја дава врска меѓу брзините и забрзувањето при рамномерно забрзано движење:

$$v^2 = v_0^2 + 2ax. \quad (2.30)$$

Кога телото почнува да се движи од состојба на мирување и продолжува со константно забрзување, неговата почетна брзина е $v_0 = 0$. Во такви услови равенките за брзина и пат во кој било момент од времето t , за тело што се движи рамномерно забрзано, го добиваат обликот:

$$v = a \cdot t, \quad (2.31)$$

$$x = \frac{1}{2}vt, \quad (2.32)$$

$$x = \frac{1}{2}at^2, \quad (2.33)$$

$$v^2 = 2ax. \quad (2.34)$$

Овие равенки често се нарекуваат *специјални равенки на рамномерно забрзано движење*. Основните и изведените равенки за рамномерно забрзано движење, што ги разгледавме во оваа глава, се многу важни, бидејќи имаат голема примена во решавање на проблемите од кинематиката. Затоа тие треба добро да се запомнат! Специјалните равенки не мора да се помнат затоа што тие произлегуваат од основните со замена на почетната брзина $v_1 = 0$.

Прашања и задачи

1. Што претставува поимот моментна брзина? Како таа се определува?
2. Авион при полетување почнува да се движи по пистата од состојба на мирување. На крајот од пистата авионот добива брзина 180 m/s за време од 40 s. Колкаво е забрзувањето на авионот? [Одговор: 4,5 m/s².]
3. Автомобил се движи со брзина 20 m/s, почнува рамномерно да кочи и застанува за време од 10 s. Колкав пат ќе помине од моментот кога ќе почне да кочи додека да застане? [Одговор: 100 m.]
4. Еден човек вози камион со константна брзина 25 m/s. Во еден момент тој почнува да кочи така што камионот запира за 5 s. Да се најдат: а) забрзувањето (забавувањето) на камионот; б) брзината на крајот од 3 s; в) растојанието поминато за 3 s! [Одговор: а) 5 m/s²; б) 10 m/s; в) 52,5 m.]

2.5. ИСТРЕЛИ

Слободно паѓање. Слободното паѓање на телата под дејство на Земјината тежа може да се разгледа кинематички како специјален случај на рамномерно забрзано движење без почетна брзина. Тоа значи дека равенките (2.24) и (2.33) за брзина и пат кај рамномерно забрзано движење на телата

$$v = v_0 + at \quad \text{и} \quad x = \frac{1}{2}at^2$$

ќе го опишуваат и движењето на телата кога тие слободно паѓаат. Во случај на слободно паѓање вообичаено е патот x да се обележува со h , затоа што секогаш телото се пушта слободно да паѓа од некоја висина. За да се изведат релациите за слободно паѓање, треба забрзувањето a во овие изрази да го замениме со Земјиното забрзување g . Исто така е важно да се има предвид дека слободното паѓање е рамномерно забрзано движење без почетна брзина, што значи $v_0 = 0$. Тогаш од равенките (2.24) и (2.33) се добива:

$$v = gt \quad (2.35)$$

$$h = \frac{1}{2}gt^2. \quad (2.36)$$

Од равенката (2.34) може да се изведе равенка, за зависност на брзината на паѓање на телото и висината од која паѓа:

$$v^2 = 2gh, \quad (2.37)$$

од каде што може да се заклучи дека со зголемување на висината од која паѓа телото се зголемува и брзината со која тоа удира на подлогата.

Во случај кога телото се пушта да се движи надолу со некоја почетна брзина v_0 , тогаш равенките (2.35) и (2.36) го добиваат обликот:

$$v = v_0 + gt \quad (2.38)$$

$$h = v_0t + \frac{1}{2}gt^2. \quad (2.39)$$

Пример 9. Едно момче испушта неколку камени во бунар. По мерење на времето за кое секој камен удира во водата, открил дека средната вредност е 2,5 s. а) Колкава е длабочината на бунарот до нивото на водата? б) Со колкава брзина секој камен удира во водата?

Решение: Познати се вредностите за времето $t = 2,5$ s и $g = 9,81$ m/s². Непозната величина е длабочината h . За да се добие нејзината вредност, се користи равенката (2.36). Со директна замена на познатите вредности се добива:

$$h = \frac{1}{2}9,81 \text{ m/s}^2 \cdot (2,5 \text{ s})^2,$$

$$h = 4,91 \text{ m/s}^2 \cdot 6,25 \text{ s}^2,$$

$$h = 30,69 \text{ m}.$$

За да се определи брзината со која каменот паѓа во водата, ги заменуваме вредностите $t = 2,5$ s и $g = 9,81$ m/s² во равенката (2.35), при што добиваме:

$$v = 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 2,5 \text{ s} = 24,25 \text{ m/s}.$$

Вертикален исфрел. Кога тело се исфрла вертикално нагоре, неговата брзина многу брзо се намалува сè до една точка во која телото запира и потоа паѓа

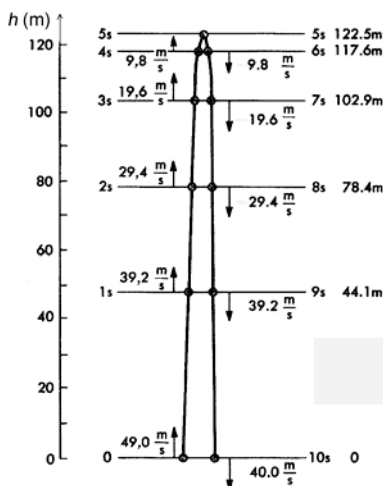
назад кон Земјата, удирајќи на неа со истата брзина што ја имало при исфрлањето. Ваквото движење на телата вертикално нагоре под дејство на Земјината тежа се нарекува *вертикален исфрел*.

Експериментите покажуваат дека времето потребно да се достигне највисоката точка од траекторијата на телото е еднакво со времето на негово паѓање од таа точка назад на земја. Тоа значи дека вертикалното движење нагоре е сосема исто со движењето надолу, но реверзно, а времето и брзината за секоја точка од патеката се дадени со равенките за слободно паѓање (2.38) и (2.39), но со почетна брзина:

$$v = v_0 + gt,$$

$$h = v_0 t + \frac{1}{2} gt^2.$$

На сл. 2.16 е прикажано топче што се исфрла вертикално нагоре со брзина 49 m/s.



Сл. 2.16. Движењето на едно тело нагоре е исто со движењето надолу, само во обратна насока. Тело исфрлено нагоре паѓа на Земјата со истата брзина со која било исфрлено нагоре

Од сликата се гледа дека во секоја секунда брзината на телото при движењето нагоре е еднаква со брзината на истото ниво при движењето надолу.

За математичко опишување на вертикалниот исфрел обично се користат равенките (2.38) и (2.39), земајќи ја точката на исфрлање како координатен почеток. Земјиното забрзување при движењето нагоре е негативно.

Без разлика дали телото се движи нагоре или надолу, Земјиното забрзување g секогаш е насочено надолу. Со примена на овие правила за знаците, во последните равенки вредноста на g би требало да се означи со негативен знак:

$$v = v_0 - gt, \quad (2.40)$$

$$h = v_0 t - \frac{1}{2} gt^2. \quad (2.41)$$

Пример 9. Топка се фрла вертикално нагоре со брзина 39,2 m/s. Да се пресмета времето потребно таа да стигне во највисоката положба.

Решение: Познати се вредностите за брзината $v_0 = 39,2$ m/s и $g = 9,81$ m/s². Во највисоката точка, каде што топката моментално застанува, нејзината брзина изнесува $v = 0$. Бидејќи времето t е непознато, ја користиме равенката (2.40):

$$v = v_0 - gt.$$

Решавајќи ја оваа равенка по времето t , добиваме:

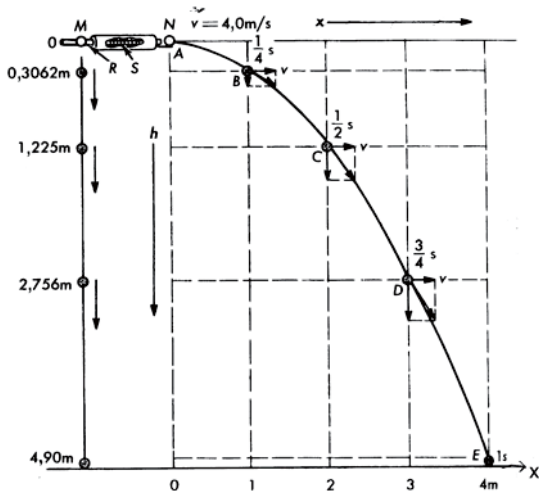
$$t = \frac{v_0 - v}{g},$$

и со замена на познатите вредности пресметуваме:

$$t = \frac{39,2 \text{ m/s} - 0}{9,81 \text{ m/s}^2} = 4 \text{ s}.$$

Значи, за 4 s топката ќе стигне во највисоката положба. За следните 4 s таа ќе падне на Земјата, како што е прикажано на сл. 2.16.

Хоризонтален истрел. Движењето на тело исфрлено во хоризонтална насока од дадена височина се нарекува *хоризонтален истрел*. Ако едно тело почне слободно да паѓа од положба на мирување во исто време кога друго тело врши хоризонтален истрел од истата височина, двете тела ќе паднат на Земјата истовремено. Доказ за ова тврдење може да се добие од експериментот прикажан на сл. 2.17.



Сл. 2.17. Едно тело пуштено од точка на мирување и друго исфрлено хоризонтално удираат истовремено на земја

Две идентични топчиња, М и N, се наоѓаат во цевка. Цевката има збиена пружина S и таа, кога ќе се ослободи, ја потиснува металната прачка R надесно, испуштајќи го топчето М надолу и истрелувајќи го топчето N хоризонтално во ист момент. Топчето М паѓајќи со забрзу-

вање g и топчето N минувајќи подолга патека ABCD удираат на земја истовремено. Повторување на експериментот со поголема или помала брзина на истрелување на топчето N, и од различна височина, секогаш го дава истиот резултат: *двете топчиња секогаш истовремено удираат на земја*.

Прв заклучок што може да се извлече од овој експеримент е дека времето на движење на едно тело при хоризонтален истрел е еднакво со времето потребно тоа тело слободно да падне од иста височина. Неговото движење е независно од неговото хоризонтално поместување.

Запомни: Тело истрелано во хоризонтален правец истовремено изведува две независни движења: 1) во хоризонтален правец со константна брзина v (рамномерно праволиниско движење) и 2) вертикално надолу со забрзување g (слободно паѓање).

Изминатиот хоризонтален пат x на топчето може да се определи од равенката за пат при рамномерно праволиниско движење:

$$x = vt. \quad (2.42)$$

Бидејќи топчето истовремено паѓа и со забрзување g , поминатиот вертикален пат може да се определи од равенката за пат при слободно паѓање:

$$h = \frac{1}{2}gt^2. \quad (2.43)$$

Експерименталната потврда на овие две равенки е илустрирана со нумерички вредности дадени на сл. 2.17. Со почетна брзина 4 m/s топчето N поминува вертикално растојание од 0,3062 m за време од $\frac{1}{4}$ s и истовремено изминува хоризонтално растојание од 1 m. За $\frac{1}{2}$ s поминува

вертикално растојание од 1,225 m, што е четири пати повеќе од претходниот случај, и хоризонтално поминува 2 m.

Пример 10. Стрела се исфрла во хоризонтален правец со брзина 20 m/s од врвот на кула висока 60 m. По колку време таа ќе падне на земја?

Решение: Времето потребно стрелата да падне на земја е исто со времето кога стрелата слободно паѓа и може да се определи од равенката (2.43):

$$h = \frac{1}{2}gt^2.$$

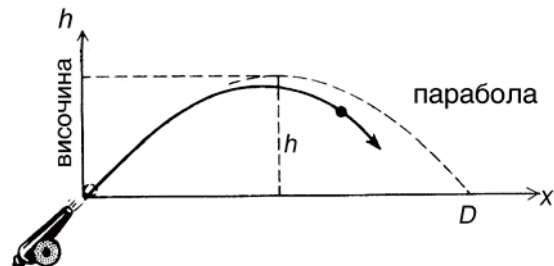
Со решавање на оваа равенка по времето t и заменување на вредностите за висината $h = 60$ m, брзината $v = 20$ m/s и $g = 9,81$ m/s², добиваме:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 60 \text{ m}}{9,81 \text{ m/s}^2}},$$

$$t = \sqrt{12,24 \text{ s}^2} = 3,499 \text{ s}.$$

Кос истрел. Многу проектили истрелани во воздух со определена брзина под даден агол во однос на хоризонтот имаат параболична патека. Таквото движење на телото се нарекува *кос истрел*. Параболичната патека се јавува само при мали брзини на истрелување, каде силата на воздушното триење е занемарлива. Ако телата се истрелани со големи брзини, воздухот го забавува нивното движење и вистинската патека отстапува од парабол (сл. 2.18). Колку што е поголема брзината толку е поголема и силата на воздушното триење, како и отстапувањето од параболичната патека. Во општ случај воздушното триење се занемарува и се пресметува теориската патека на истре-

ланото тело, а потоа, ако е потребно, се прават корекции за триење на воздухот.

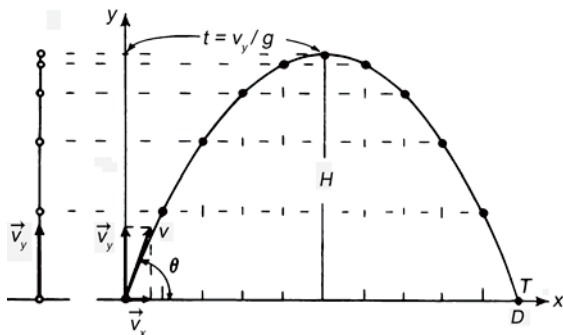


Сл. 2.18. Телата што вршат кос истрел се движат по параболична патека. Поради триењето на воздухот тие паѓаат порано

Познати параметри што се однесуваат на дадено истрелано тело при кос истрел по правило се почетната брзина v_0 и аголот θ (агол помеѓу правецот на истрелување и хоризонталата), кој се нарекува и *агол на елевација*. Фактори што треба да се пресметаат за да се карактеризира косиот истрел се: а) *времето на лејтање на телото*, б) *постигнатата максимална височина* и в) *дострелот*.

Времето на летање T на тело што врши кос истрел се дефинира како време што е потребно тоа да падне на подлогата од која било исфрлено. Максималната височина H се дефинира како најголемо достигнато вертикално растојание, мерено од хоризонталната рамнина на истрелот (сл. 2.19). Дострелот D е хоризонталното растојание од точката на истрелување до точката каде што истреланото тело паѓа во рамнината на истрелот.

За да се пресмета максималната височина и дострелот на едно тело, почетната брзина се разложува на две компоненти, една вертикална и една хоризонтална. Ова е прикажано на сл. 2.19.



Сл. 2.19. Патека на истрелано тело под агол θ ги определува максималната достигната височина H , времето на летање T и дострелот D

Ако брзината на истрелување на телото ја означиме со $\vec{v}$, а аголот на елевација со θ , тогаш компонентите на векторот на брзината по оските x и y можат да се определат со равенките:

$$v_y = v \sin \theta \quad \text{и} \quad v_x = v \cos \theta \quad (2.44)$$

Запомни: Траекторијата на косиот истрел е комбинација на две движења, едно е движењето на тело истрелано вертикално нагоре со почетна брзина v_y , а другото е движење во хоризонтален правец со константна брзина v_x .

Со други зборови, телото истрелано вертикално нагоре со брзина v_y ќе дојде до истата височина и за истото време како и некое друго тело истрелано под агол θ и брзина v .

Бидејќи времето потребно телото да ја достигне највисоката точка е еднакво на времето потребно да падне на истото место на Земјата, може да се примени равенката за слободно паѓање:

$$v_y = g t. \quad (2.45)$$

Со замена на равенката за v_y во последната равенка добиваме:

$$t = \frac{v_y}{g} = \frac{v \sin \theta}{g}. \quad (2.46)$$

Бидејќи t е времето на качување или времето на паѓање на телото, вкупното време на летање ќе биде $2t$. Поради тоа, времето на летање T може да се определи со равенката:

$$T = \frac{2 v \sin \theta}{g}. \quad (2.47)$$

За определување на височината H се користи равенката за слободно паѓање што ги поврзува брзината и височината:

$$v_y^2 = 2gH, \quad (2.48)$$

Решавајќи ја оваа равенка по H , добиваме:

$$H = \frac{v_y^2}{2g}. \quad (2.49)$$

Ако во равенката (2.49) се замени изразот за брзината $v_y = v \sin \theta$ од равенката (2.44), за максималната височина се добива равенката:

$$H = \frac{v^2 \sin^2 \theta}{2g}. \quad (2.50)$$

Бидејќи движењето по хоризонталата кај косиот истрел претставува рамномерно праволиниско движење, за дострелот D може да се користи равенката за пат $H = v t$. Со замена на H со D , v со $v \cos \theta$ и t со вкупното време на летање T од равенката (2.47) добиваме:

$$D = v \cos \theta \cdot \frac{2 v \sin \theta}{g}$$

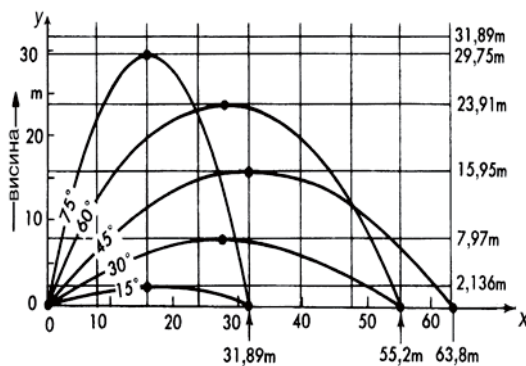
или

$$D = \frac{2 v^2 \sin \theta \cos \theta}{g}. \quad (2.51)$$

За да се напише оваа равенка во друг облик, се користи тригонометриската релација $2\sin\theta\cos\theta = \sin 2\theta$, при што ја добиваме следната равенка за дострел:

$$D = \frac{v^2}{g} \sin 2\theta. \quad (2.52)$$

Од оваа равенка може да се види дека при дадена почетна брзина на истрелување на телото под агол θ во однос на хоризонтот дострелот е максимален кога $\sin 2\theta$ има максимална вредност. Со оглед на тоа што синусот за агол од 90° има максимална вредност 1, аголот θ при кој дострелот кај косинусот истрел има максимална вредност изнесува 45° (сл. 2.20).



Сл. 2.20. График што го прикажува обликот на траекториите на тела истрелани под различни агли на елевација. Почетната брзина телата изнесува 25 m/s

Пример 11. Топче за безбол е исфрлено со брзина од 25 m/s под агол на елевација од 65° . Да се пресметаат: а) времето на летање, б) максималната достигната височина и в) дострелот на топчето.

Решение: Дадени се вредностите за почетната брзина $v = 25$ m/s, аголот $\theta =$

65° и $g = 9,81$ m/s². а) За да се пресмета времето на летање T , директно заменуваме во равенката (2.47):

$$T = \frac{2v \sin \theta}{g} = \frac{2 \cdot 25 \cdot 0,9063}{9,81} = 4,62 \text{ s}.$$

б) Максималната достигната височина H се добива со замена на познатите величини во равенката (2.50):

$$H = \frac{(v \sin \theta)^2}{2g} = \frac{(25 \cdot 0,9063)^2}{2 \cdot 9,81} = 26,17 \text{ m}.$$

в) Дострелот се пресметува од равенката (2.52):

$$D = \frac{v^2}{g} \sin 2\theta = \frac{(25)^2}{9,81} \cdot 0,766 = 48,9 \text{ m}.$$

☒ Прашања и задачи

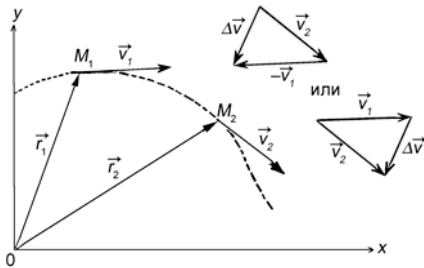
1. Кое движење на телата се нарекува слободно паѓање?
2. Вреќа со песок, исфрлена како баласт од еден балон за летање, удира на земја со брзина 100 m/s. На која височина се наоѓа балонот? [Одговор: 509,7 m.]
3. Колкаво е времето на искачување на едно тело при вертикален истрел споредено со неговото време на паѓање?
4. Една стрела, исфрлена вертикално нагоре, достигнува височина од 99,2 m. Со која брзина стрелата го напушта лакот? [Одговор 44,1 m/s.]
5. Од кои две движења е составен хоризонталниот истрел?
6. Пожарникар, кој се наоѓа 18 m над земја, исфрла хоризонтален млаз вода со брзина од 18 m/s. Најди ги: а) времето потребно водата да удри на земја, б) изминатото хоризонтално растојание. [Одговор: а) 1,92 s, б) 34,51 m.]

7. Од кои две движења се состои косиот истрел?
8. Стрела е исфрлена во воздух со брзина од 46 m/s под агол на елевација од 70°. Најди

ги: а) нејзиното време на летање, б) максималната постигната височина и в) нејзиниот дострел. Направи дијаграм како на сл. 2.2 [Одговор: а) 8,63 s, б) 91,2 m, в) 132,8 m.]

2.6. КРИВОЛИНИСКО ДВИЖЕЊЕ

Да го разгледаме движењето на материјалната точка M_1 по криволиниска патека прикажано на сликата 2.21.



Сл. 2.21. Криволиниско движење

Во моментите t и $t + \Delta t$ нејзините брзини се $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$, соодветно. Во положбите M_1 и M_2 тие се разликуваат по големина, правец и насока. Нивната векторска разлика ја дава промената на брзината во определен временски интервал, т.е. го дава векторот на промена на брзината:

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 \quad (2.53)$$

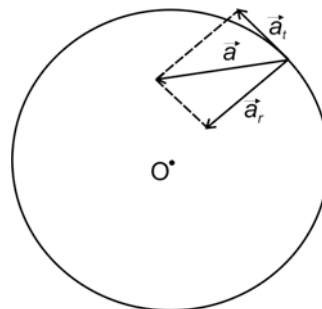
Односот помеѓу векторот на промена на брзината $\Delta \vec{v}$ и временскиот интервал за кој таа промена настанала го дава *средното забрзување* на точката M_1 , т.е.

$$\vec{a}_{sr} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}. \quad (2.54)$$

Векторот $\vec{a}_{sr}$ има ист правец и насока како и векторот $\Delta \vec{v}$, но различен интензитет, бидејќи Δt е скаларна величина поголема од нула.

Ако Δt се стреми кон нула, тогаш $\Delta \vec{v}$ ќе се стреми кон некоја точно определена вредност, па забрзувањето практично се однесува на даден момент од времето t и се нарекува *моментно забрзување*.

Запомни: Забрзувањето при променливо криволиниско движење е составено од две компоненти $\vec{a}_r$ и $\vec{a}_t$ (сл. 2.22). Компонентата $\vec{a}_r$ се вика радијално или нормално забрзување и настанува поради промена на брзината по правец. Компонентата $\vec{a}_t$ се вика тангенцијално забрзување и се јавува поради промена на брзината по интензитет.



Сл. 2.22. Забрзување при криволиниско движење

Равенката за вкупното забрзување се добива од вкупната промена на векторот на брзината $\Delta \vec{v}$. Од равенката (2.54) следува дека векторот на забрзувањето може да се определи со равенката:

$$\begin{aligned}\Delta \vec{v} &= \Delta \vec{v}_t + \Delta \vec{v}_r \quad \Bigg/ \cdot \frac{1}{\Delta t} \\ \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} &= \frac{\Delta \vec{v}_t}{\Delta t} + \frac{\Delta \vec{v}_r}{\Delta t} \\ \vec{a} &= \vec{a}_t + \vec{a}_r.\end{aligned}\quad (2.55)$$

Големината на векторот на забрзување, т.е. неговиот модул, изнесува:

$$a_{sr} = \sqrt{a_t^2 + a_r^2}.\quad (2.56)$$

Аголна брзина и линиска брзина при рамномерно кружно движење. Ако телото се движи рамномерно по кружна патека, брзината со која телото врши кружно движење се вика *аголна брзина*. Бројот на целите завртувања што ги врши телото во единица време се вика *фреквенција* и се означува со буквата f .

На пример, едно тркало може да има фреквенција од 10 завртувања во секунда. Ова е еквивалентно на фреквенција од 600 завртувања во минута (600 врт/min) и фреквенција од 36.000 завртувања на час.

Мерна единица за фреквенција е 1 Hz (херц), што претставува број на завртувања во 1 секунда:

$$1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}.$$

Времето потребно да се изврши едно цело завртување се нарекува *период на завртување* T .

Фреквенцијата на завртување е дефинирана како реципрочна вредност од периодот T , односно:

$$f = \frac{1}{T}.\quad (2.57)$$

При формулацијата на механичките закони понекогаш е згодно изразување на кружното движење во радијани, а не во степени или завртувања. *Радијан* (rad) е единица за мерење агли, како што е центиметарот за мерење должини. Тој се дефинира како агол зајворен од кружен лак чија должина е еднаква на радиусот на кружницата.

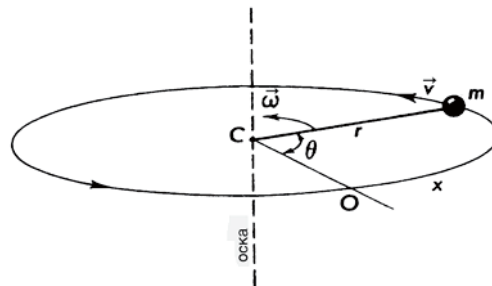
Со оглед на тоа што целиот периметар на кружницата е еднаков на производот од 2π и радиусот r , една кружница содржи 2π радијани. Значи:

$$2\pi \text{ радијани} = 360^\circ.$$

Аголот θ изразен во радијани помеѓу две точки на периметарот на кружницата е даден со должината на лакот помеѓу две точки x поделен со радиусот r (сл. 2.23). Со други зборови:

$$\theta = \frac{x}{r}.\quad (2.58)$$

Со мерењето на агли во радијани се поедноставуваат сите формули за кружното движење. Како пример да ја разгледаме брзината на камен кој е заврзан на крајот од едно јаже со коешто се врти во хоризонтална рамнина (сл. 2.23).



Сл. 2.23. Илустрација за кружно движење

Векторот на аголна брзина на тело што врши кружно движење се дефинира како агол на завртување поделен со изминатото време:

$$\text{аголна брзина} = \frac{\text{агол на завртување}}{\text{изминато време}},$$

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}.$$

Аголот на завртување $\Delta\theta$ е еднаков на $\theta_2 - \theta_1$, а изминатото време на вртење Δt е еднакво на $t_2 - t_1$. Интензитетот на аголната брзина може да се прикаже:

$$\omega = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}. \quad (2.59)$$

Ако $\theta_1 = 0$ и $t_1 = 0$, оваа равенка го добива обликот:

$$\omega = \frac{\theta}{t} \quad (2.60)$$

и може да се спореди со соодветната дефиниција за линиска брзина, $v = x/t$.

Аголната брзина ω соодветствува со линиската брзина v , а аголното поместување θ соодветствува со линиското поместување x . Ако θ се мери во радијани и t во секунди, аголната брзина ω ќе има единица радијани во секунда (rad/s).

Пример 12. Камен е врзан на крајот од едно јаже со должина 0,5 m и се врти во хоризонтална рамнина така што прави 8 завртувања во 2 s. Најди ја аголната брзина со која се врти каменот!

Решение: Бидејќи 1 завртување = 2π радијани, 8 завртувања се еквивалентни на $8 \cdot 2\pi = 50,3 \text{ rad}$.

Со директна замена во равенката (2.60):

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

се добива:

$$\omega = \frac{50,3 \text{ rad}}{2 \text{ s}} = 25,15 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

За да се најде линиската брзина на каменот што се движи по кружна патека, треба да се употреби равенката (2.58) и од неа да се изрази линиското поместување x и аголната брзина ω .

Решавајќи ја равенката (2.58) по x , добиваме: $x = \theta \cdot r$. Овој израз се заменува во равенката за линиската брзина

$v = \frac{x}{t}$ и се добива:

$$v = \frac{\theta \cdot r}{t}. \quad (2.61)$$

Од друга страна, ја земаме во предвид равенката $\omega = \theta/t$, па со замена во равенката (2.61) се добива израз за линиската брзина изразена преку аголната брзина:

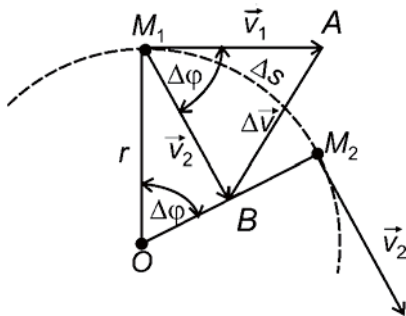
$$v = \omega \cdot r \quad (2.62)$$

Забележуваме дека сите равенки меѓусебно се надоврзуваат и дека радијанот како единица нема димензии. Радијанот е однос помеѓу две должини и затоа има иста вредност во сите системи на мерни единици.

Центријетално забрзување на материјална точка. Движењето на материјална точка по круг со брзина со постојан интензитет се нарекува рамномерно

крочно движење. Притоа големината на забрзувањето е константна, па брзината се менува само по правец.

Нека материјална точка поминала пат што одговара на лакот $M_1M_2 = \Delta s$ како дел од кругот со радиус r за време Δt , како што е прикажано на сликата 2.24. Промената на брзината само по правец ќе биде $\Delta \vec{v}$, затоа што брзините по големина се исти, т.е. $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$. Векторот $\vec{v}$ се завртел за агол $\Delta\varphi = \angle M_1OM_2$. Од геометријата и од равенката (2.58) покажавме дека аголот може да се изрази преку должината на лакот и радиусот $\Delta\varphi = \frac{\Delta s}{r}$.



Сл. 2.24. Центрипетално забрзување

За да го најдеме забрзувањето, треба да ја пресметаме промената на брзината. Од рамнокракиот триаголник M_1AB со основа $|\Delta \vec{v}|$ за мали агли $\Delta\varphi$, т.е. за мала вредност на Δt , важи:

$$\Delta v = v \Delta\varphi = v \cdot \frac{\Delta s}{r}, \quad (2.63)$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{r} \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad (2.64)$$

$$a = a_r = \frac{v^2}{r}. \quad (2.65)$$

Добиеното забрзување е вектор насочен нормално на брзината. Затоа при рамномерно кружно движење има само нормално забрзување кое се нарекува и *центрипетално забрзување*. Нормалното забрзување го менува само правецот на векторот на брзината.

Запомни! Забрзувањето што е поврзано со промена на правецот на брзината на материјалната точка која што се движи по кружница се вика центрипетално забрзување. Тоа секогаш е насочено кон центарот на кружницата.

✓ Прашања и задачи

1. Какви компоненти има забрзувањето при променливо криволиниско движење и од што се определени?
2. Што е аголна брзина? Каква е нејзината врска со линиската брзина?
3. Материјална точка ротира со 120 завртувања во минута. За колкаво време ќе направи 8 цели завртувања? [Одговор: 4 s.]
4. Како влијае нормалното забрзување на брзината при рамномерно кружно движење на материјална точка?
5. Дадена материјална точка ротира на растојание 3 m од оската на ротација со 300 завртувања во минута. Да се определи нејзиното нормално забрзување! [Одговор: 2960 m/s^2 .]
6. Ако приближно земеме дека Земјата ротира околу Сонцето по кружна патека со радиус $r = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$, со линиска брзина 30 km/s , да се најде аголната брзина и центрипеталното забрзување на Земјата! [Одговор: а) $2 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}^2$; б) $6 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$.]

РЕЗИМЕ

Кинематика е дел од механиката и го изучува движењето на телата во зависност од времето, без да ги зема предвид силите што дејствуваат на тоа тело.

Скалар претставува величина што се карактеризира само со нумеричка вредност, позитивна или негативна.

Вектор претставува величина што е определена со нумеричка вредност, правец и насока.

Скаларни величини со кои најчесто се среќаваме во физиката се: маса, време, волумен итн. Векторски величини кои вообичаено се користат во механиката се: поместување, сила, вектор на брзина, забрзување, момент на сила, вртлив момент, вектор на аголна брзина и аголен момент.

Неподвижно тело во однос на кое се разгледува движењето на друго тело се вика *референтно тело*.

Механичката состојба на телото во даден момент се определува од неговата положба и неговата брзина во однос на даден референтен систем. Механичкото движење се дели на: *транслаторно* – претставува паралелно поместување на секоја точка од телото; *вртливо (ротационо)* – кога сите точки од телото опишуваат кружници кои лежат во паралелни рамнини. Центрите на тие кружници лежат на една иста права наречена оска на ротација.

Материјална точка е тело чишто димензии и облик се занемарливо мали во однос на димензиите на просторот во кој се врши движењето.

Положбата на секоја материјална точка M во просторот може да се опре-

дели со *радиус-вектор* $\vec{r}$, кој претставува насочена отсечка што ги сврзува референтниот почеток O со положбата на материјалната точка во даден момент од времето.

Траекторија е замислена линија што материјалната точка ја опишува во просторот при своето движење. Во зависност од формата на траекторијата движењето може да биде праволиниско или криволиниско.

Должината на траекторијата меѓу две точки што лежат на неа се вика *изминат пат*. Патот е скаларна величина.

Векторска разлика меѓу два радиус-вектора $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ кои ја определуваат положбата на материјалната точка во различни моменти од времето се вика *поместување* или *вектор на поместување* $\Delta \vec{r}$.

Брзина се дефинира како промена на положбата на телото во даден временски интервал. Односот на патот и времето при рамномерно праволиниско движење секогаш е константен.

Константна брзина на движење значи дека телото изминува еднакви поместувања за еднакви временски интервали, секогаш во иста насока, по права линија.

Променлива брзина на движење значи дека за еднакви временски интервали поместувањето на телото е различно. Во такви случаи треба да зборуваме за средна брзина на движење.

Константно забрзување значи еднаква промена на брзината во еднакви временски интервали.

Односот помеѓу векторот на промената на брзината v и временскиот интер-

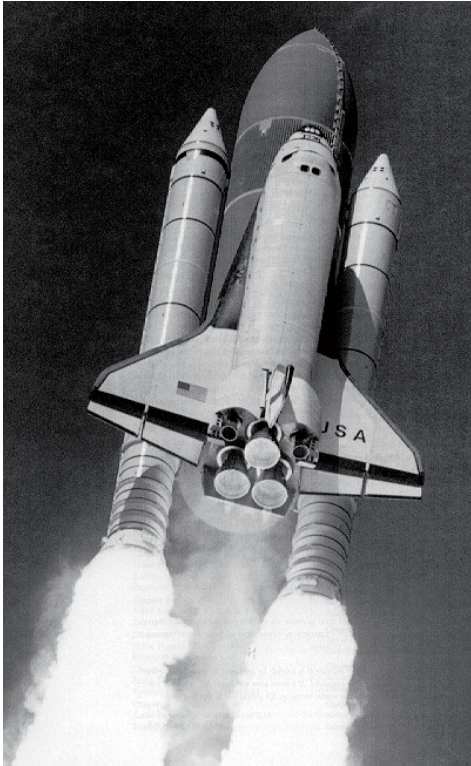
вал за кој таа промена настанала го дава *средното забрзување*.

Забрзувањето при криволиниско движење е составено од две компоненти, $\vec{a}_r$ и $\vec{a}_t$. Компонентата $\vec{a}_r$ се вика *нормално* или *радијално забрзување* и настанува поради промена на брзината по правец. Компонентата $\vec{a}_t$ се вика *тангенцијално*

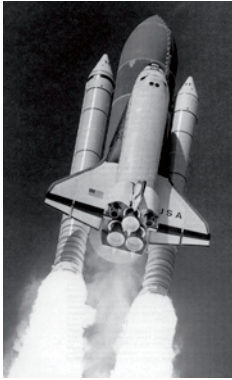
забрзување и зависи од промената на брзината по интензитет.

Компонентата $\vec{a}_r$ е секогаш насочена кон внатрешноста на кривината и го има правецот на радиусот на кривината, па затоа е наречена *радијално* или *центријетално забрзување* $\vec{a}_r$.

Да научиме повеќе: <http://www.physicslessons.com/exp1b.htm>



3. ДИНАМИКА



3.1. Прв Њутнов закон	45
3.2. Втор Њутнов закон	47
3.3. Импулс на тело и импулс на сила	48
3.4. Тежина на телата.....	49
3.5. Трет Њутнов закон.....	51
3.6. Закон за запазување на импулсот	54
3.7. Сили на триење	57
3.8. Центрифугална сила	59
3.9. Њутнов закон за гравитација	61
3.10. Движење на вештачките сателити и космички брзини.....	63
Резиме	65

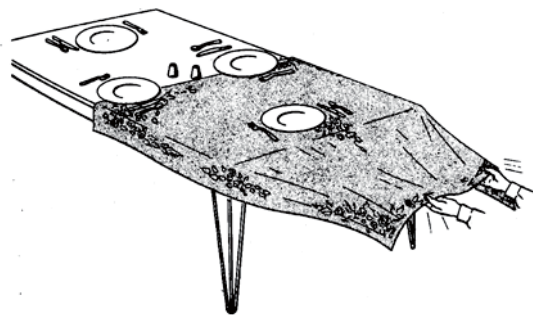
3.1. ПРВ ЊУТНОВ ЗАКОН

Во кинематиката, чии законитости ги проучувавме во претходната глава, движењето на телата се опишува без да се земаат предвид причините коишто го предизвикуваат тоа движење. Во неа дефинициите и законите се изразуваат преку физичките величини растојание (поместување), време, брзина и забрзување. Во динамиката, којашто исто така претставува дел од механиката, ќе ги проучиме токму причините што го предизвикуваат движењето на телата, а во законитостите ќе ги воведеме физичките величини *маса* и *сила*.

Исак Њутн (Isaac Newton, 1642–1727) бил првиот физичар што систематски ги вовел овие физички величини во механиката и ги формулирал основните закони за движењето на телата. Овие закони се познати како *Њутови закони* или *динамички закони*.

Првиот Њутнов закон е објавен во неговата позната книга *Principia Lex I*. Тој гласи: *Секое тело настојува да остане во состојба на мирување или рамномерно праволиниско движење сè додека некоја надворешна сила не ја промени таа состојба*.

Овој закон може да се демонстрира преку низа едноставни експерименти. Еден таков експеримент е прикажан на сл. 3.1, кога при нагло извлекување на покривката поставена на маса под чиниите и приборот за јадење не се менува нивната почетна положба.



Сл. 3.1. Покривката може да се извлече без поместување на чиниите

Друг експеримент, на сл. 3.2, прикажува мала количка која може слободно да се движи по шина.



Сл. 3.2. Шината може да се помести без да се придвижи количката

Ако шината нагло се турне налево или надесно, тркалата на количката ќе се завртат, но количката ќе се стреми да остане во состојба на мирување. Стремежот секое тело да остане во состојба на мирување се должи на својството, заедничко за сите материјални тела, наречено *инерција*.

Запомни! Инерцијата може да се дефинира како својство на телата да се одржуваат во мирување или рамномерно праволиниско движење.

Инерцијата и масата на телата се мерат со иста единица, килограм (kg). Тоа значи дека мера за инертноста на телата е всушност нивната маса. Во времето кога Њутн ја дефинирал масата како мера за инертноста на телата сите експерименти укажувале дека таа има константна вредност и не зависи од брзината на телата. Така останало сè до поставувањето на специјалната теорија на релативност од страна на Алберт Ајнштајн (Albert Einstein, 1879–1955), во којашто масата на телото зависи од неговата брзина според равенката:

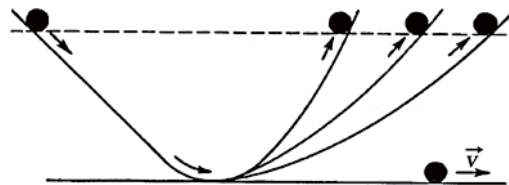
$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} . \quad (3.1)$$

Масата m се нарекува *релативистичка маса*, масата m_0 е маса на мирување, v е брзина на телото, а c е брзина на светлината во вакуум ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s).

Во претходните два експеримента беа разгледани тела што мируваат. Вториот дел на Првиот Њутнов закон се однесува на тела што се движат рамномерно праволиниски, па дефиницијата на законот, разгледуван од тој аспект, би била: *Телото што се движи рамномерно праволиниски ќе остане во таа состојба сè додека врз него не дејствува некоја надворешна сила што ќе ја промени неговата состојба*.

Оваа закономерност кај телата најпрво била забележана од Галилео Галилеј (Galileo Galilei, 1564–1642) кога го проучувал забрзувањето на телата што се јавува како резултат на Земјината гравита-

ција. Тој забележал дека топче што се тркала надолу по коса рамнина ќе стигне приближно до иста височина по друга коса рамнина, независно од нејзиниот наклон (види сл. 3.3). Тоа значи дека топчето се стреми да се врати на кој било начин во првобитната состојба. И обратно, ако топчето се пушти да се истркала по хоризонтална рамнина, тоа никогаш нема да ја достигне почетната височина, туку ќе се стреми да се тркала и понатаму сè додека не запре поради триењето помеѓу него и подлогата.



Сл. 3.3. Демонстрација на експеримент за инерција изведен од страна на Галилеј

Првиот Њутнов закон ни дава можност да дефинираме референтен систем врзан за Земјата. Тогаш движењето на секое тело што се наоѓа на Земјата можеме да го разгледуваме во однос на тој систем. Референтните системи коишто мируваат или се движат рамномерно праволиниски, а во кои важи Првиот Њутнов закон, се нарекуваат *инерцијални системи*. Според тоа можеме да сметаме дека за телата на Земјата таа претставува *инерцијален референтен систем* што мирува. Сите системи што се движат забрзано во однос на даден инерцијален референтен систем се нарекуваат *неинерцијални*. На пример, воз што се движи со забрзување по шини претставува *неинерцијален систем* за патник што седи во него, сметано во однос на референтниот систем на Земјата.

✓ Прашања и задачи

1. Која физичка величина е мера за инертноста на телата?

2. Кои системи се нарекуваат инерцијални системи?

3. Пресметај ја релативистичката маса на тело со маса $m_0 = 1 \text{ kg}$ што се движи со брзина $v = (3/4)c$ [Одговор: $4/\sqrt{7}$].

3.2. ВТОР ЊУТНОВ ЗАКОН

Вториот Њутнов закон исто така е објавен о книгата *Principia Lex I*. Тој гласи: *Кога едно тело е под дејство на константна сила, неговото резултантно забрзување е пропорционално со силата, а обратнопропорционално со неговата маса*. Вториот Њутнов закон со равенка може да се прикаже како:

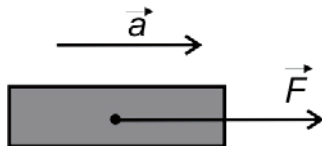
$$a = \frac{F}{m}. \quad (3.2)$$

Оваа равенка напишана во обликот:

$$F = ma, \quad (3.3)$$

претставува *основна равенка на динамиката* со која може да се опише движењето на телата. Овој израз за Вториот Њутнов закон покажува дека забрзувањето на телото секогаш е во насока на силата што дејствува врз него (сл. 3.4). Според тоа, равенката за сила можеме да ја напишаме и во векторски облик:

$$\vec{F} = m\vec{a}. \quad (3.4)$$



Сл. 3.4. Под дејство на константна сила $\vec{F}$ телото со маса m се движи со забрзување $\vec{a}$

Пример 1. Колкава е вредноста на константна сила која на тело со маса 50 kg му дава забрзување од 5 m/s^2 . Триењето помеѓу телото и подлогата да се занемари.

Решение: Познати се вредностите за масата $m = 50 \text{ kg}$ и забрзувањето $a = 5 \text{ m/s}^2$. Со директна замена во равенката (3.3) за силата добиваме:

$$F = 50 \text{ kg} \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 250 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}.$$

Во последната равенка единицата за сила е изразена преку единиците на основните физички величини должина (m), маса (kg) и време (s). Според, тоа единицата за сила, што се нарекува *њуџн* во чест на Исак Њутн, се дефинира како: *Еден њуџн е сила којашто применета на тело со маса 1 kg му дава забрзување од 1 m/s^2* .

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

✓ Прашања и задачи

1. Кој закон претставува основна равенка на динамиката?

2. Колкава е вредноста на хоризонтална сила што дејствува на тело со маса 24 kg и му дава забрзување 5 m/s^2 ? [Одговор: 120 N .]

3.3. ИМПУЛС НА ТЕЛО И ИМПУЛС НА СИЛА

Производот од масата на тело и неговата брзина се нарекува *импулс на телото* и може да се определи со равенката:

$$\vec{p} = m\vec{v}. \quad (3.5)$$

Согласно со оваа дефиниција, сите тела што се движат имаат импулс, при што тело со мала маса m што се движи со голема брзина v може да има ист импулс како и тело со голема маса m што се движи во ист правец, но со мала брзина v .

Пример 2. Тело со маса 50 kg се движи по права и рамна патека со брзина 1,5 m/s. Потоа друго тело со маса 15 kg се движи по истата патека, но со брзина 5 m/s. Колку изнесува импулсот на секое од телата?

Решение: Познати се вредностите за масите и брзините на двете тела: $m_1 = 50 \text{ kg}$, $v_1 = 1,5 \text{ m/s}$, $m_2 = 15 \text{ kg}$ и $v_2 = 5 \text{ m/s}$. Импулсот p_1 на првото тело изнесува:

$$p_1 = m_1 v_1 = 50 \text{ kg} \cdot 1,5 \text{ m/s} = 75 \text{ kg m/s},$$

а на второто тело тој има иста вредност:

$$p_2 = p_1 v_2 = 15 \text{ kg} \cdot 5 \text{ m/s} = 75 \text{ kg m/s}.$$

Вториот Њутнов закон исто така може да се дефинира и преку импулс на телото: *Промената на импулсот Δp на телото е пропорционална со силата F што дејствува на него во определен временски интервал Δt и има иста насока со дејството на силата:*

$$\Delta p = F \Delta t. \quad (3.6)$$

За да се добие равенката (3.6), потребно е десната страна од равенката (3.5) да ја помножимо и поделиме со забрзувањето што ќе го добие телото под дејство на силата F :

$$p = m a \frac{v}{a} = F t,$$

$$\Delta p = F \Delta t.$$

Дејството на сила F врз тело со маса m предизвикува забрзување, т.е. промена на неговата брзина во даден временски интервал. Согласно со Вториот Њутнов закон следува дека силата може да се претстави со равенката:

$$F = ma = m \frac{v_2 - v_1}{t}. \quad (3.7)$$

Оваа равенка се користи за решавање на задачи во кои се дадени почетната v_1 и крајната вредност v_2 на брзината на телото.

Пример 3. Автомобил со маса 2000 kg се движи со брзина 12 m/s. Колкава е вредноста на силата што ќе дејствува за време од 8 s на автомобилот, при што неговата брзина ќе се зголеми од 12 m/s на 40 m/s?

Решение: Познати се вредностите за масата $m = 2000 \text{ kg}$, брзините $v_2 = 40 \text{ m/s}$, $v_1 = 12 \text{ m/s}$ и времето $t = 8 \text{ s}$. Со директна замена во равенката (3.7) добиваме:

$$\begin{aligned} F &= 2000 \text{ kg} \frac{40 \text{ m/s} - 12 \text{ m/s}}{8 \text{ s}} = \\ &= 7000 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} = 7 \text{ kN}. \end{aligned}$$

Ако двете страни на равенката (3.7) ги помножиме со времето t , добиваме израз за физичката величина *импулс на сила*:

$$Ft = mv_2 - mv_1 \quad (3.8)$$

Запомни! *Импулс на сила претставува производ од силата и времето за кое таа дејствува.*

Кога телото почнува да се движи од мирување, т.е. $v_1 = 0$, импулсот на силата може да се пресмета според равенката:

$$Ft = mv. \quad (3.9)$$

***Пример 4.** Чекан со маса 1,5 kg, движејќи се со брзина 6 m/s, удира во клинец и го придвижува во дрво. Ако чеканот престане да се движи по 0,001 s, да се определат вредностите на импулсот на силата, силата и растојанието за кое клинецот ќе се помести во дрвото.

Решение: Дадени се вредностите за масата $m = 1,5$ kg, брзината $v = 6$ m/s и времето $t = 0,001$ s. Со директна замена на овие вредности во равенката (3.9) се добива вредноста за импулсот на силата што дејствува врз клинецот:

$$Ft = 1,5 \text{ kg} \cdot 6 \text{ m/s} = 9 \text{ kg m/s},$$

а силата изнесува:

$$F = \frac{mv}{t} = \frac{9 \text{ kg m/s}}{0,001 \text{ s}} = 9 \text{ N}.$$

За да се пресмета растојанието за кое клинецот ќе се помести во дрвото, т.е. патот што ќе го помине, потребно е да се пресмета забрзувањето што при тоа тој ќе го добие според равенката:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t}.$$

каде што v_1 е почетната брзина што ја добива клинецот, еднаква со брзината на чеканот, а брзината v_2 е еднаква на нула, бидејќи во тој момент клинецот престанува да се движи.

Растојанието за кое ќе се помести клинецот во дрвото ќе се изрази како:

$$x = \frac{at^2}{2} = \frac{v_2 - v_1}{2} t = 0,003 \text{ m}.$$

☒ Прашања и задачи

1. Во кои единици се мери импулсот на тело и импулсот на сила? Дали тие се исти?
2. Колкава треба да биде силата што ќе забрза автомобил со маса 2000 kg од брзина 5 m/s на 25 m/s за време од 5 s. [Одговор. $8 \cdot 10^3$ N.]

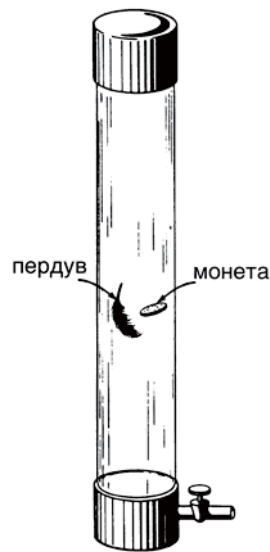
3.4. ТЕЖИНА НА ТЕЛАТА

Телата што се наоѓаат на површина-та на Земјата или во нејзина околина се изложени на сила насочена кон центарот на Земјата. Таа сила се нарекува *Земјина тежа* или *сила на тежата* и претставува привлечна сила помеѓу телата и Земјата.

Тоа е специјален случај на *заколот за гравитација*, според кој *својство на сите тела е нивно гравитационо привлекување*. За овој закон повеќе ќе зборуваме во поглавјето 3.9.

Дејството на Земјината тежа врз телата се регистрира со сила на притисок на телата врз подлогата, што се нарекува *тежина на телата*. Тежината на телото е еднаква со силата на тежата само ако телото се наоѓа во инерцијален систем, т.е. ако мирува или се движи рамномерно праволиниски во однос на Земјата. Затоа треба да се прави разлика помеѓу *силата на тежата* и *тежината на телото*.

Ако подлогата на која се наоѓа телото се отстрани, тогаш под дејство на Земјината тежа тоа почнува слободно да паѓа. Експериментално е потврдено дека сите тела во вакуум добиваат исто забрзување. Тоа може да се покаже со експериментот прикажан на сл. 3.5.



Сл. 3.5. Во вакуум пердув и монета паѓаат со исто забрзување и истовремено удираат на дното

Долга стаклена цевка, во која се наоѓаат пердув и сребрена монета, е поврзана преку вентил со вакуум-пумпа. Ако по отстранување на воздухот цевката се преврти наопаку, пердувот и сребрената

монета ќе паѓаат заедно. Кога во цилиндарот повторно се внесе воздух, пердувот ќе паѓа многу побавно од монетата. Следува дека во *описување на воздушно движење сите тела паѓаат со исто забрзување, наречено Земјино забрзување g* .

Експериментите извршени на многу места на Земјината површина покажуваат дека гравитационото забрзување не е насекаде исто. Иако овие разлики се мали и немаат влијание на решавањето на повеќето практични проблеми, тие сепак постојат и треба да се спомнат.

Општо земено, Земјиното забрзување g има најмала вредност на екваторот ($9,7804 \text{ m/s}^2$), а најголема на северниот и јужниот пол ($9,8321 \text{ m/s}^2$). Меѓународното биро за теови и мери ја прифати вредноста $9,80665 \text{ m/s}^2$ како стандард за Земјиното забрзување. Меѓутоа, за практични задачи вообичаено е да се користи вредноста заокружена е $9,81 \text{ m/s}^2$.

Значи, ако причина за слободното паѓање на телата со забрзување g е силата на тежата, т.е. тежината на телото G , тогаш според Вториот Њутнов закон тежината равенка можеме да ја напишеме како:

$$\vec{G} = m\vec{g}. \quad (3.10)$$

Векторите $\vec{G}$ и $\vec{g}$ имаат исти правец и насока, од што следува дека и Земјиното забрзување и тежината на телата с насочени кон центарот на Земјата, т.е. вертикално надолу.

Пример 5. Пресметај ја тежината на тело со маса 1 kg .

Решение: Ако во равенката (3.10) за тежина на телото се заменат неговата маса и Земјиното забрзување, добиваме:

$$G = 1 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9,81 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} = 9,81 \text{ N}.$$

Резултатот покажува дека за да се подигне тело со маса од 1 kg нагоре, потребно е да се дејствува со сила од 9,81 N. Според тоа можеме да заклучиме дека тежината и масата на телата бројчено се разликуваат една од друга за фактор еднаков на Земјиното забрзување.

***Пример 6.** Камион со маса 1500 kg стои на врвот на еден рид со 20% наклон. При моментално ослободување на сопирачките камионот почнува да се движи забрзано надолу по ридот. Да се најде: а) тежината на камионот, б) силата што го забрзува.

Решение: Дадени се следните вредности: $m = 1500 \text{ kg}$, $g = 9,80 \text{ m/s}^2$ и наклонот $\text{tg } \theta = 20\%$. Прво ќе го најдеме аголот θ .

$$\text{tg } \theta = \frac{h}{x} = \frac{20}{100} = 0,20; \theta = 11,31^\circ.$$

За тежината на автомобилот се добива:

$$G = mg = 1500 \text{ kg} \cdot 9,80 \text{ m/s}^2;$$

$$G = 14,7 \text{ N}.$$

Силата на забрзување ќе биде определена со изразот

$$F = G \sin \theta = 14,7 \text{ N} \cdot 0,1961,$$

$$F = 2,883 \text{ N}.$$

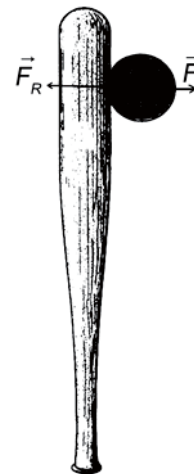
✓ Прашања и задачи

1. Како се дефинира тежината на телата?
2. Дали Земјиното забрзување има иста вредност на целата површина на Земјата?
3. Колкава е тежината на автомобил со маса 2000 kg ? [Одговор. 19,62 kN.]

3.5. ТРЕТ ЊУТНОВ ЗАКОН

Како и првите два Њутнови закони, и Третиот Њутнов закон е објавен во неговата книга Principia Lex I. Тој гласи: *Реакцијата секогаш е еднаква и спротивна на акцијата*, или, со други зборови, *силиите со кои две тела заемно си дејствуваат секогаш се еднакви по големина, имаат ист и правец, а спротивни насоки*.

Принципот на акција и реакција може да биде илустриран со пример на палка што удира топка (сл. 3.6). При ударот палката дејствува со сила $\vec{F}$ на топката, а топката дејствува со еднаква, но спротивна по насока сила $\vec{F}_R$ на палката. Силата $\vec{F}$ ѝ дава забрзување на топката надесно, додека силата $\vec{F}_R$ ја забрзува палката налево.

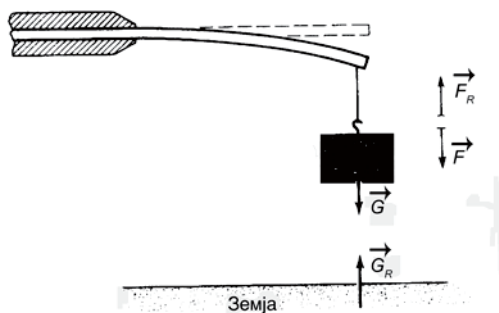


Сл. 3.6. Палката дејствува на топка со сила еднаква по големина на силата со која топката дејствува на палката

За време на ударот топката ја зголеми својата брзина, додека палката за истиот временски интервал ја намалува својата брзина. Импулсот на сила Ft од палката ѝ соопштува на топката импулс mv (види равенка 3.9).

Да го разгледаме вториот пример кога тело преку јаже е закачено за прачка, како што е прикажано на сл. 3.7. Тежината на телото $\vec{G}$ е силата со која Земјината тежа го повлекува надолу. Еднаква, но спротивна по насока е силата $\vec{G}_R$ со која телото дејствува на Земјата. Но, покрај овие две сили, телото дејствува и на јажето надолу со сила $\vec{F} = \vec{G}$, додека пак јажето го влече телото нагоре со сила на реакција $\vec{F}_R$.

Овие две сили $\vec{F}$ и $\vec{F}_R$ се сили на акција и реакција.



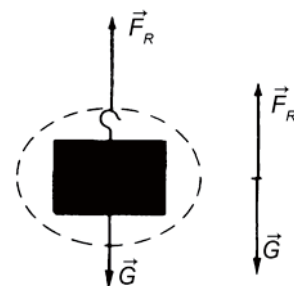
Сл. 3.7. Дијаграм што го илустрира Третиот Њутнов закон. Силите секогаш се јавуваат во парови како акција и реакција

Важно е да се напоми дека силите на акција и реакција во Третиот Њутнов закон дејствуваат секогаш на различни тела. Без оглед на тоа дали телото се нао-

ѓа во мирување или движење, состојбата на телото зависи од силите што дејствуваат врз него, а не од силите со кои тоа дејствува на друго тело. Сè додека се разгледува телото, силите со кое тоа дејствува не влијаат на неговото движење.

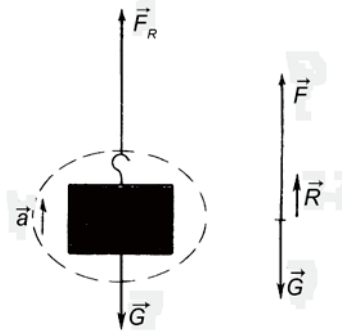
Силите на акција и реакција секогаш имаат иста природа.

Силите се векторски величини и мораат да се собираат по принципот на векторско собирање. За илустрација, телото на сл. 3.7 останува во мирување бидејќи врз него дејствуваат две еднакви и спротивно насочени сили, неговата тежина $\vec{G}$ и силата на реакцијата $\vec{F}_R$. За да се регистрираат овие сили, *телото го изолираме од сите надворешни сили*, како што е прикажано на сл. 3.8. Само оние сили што дејствуваат на телото надвор од испрекинатата линија ја одредуваат неговата состојба на движење. Земјата го влече телото со сила $\vec{G}$, додека пак јажето го влече телото со еднаква по големина сила $\vec{F}_R$, но спротивно насочена. Бидејќи телото мирува, резултантната сила мора да биде еднаква на нула.



Сл. 3.8. Сили, еднакви по интензитет, создаваат рамнотежа

Да претпоставиме дека силата $\vec{F}_R$ на сл. 3.9 е поголема од тежината на телото $\vec{G}$. Тогаш на телото ќе дејствува сила што ќе го движи забрзано нагоре. Ако векторски се соберат силите $\vec{F}_R$ и $\vec{G}$ прикажани на сл. 3.8, резултантната сила е насочена нагоре и нејзината вредност е еднаква на разликата $R = F_R - G$.



Сл. 3.9. Поради резултантна сила $\vec{R}$ телото се забрзува нагоре

Забрзувањето што ќе го има телото под дејство на резултантната сила R може да се пресмета со примена на Вториот Њутнов закон ($R = ma$):

$$F_R - G = ma. \quad (3.11)$$

Од друга страна, ако силата $\vec{F}_R$ е помала од тежината $\vec{G}$, телото ќе се движи со забрзување надолу и резултантната сила што дејствува на телото изнесува $R = G - F_R$. Повторно применувајќи го Вториот Њутнов закон, се добива:

$$G - F_R = ma \quad (3.12)$$

И во двата случаја помалата сила се одзема од поголемата за да се добие позитивен знак за забрзувањето во правецот на движење.

***Пример 7.** Еден лифт со маса 1000 kg се крева и спушта со челично јаже прицврстено на врвот. Пресметај ја силата што дејствува нагоре предизвикана од јажето кога лифтот: а) се движи нагоре со забрзување $1,5 \text{ m/s}^2$, б) се движи нагоре со константна брзина, в) се движи надолу со забрзување $1,5 \text{ m/s}^2$ и г) се движи надолу со константна брзина.

Пресметај ја тежината на телото ако лифтот се движи надолу со забрзување $9,81 \text{ m/s}^2$.

Решение: а) Познати се вредностите за масата на лифтот $m = 1000 \text{ kg}$ и неговата тежина $G = 1000 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2$. Непознатата сила F_R со којашто лифтот се движи нагоре со забрзување $1,5 \text{ m/s}^2$ може да се пресмета од равенката (3.11):

$$F_R = G + ma.$$

Со замена на вредностите на познатите физички величини се добива:

$$F_R = 1000 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 + 1000 \text{ kg} \cdot 1,5 \text{ m/s}^2$$

$$F_R = 9810 \text{ N} + 1500 \text{ N} = 11310 \text{ N}.$$

б) Бидејќи лифтот се движи нагоре со константна брзина, неговото забрзување изнесува нула ($a = 0$). Тогаш равенката $F_R - G = ma$ го има обликот:

$$F_R - G = 0 \quad \text{или} \quad F_R = G.$$

Силата што дејствува нагоре, односно силата на затегнување на јажето, е еднаква со тежината на лифтот 9800 N.

в) За решавањето на случајот кога лифтот се движи надолу со забрзување $1,5 \text{ m/s}^2$ се користи равенката (3.12). Решавајќи ја по силата F_R , добиваме:

$$F_R = G - ma,$$

а со замена на вредностите на познатите физички величини се добива:

$$F_R = 1000 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 - 1000 \text{ kg} \cdot 1,5 \text{ m/s}^2$$

$$F_R = 9810 \text{ N} - 1500 \text{ N} = 8310 \text{ N}.$$

г) Бидејќи лифтот се движи надолу со константна брзина, неговото забрзување изнесува нула ($a = 0$) и затегнувањето на јажето се должи на тежината на лифтот (9810 N).

За решавање на случајот кога лифтот се движи со забрзување $9,81 \text{ m/s}^2$ надолу се користи равенката (3.12). Решавајќи ја по силата F_R , добиваме:

$$F_R = G - ma,$$

а со замена на вредностите на познатите физички величини се добива:

$$F_R = 1000 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 - 1000 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$F_R = 9810 \text{ N} - 9810 \text{ N} = 0 \text{ N}.$$

Овој резултат покажува дека силата во јажето изнесува нула, т.е. како на него воопшто да не дејствува тежината на лифтот. Тоа значи дека при услови кога лифтот слободно паѓа (се движи надолу со Земјино забрзување $g = 9,81 \text{ m/s}^2$), тој се наоѓа во *бестежинска состојба*.

✓ Прашања и задачи

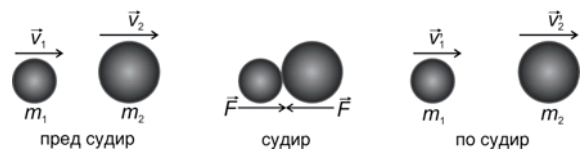
1. Како гласи Третиот Њутнов закон?
2. Тело со маса 1 kg стои на подлога. Колкава е силата на акција и реакција во овој случај? [Одговор: 9,81 N.]
3. Што претставува изолиран систем?
4. Кога едно тело се наоѓа во бестежинска состојба?
5. Лифт со 10 луѓе има вкупна маса 1500 kg. Најди ја силата на затегање во јажињата што го влечат лифтот кога тој: а) мирува, б) се качува со забрзување $0,6 \text{ m/s}^2$ и в) се спушта со истото забрзување. [Одговор: а) $1,47 \cdot 10^4 \text{ N}$; б) $1,56 \cdot 10^4 \text{ N}$; в) $1,38 \cdot 10^4 \text{ N}$.]

3.6. ЗАКОН ЗА ЗАПАЗУВАЊЕ НА ИМПУЛСОТ

Кога две или повеќе тела меѓусебно се судираат или кога во едно тело или систем на тела се случуваат некои внатрешни промени, секогаш прво се применува *законоџијата за запазување на импулсот*.

Законот се применува на сите појави на судири, било тие да се однесуваат на најголеми астрономски тела или на најмали честички од атомот. Овој универзален природен закон гласи: *Збирот на импулсите на телата пред судирот е еднаков на збирот на импулсите на телата по судирот*, или: *збирот на импулсите на телата пред и по судирот останува непроменет*.

Да разгледаме еден пример на судир на две топки прикажан на сл. 3.10.



Сл. 3.10. Збирот на импулсите на две тела пред судирот е еднаков на збирот на импулсите по судирот

Пред судирот телото со маса m_1 се движи со брзина v_1 и има импулс $m_1 v_1$, телото со маса m_2 се движи со брзина v_2 и

има импулс $m_2 v_2$. Бидејќи телата се движат во иста насока, збирот на нивните импулси пред судирот е еднаков на $m_1 v_1 + m_2 v_2$. По судирот брзините на телата со маси m_1 и m_2 се променети и изнесуваат v'_1 и v'_2 , соодветно. Збирот на импулсите на телата по судирот е еднаков на $m_1 v'_1 + m_2 v'_2$. Од законот за запазување на импулсот следува дека:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2. \quad (3.13)$$

При судир на две тела се јавуваат две еднакви, но спротивни по насока сили: една е силата со којашто телото со маса m_1 дејствува на телото со маса m_2 , а друга е силата со која телото со маса m_2 дејствува на телото со маса m_1 . Овие две еднакви по големина, но спротивни сили, според Третиот Њутнов закон претставуваат пар на акција и реакција. Секоја сила дејствува во еднаков мал временски интервал, при што двете тела дејствуваат со еднакви импулси на сила. Тоа може да се напише со равенката:

$$Ft = -Ft. \quad (3.14)$$

Според Вториот Њутнов закон, изразен преку равенката (3.8), вредноста на импулсот на сила е еднаква со промената на импулсот на телото. Или, применето за телата од сл. 3.10, за телото со маса m_1 равенката (3.8) може да се напише како:

$$Ft = m_1 v'_1 - m_1 v_1. \quad (3.15)$$

За телото со маса m_2 равенката (3.8) изнесува:

$$Ft = m_2 v'_2 - m_2 v_2. \quad (3.16)$$

Ако равенките (3.15) и (3.16) се заменат во равенката (3.14), го добиваме

законот за запазување на импулсот, т.е. равенката (3.13):

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2.$$

Едното тело добива онолку импулс колку што другото тело губи. Со други зборови, збирот на импулсите останува константен.

Пример 8. Топка со маса 5 kg, движејќи се со брзина 20 m/s, се судира со друга топка со маса 10 kg, којашто се движи по иста линија со брзина 10 m/s. По судирот првата топка сè уште се движи во иста насока, но со брзина од 8 m/s. Да се пресмета брзина на втората топка по судирот.

Решение: Дадени се вредностите на масите на топките $m_1 = 5$ kg, $m_2 = 10$ kg, нивните брзини пред судирот $v_1 = 20$ m/s и $v_2 = 10$ m/s, како и брзината на првата топка по судирот $v'_1 = 8$ m/s. Со директна замена во равенката (3.13) се добива:

$$(5 \text{ kg} \cdot 20 \text{ m/s}) + (10 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}) = (5 \text{ kg} \cdot 8 \text{ m/s}) + (10 \text{ kg} \cdot v'_2)$$

$$200 \text{ kg m/s} = 40 \text{ kg m/s} + 10v'_2$$

$$v'_2 = 16 \text{ m/s}.$$

По судирот втората топка има брзина 16 m/s.

Интересен експеримент што го илустрира законот за запазување на импулсот може да се изведе со девет топки поставени на шина, како што е прикажано на сл. 3.11. Кога една топка се тркала кон другите, таа ќе биде запрена од судирот со нив, при што топката на другиот крај ќе се отркала со иста брзина. Ако се тркалаат две топки, како на сликата, од другиот крај ќе се отркалаат две топки;

ако се тркалаат три, ќе се отркалаат три топки итн.

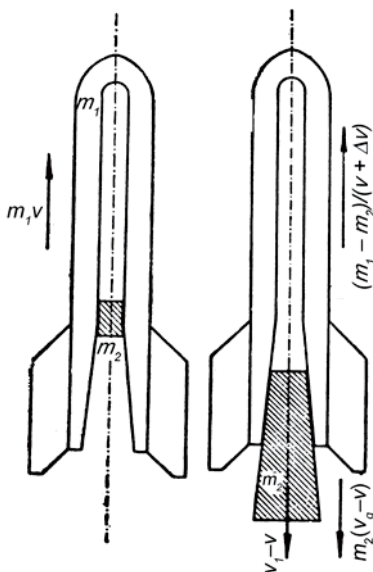


Сл. 3.11. Експеримент што го илустрира законот за запазување на импулсот

*Пример 9. Движење на ракетата

Една од примените на законот за запазување на импулсот има при движењето на ракетата. Имено, во ракетата определено количество гориво согорува така што се образува силен и брз млаз гасови коишто излегуваат од задниот отвор (сл. 3.12). Тие создаваат реакција што ја движи ракетата напред.

Ако масата на ракетата со горивото е m_1 , масата на горивото е m_2 , а нејзината брзина е v , тогаш импулсот на ракетата изнесува $m_1 v$.



Сл. 3.12. Закон за запазување на импулсот применет при движење на ракетата

По согорувањето на гасовите со маса m_2 , тие добиваат брзина v_g и ја зголемуваат брзината на ракетата за Δv , а нејзината маса ќе се намали за масата на согореното гориво m_2 . Од законот за запазување на импулсот следува равенката:

$$(m_1 - m_2)(v + \Delta v) = m_1 v + m_2(v_g - v)$$

или

$$(m_1 - m_2)\Delta v = m_2 v_g.$$

Ако исфрлувањето на гасовите се врши постојано со константна брзина v_g , тогаш односот на исфрлената маса гас и времето $(\Delta m_2 / \Delta t)$ е константен. Силата F со која ракетата се движи напред, според Вториот Њутнов закон може да се определи од равенката:

$$F \Delta t = \Delta m_2 v_g \quad \text{или} \quad F = \frac{\Delta m_2}{\Delta t} v_g.$$

Од втората равенка се гледа дека големината на силата што ќе ја движи ракетата зависи од исфрлената маса гас во единица време и од брзината на исфрлањето на гасовите.

За да се овозможи согорување на гасовите од ракетата, потребно е да има кислород. Поради тоа, кога движењето на ракетите се одвива во безвоздушен простор, мора ракетите да имаат гориво и кислород. Млазните мотори на современите авиони работат на исти принцип само што за согорување се користи атмосферскиот воздух.

✓ Прашања и задачи

1. При решавање на кои проблеми го применуваме законот за запазување на импулсот?
2. Момче со маса 50 kg скокнува од чамец во езерото со брзина 20 m/s. Ако чамецот има маса 100 kg, колкава брзина ќе добие тој при скокањето на момчето? [Одговор: 10 m/s.]

3.7. СИЛИ НА ТРИЕЊЕ

Досега опишаните експерименти и решените задачи беа разгледувани во идеални услови кога триењето, вклучувајќи го и отпорот на воздухот, беа занемарени. Бидејќи триењето постои, а во некои случаи не може да се занемари, неговото воведување станува неопходност во решавањето на многу проблеми.

Кога се користи сила за поместување на тешка кутија по под или кога автомобил со дефект се влече по прав и рамен пат, поради триењето што постои помеѓу подлогата и кутијата (автомобилот), нивното забрзување не може да се пресмета со равенката

$$F = ma.$$

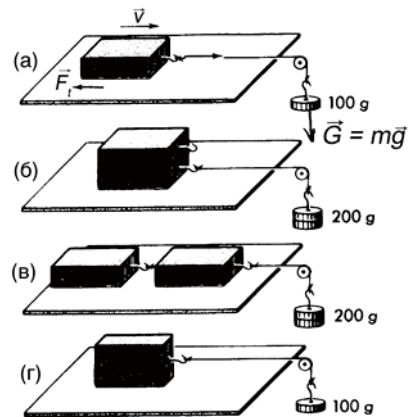
Кога едно тело се лизга врз друго, секогаш меѓу нив се јавуваат сили на триење што му се спротивставуваат на движењето. Познато е дека две површини од ист материјал покажуваат поголемо триење отколку површини од различни материјали. Ова е една од причините зошто лежиштата на машините често се прават од еден метал, на пример бронза, додека нивните вртливи делови се направени од друг метал, на пример челик.

Експериментите покажале дека телото за да почне да се лизга, потребна е сила поголема од онаа што е потребна да го одржи во движење. Со други зборови, *статичкото триење*, кое се нарекува и *почетно триење*, е поголемо од триењето при движење (*кинетичко триење*). Кога телото ќе почне да се движи, силата на триење при лизгање само малку се зголемува со зголемување на брзината, а потоа станува константна.

Општ заклучок е дека секаде каде што има движење постои триење. Трие-

њето се јавува како *триење при лизгање* и *триење при тркалање*. Триењето при лизгање и тркалање се јавува при движење на тврди тела.

На сл. 3.13 е прикажан експеримент што ќе ни овозможи да ја определиме големината на триењето при лизгање.



Сл. 3.13. Триењето при лизгање е пропорционално на нормалната сила со која површините заемно дејствуваат една на друга и не зависи од нивната допирна површина

На сл. 3.13(a) е прикажано дрвено тело со маса 500 g, кое е влечено по рамнината со константна брзина од тежината $\vec{G}$ на тегот со маса 100 g. Користењето на толкава вредност за влечна сила е утврдено со вршење повеќе проби и прикачување на тегови со различни маси. Тег со маса поголема од 100 g би го забрзувало движењето на телото, додека помала маса од 100 g нема да го придвижи. Движејќи се со константна брзина, тежината $\vec{G}$ на тегот е во рамнотежа со силата на триење при лизгање $\vec{F}_t$.

Потоа врз телото е додадено уште едно исто тело со маса 500 g, како на сл. 3.13(б). Силата потребна за влечење на двете тела со константна брзина се добива кога масата на закачените тегови изнесува 200 g. Ако се додаде трето тело, а потоа и четврто, за нивно влечење ќе биде потребна маса на тегови од 300 g и 400 g, соодветно. Од овие резултати може да се изведе следниот заклучок: *Силата на триење при лизгање F_t е пропорционална на вкупната сила што дејствува на телото надолу, т.е. нормалната сила $\vec{F}_n = \vec{G}$. Таа секогаш има истиот правец со правецот на движење, а спротивна насока (види сл. 3.9).*

$$F_t \sim F_n. \quad (3.17)$$

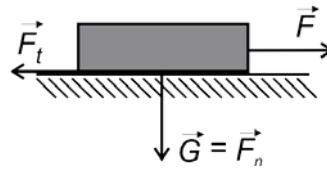
Кога двете тела од случајот (б) се постават едноподруго, како на сл. 3.13(в), силата на триење сè уште е еднаква на тежината наеговите со вкупна маса од 200 g.

Потоа, ако врз рамнината се остави само едно тело, но во друга положба, (сл. 3.13(г)), тежината на тег со маса 100 g е доволна за негово движење со константна брзина. Од овие експерименти може да се донесе следниот заклучок: *Силата на триење при лизгање не зависи од големина на допирната површина помеѓу телото и подлогата, туку, само од вкупната нормална сила што дејствува на него (сл. 3.14).*

Воведувајќи константа на пропорционалност равенката (3.17) за силата на триење ќе го добие обликот:

$$F_t = \mu F_n, \quad (3.18)$$

каде што μ претставува *коэффициент на триење при лизгање*. Тој претставува бездимензионална величина со вредности помали од единица.



Сл. 3.14. Силата на триење секогаш има спротивна насока од влечната сила $\vec{F}$

Пример 10. Колкава сила е потребна за влечење на кутија од 60 kg по мазен дабов под? Коэффициентот на триење помеѓу кутијата и подот изнесува 0,55.

Решение: Нормалната сила F_n што дејствува на подот е тежината на кутијата, т.е. $F_n = 60 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 588,6 \text{ N}$.

Со замена во равенката (3.18), за силата на триење се добива вредноста:

$$F_t = 588,6 \text{ N} \cdot 0,55 = 323,73 \text{ N}.$$

Споредувањето на силата што е потребна за лизгање на една тешка кутија по земја, со силата што е потребна за движење на истата кутија поставена на мали тркала, покажува дека триењето при лизгање е многу поголемо од триењето при тркалање. Затоа на возилата се користат тркала, наместо скии, а кај некои машини се користат тркалочки наместо лизгачки лежишта.

☒ Прашања и задачи

1. Од што зависи силата на триење и каков е нејзиниот правец и насока во однос на правецот и насоката на движењето на телото?
2. Сандак со маса 100 kg се влече со сила 98,1 N по подот на една планинска куќичка. Колкав е коэффициентот на трење помеѓу сандакот и подот? [Одговор: 0,1.]

3.8. ЦЕНТРИФУГАЛНА СИЛА

Во главата 2, каде што зборувавме за движење на тело по кружница, покажавме дека забрзувањето на телото може да се разложи на две компоненти:

$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t.$$

Компонентата по правец на радиусот се нарекува радијално или центрипетално забрзување $\vec{a}_r$, а по правец на тангентата на кружницата тангенцијално забрзување $\vec{a}_t$. При кружно движење со константна брзина има само нормално забрзување, додека тангенцијалното е еднакво на нула. Овде ќе ги разгледаме силите коишто се јавуваат при рамномерно кружно движење.

На пример, кога топче закачено за конец се движи по кружна патека, како на сл. 3.15, се јавува сила со која конецот дејствува на топчето. Таа сила е насочена кон центарот на кружницата по која се движи топчето и има исти правец и насока со центрипеталното забрзување. Затоа таа сила се нарекува *центрипетална сила*.

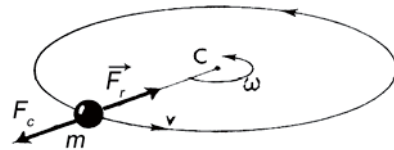
Според Вториот Њутнов закон $F = ma$, каде што забрзувањето a одговара на центрипеталното забрзување $a_r = \frac{v^2}{r}$, за центрипеталната сила се добива равенката:

$$F_r = m \frac{v^2}{r}. \quad (3.19)$$

Во нашиот пример оваа сила го затегнува конецот и предизвикува центрипетално забрзување. Ако другиот крај од конецот го држиме во рака, тогаш цен-

трипеталната сила е онаа со која нашата рака го затегнува конецот и преку него дејствува на топчето, принудувајќи го да се движи по кружницата. Меѓутоа, и топчето преку конецот дејствува на раката и се стреми раката да ја одвлече од центарот. Таа сила со која топчето дејствува на раката се нарекува *центрифугална сила* F_c (сл. 3.15). Согласно со Третиот Њутнов закон, центрипеталната и центрифугалната сила имаат еднаква големина и ист правец, а се спротивно насочени. Центрипеталната сила, како што рековме, е насочена кон центарот на кружницата по која се движи топчето, а центрифугалната сила од центарот. Тоа значи дека равенката по која може да се определи вредноста на центрифугалната сила е иста со онаа за центрипетална:

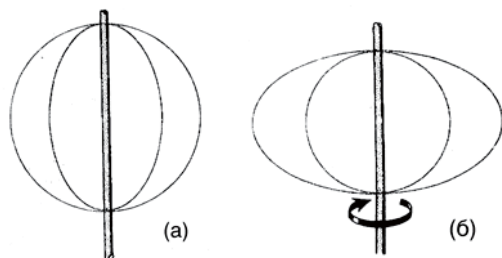
$$F_r = F_c = m \frac{v^2}{r}. \quad (3.20)$$



Сл. 3.15. Движење на топче по кружница

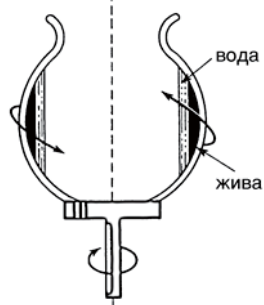
Иако за Земјата често се вели дека има форма на топка, во суштина таа е благо сплесната топка. Со прецизни мерења е утврдено дека Земјиниот дијаметар е за 45 km поголем на екваторот од оној на половите. Причината за ова сплеснување е поголемата вредност на центрифугалната сила што дејствува на екваторот од онаа на половите. Ова мо-

жеме да го илустрираме со експеримент прикажан на сл. 3.16. Два метални обрачи се закачени на вертикална прачка којашто може да ротира. Обрачите имаат правилна кружна форма (а) сè додека прачката не почне да ротира и кај нив да не се јави деформација (б).



Сл. 3.16. Сплеснување на Земјата се должи на нејзината ротација околу сопствената оска

На сл. 3.17 е прикажан сад во кој има еднаков волумен на жива и вода. Садот брзо ротира околу вертикална оска. Бидејќи тој волумен од жива има 13,6 пати поголема маса од ист волумен на вода, следува дека центрифугалната сила е 13,6 пати поголема за живата отколку за водата. Поради тоа живата го зафаќа надворешниот дел од садот, а водата внатрешниот. На овој принцип работат центрифугите, кои служат за одвојување материјали со различни густини.

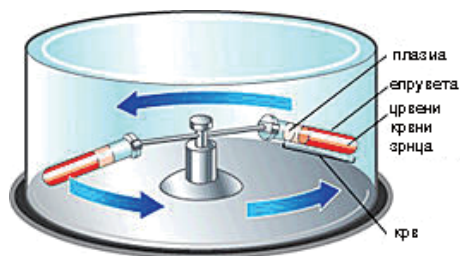


Сл. 3.17. Живата и водата ротираат во сад; живата се наоѓа во надворешноста. Центрифугалната сила е поголема за погусти супстанции

Пример 11. Центрифугална машина

Центрифугалните машини, т.е. центрифугите, денес се дел од речиси сите медицински и индустриски лаборатории и се користат за сепарирање (издвојување) на составните честички со различна маса растворени во течности. Центрифугалната машина се користи и за раздвојување на смеси од супстанции со различна густина. Исто така се користат во медицината за одвојување на крвните зрнца од плазмата.

Работата на центрифугите е прикажана на сл. 3.18. Материјалот што се сепарира се става во епрувети и потоа центрифугата се пушта да ротира со голема брзина. Како резултат на појавата на центрифугална сила настанува распределба на честичките по маса, т.е. густина, и оние со поголема маса паѓаат на дното од епруветата.



Сл. 3.18. Центрифугата ги одвојува црвените крвни зрнца од плазмата

Во зависност од фреквенцијата на ротација, т.е. од бројот на завртувања во минута, центрифугите можат да бидат *нискообртни* и *високообртни*. Нискообртните центрифуги се користат во индустријата за сепарација на честички во раствори и во медицината (сл. 3.19). Бројот на завртувања на овие центрифуги се движи помеѓу 800 и 6000 завртувања во минута.



Сл. 3.19. Фотографија на нискообртна центрифуга

Високообртните центрифуги се нарекуваат и *ултрацентрифуги* и се користат во биохемијата за сепарација на раствори од органски супстанции. Бројот на завртувања на ултрацентрифугите, во зависност од нивната намена, се движи помеѓу 40 000 и 100 000 завртувања во минута.

✓ Прашања и задачи

1. Која сила е причина за појава на центрифугалната сила?
2. Поради што се јавува деформацијата на сферната форма на Земјата?
3. Автомобил со маса од 2200 kg влегува со брзина 95 km/h во кривина со радиус 420 m. Најди ја вредноста на центрифугалната сила што дејствува на автомобилот во тој момент! [Одговор: 3647,7 N.]

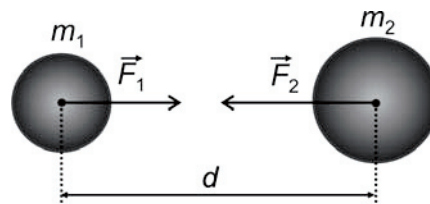
3.9. ЊУТНОВ ЗАКОН ЗА ГРАВИТАЦИЈА

Речиси секој од нас ја чул приказната за тоа како младиот Исаак Њутн, седејќи еден ден под јаболково дрво, бил удрен по главата од јаболко. Оваа случка го поттикнала Њутн на размислување за движењето на телата при слободно паѓање, за на возраст од дваесет и три години да го постави законот за гравитација.

Честопати погрешно се вели дека Њутн ја открил гравитацијата. Тоа што Њутн го открил бил општиот закон за гравитација, според кој *две тела меѓусебно се привлекуваат со сила што е пропорционална на производот од нивните маси и обратнопропорционална со квадратот на меѓусебното растојание*. Напишано алгебарски, овој закон гласи:

$$F \sim \frac{m_1 m_2}{d^2}. \quad (3.21)$$

Силите со кои се привлекуваат две тела со маси m_1 и m_2 на растојание d се прикажани на сл. 3.20.



Сл. 3.20. Гравитационо привлекување на тело со маса m_1 на друго тело со маса m_2

Телото со маса m_1 го привлекува телото со маса m_2 со сила $\vec{F}_1$, едновременно телото со маса m_2 го привлекува телото со маса m_1 со сила $\vec{F}_2$. Овие две сили се еднакви по големина, но спротивни по насока, т.е. $F_1 = F_2 = F$.

За да се добие равенка, во *законали* за *гравитација* се воведува константа на пропорционалност, којашто не зависи од природата на телата и има универзално значење. Таа се нарекува *гравитациона константа* γ . Тогаш законот за гравитација може да се напише со равенката:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{d^2}. \quad (3.22)$$

Ако силата F во Њутновиот закон за гравитација се мери во њутни, масите на телата m_1 и m_2 во килограми и растојанието d во метри, експериментално пресметаната вредност на гравитационата константа γ изнесува:

$$\gamma = 6,673231 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}. \quad (3.23)$$

Поради малата вредност на гравитационата константа γ , големината на силите на привлекување помеѓу телата во природата зависи од големината на нивната маса. *Имено, само кај небесните тела, коишто имаат големи маси, може да се забележи влијанието на гравитационото привлекување.*

Во природата сите заемни дејства помеѓу телата се остваруваат во просторот преку *физички полиња*. Гравитационото привлекување помеѓу телата се остварува во гравитационо поле, што секое тело го создава во просторот околу себе. Според Њутновиот закон за гравитација *го-*

лемината на гравитационото заемно дејство помеѓу телата што се привлекуваат зависи од големината на нивните маси.

Во услови кога едно тело со тежина mg се наоѓа на површината на Земјата, гравитационото заемно дејство помеѓу него и Земјата може да се претстави со равенката:

$$mg = \gamma \frac{mM}{R^2}, \quad (3.24)$$

каде што M е масата на Земјата, а R е нејзиниот радиус. Од равенката (3.24) можеме да го определиме Земјиното забрзување:

$$g = \gamma \frac{M}{R^2}. \quad (3.25)$$

Ова равенка укажува на фактот дека Земјиното забрзување не зависи од масата на телото.

Пример 12. Пресметај ја гравитационата сила помеѓу две тела со маси од по 1 kg, кои се наоѓаат во раце на човек на растојание од 10 cm.

Решение: Дадени се вредностите за масите на телата $m_1 = m_2 = 1$ kg, растојанието $d = 10$ cm помеѓу нив и $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$.

Тие треба да се заменат во равенката (3.22) за законот за гравитација, при што добиваме:

$$F = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2} \cdot \frac{1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ kg}}{(0,1 \text{ m})^2}$$

$$F = 6,67 \cdot 10^{-9} \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} = 6,67 \cdot 10^{-9} \text{ N}.$$

Оваа сила е премногу мала за да биде почувствувана од мускулите на рацете.

***Пример 13.** Пресметај ја гравитационата сила помеѓу: а) Земјата и Месечината и б) Сонцето и Земјата. Масите на овие небесни тела и растојанијата меѓу нив се дадени на сл. 3.21.

а) Гравитационата сила помеѓу Земјата и Месечината ќе ја пресметаме од равенката (3.14) на сличен начин како во претходната задача:

$$F = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2} \cdot \frac{7,32 \cdot 10^{22} \text{ kg} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{(3,84 \cdot 10^8 \text{ m})^2}$$

$$F = 19,77 \cdot 10^{19} \text{ N}.$$

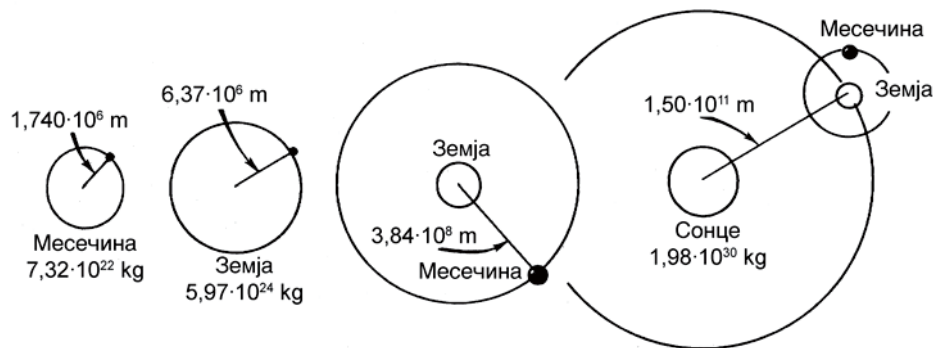
б) Гравитационата сила помеѓу Земјата и Сонцето изнесува:

$$F = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2} \cdot \frac{5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg} \cdot 1,98 \cdot 10^{30} \text{ kg}}{(1,3 \cdot 10^{11} \text{ m})^2}$$

$$F = 78,84 \cdot 10^{31} \text{ N}.$$

✓ Прашања и задачи

1. На кој начин се остваруваат заемните дејства во природата?
2. Од што зависи големината на гравитационото заемно дејство?
3. Две идентично големи челични топки со маси $2 \cdot 10^5 \text{ kg}$ се оддалечени на растојание 2 m. Најди ја гравитационата сила на привлекување помеѓу нив. [Одговор: 0,667 N.]



Сл. 3.21. Гравитационата сила ја задржува Месечината во нејзината орбита околу Земјата и Земјата во нејзината орбита околу Сонцето

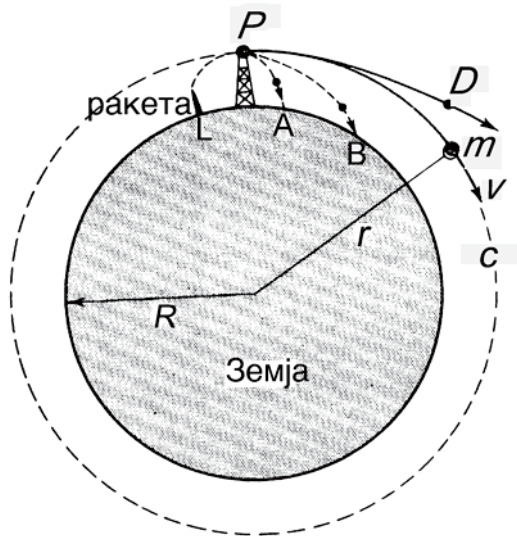
3.10. ДВИЖЕЊЕ НА ВЕШТАЧКИТЕ САТЕЛИТИ И КОСМИЧКИ БРЗИНИ

Кога некое вселенско летало полетува во орбитата на Земјата како *сателит*, почетниот правец на полетување е вертикално нагоре. Како што ракетата се оддалечува од Земјата, млазните мотори во точката Р ја насочуваат на траекторија

што во тој момент има хоризонтален вектор на брзина (сл. 3.22).

Ќе замислиме дека точката Р (точка во која ракетата добива хоризонтален вектор на брзина) е врвот на една кула висока повеќе стотици километри од кој

се лансираат проектили во хоризонтален правец.



Сл. 3.22. Исфрлувањето во хоризонтален правец од точката P со соодветна брзина вселенско летало (прва космичка брзина) може да го натера да се движи околу Земјата како нејзин вештачки сателит

Ако брзината на лансирањето е мала, проектилот ќе има приближно параболична патека и ќе падне во точката A на Земјата. Со нешто поголема брзина на лансирање проектилот ќе падне во точката B.

При уште поголема брзина лансирањот проектил ќе се движи по кружна патека со радиус r околу Земјата (оваа траекторија поминува низ точката C), т.е. станува нејзин *вештачки сателит*. Таа брзина на лансирање при која вселенското летало станува вештачки сателит на Земјата се нарекува *прва космичка брзина*. При уште поголеми брзини на лансирање вселенското летало може да се движи по елиптична траекторија околу Зем-

јата или да ја совлада гравитационата сила на Земјата и да стане вештачки сателит на Сонцето. Брзината на лансирање при која вселенското летало станува вештачки сателит на Сонцето се нарекува *втора космичка брзина*.

Услов што треба да биде задоволен за вселенско летало да кружи околу Земјата е центрифугалната сила што дејствува врз него, дадена со равенката (3.19), да биде еднаква со гравитационата сила на Земјата (види равенка (3.22)). Ако вештачкиот сателит се движи во близина на површината на Земјата, тогаш радиусот на орбитата r можеме да го сметаме за приближно еднаков на Земјиниот радиус R , додека центрифугалната сила е еднаква на тежината на телото (сателит), $G = mg$. Ако вештачкиот сателит има маса m , а масата на Земјата ја означиме со M , од условот за еднаквост на центрифугалната и гравитационата сила се добива равенката:

$$\frac{mv^2}{R} = \gamma \frac{mM}{R^2}, \quad (3.26)$$

каде што v е првата космичка брзината. Таа може да се изрази со равенката:

$$v = \sqrt{\gamma \frac{MR}{R^2}}. \quad (3.27)$$

Ако во равенката (3.27) се замени изразот (3.25) за Земјиното забрзување добиваме:

$$v = \sqrt{gR}. \quad (3.28)$$

Пример 14. Пресметај ја првата космичка брзина ако се знае дека радиусот на Земјата изнесува $R = 6370 \text{ km}$!

Решение: Првата космичка брзина ја пресметуваме со директна замена во равенката (3.28):

$$v = \sqrt{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 6370 \cdot 10^3 \text{ m}} = 7905 \text{ m/s}.$$

Вредносѝа на ѝрваѝа космичка брзина можеме ѝриближно да ја сметаме како $v = 8 \text{ km/s}$.

✓ Прашања

1. Кога лансираш проектил, станува вештачки сателит на Земјата.
2. Како се дефинира првата, а како втората космичка брзина?

РЕЗИМЕ

Првиот Њутнов закон гласи: *Секое ѝшело насѝојува да осѝане во сосѝојба на мирување или рамномерно ѝраволиниско движење сѝ додека некоја надворешна сила не ја ѝромени ѝааа сосѝојба.*

Инерцијѝаа е својсѝиво на ѝшелаѝаа да се сѝроѝивсѝаваѝи на ѝромена на нивнаѝаа сосѝојба на мирување или рамномерно ѝраволиниско движење.

Вториот Њутнов закон гласи: *Кога едно ѝшело е ѝод дејсѝиво на консѝанѝиѝна сила, неговото резулѝанѝиѝно забрзување е ѝроѝорционално со силаѝаа, а обраѝино-ѝроѝорционално со неговата маса:*

$$a = \frac{F}{m}.$$

Производот од масата на телото и неговата брзина се нарекува имѝулс на ѝшелоѝо и може да се определи со равенката:

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Имѝулс на сила ѝреѝсѝаваува ѝроизвод од силаѝаа и времето за кое ѝааа дејсѝивува.

$$Ft = mv.$$

Дејството на земјината тежа врз телата се регистрира со сила на притисок на телата врз подлогата, што се нарекува ѝтежина на ѝшелаѝаа.

Тежинаѝаа и масаѝаа на ѝшелаѝаа нумерички се разликуваѝи една од друга за факѝор еднаков на Земјиноѝо забрзување.

Третиот Њутнов закон гласи: *Реакцијаѝаа секогаѝи е еднаква и сѝроѝивна на акцијаѝаа. Или, со други зборови, силиѝе со кои две ѝшела заемно си дејсѝивуваѝи секогаѝи се еднакви ѝо големина, имаѝи исти ѝравец, а сѝроѝивни насоки.*

Збирои на имѝулсиѝе на ѝшелаѝаа ѝред судироѝи е еднаков на збирои на имѝулсиѝе на ѝшелаѝаа ѝо судироѝи, или, збирои на имѝулсиѝе на ѝшелаѝаа ѝред и ѝо судироѝи осѝанува неѝроменѝи.

Силаѝаа на ѝриеѝеѝо ѝри лизгање F_t е ѝравоѝроѝорционална на вкуѝнаѝаа сила ѝиѝо дејсѝивува на ѝшелоѝо надолу, ѝ.е. нормалнаѝаа сила $F_n = G$. Таа секогаѝи има исти ѝравец со ѝравецои на движење, а сѝроѝивна насока.

$$F_t = \mu F_n.$$

Центрифугалната сила е насочена од центарот кон кружницата по која се движи телото:

$$F_c = m \frac{v^2}{r}.$$

Њутновиот закон за гравитација гласи: *Две ѝшела меѓусебно се ѝривлекуваѝи со сила ѝиѝо е ѝроѝорционална на ѝроиз-*

водој од нивниџе маси и обрајнојпро-
порционална со квадрајној на мејусеб-
нојо расјојание.

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{d^2}.$$

– Брзината на лансирање при која
вселенското летало станува вештачки са-

телит на Земјата се нарекува *јрва кос-*
мичка брзина:

$$v = \sqrt{gR} = 8 \text{ km/s}.$$

Брзината на лансирање при која все-
ленското летало станува вештачки сате-
лит на Сонцето се нарекува *вијора кос-*
мичка брзина.

Да научиме јовеќе:

http://physicsweb.org/resources/Education/Interactive_experiments/Classical_mechanics/



4. РАБОТА И ЭНЕРГИЈА



4.1. Механичка работа	69
4.2. Моќност	72
4.3. Енергија	73
4.4. Закон за запазување на енергијата	75
Резиме	77

4.1. МЕХАНИЧКА РАБОТА

Во природата постојат повеќе видови енергија: механичка, топлинска, звучна, нуклеарна, хемиска, атомска, електрична и други. Секој вид енергија има важна улога во нашиот секојдневен живот. Во оваа глава ќе се задржиме на проучувањето на *механичката енергија*, што се јавува како резултат на движењето и заемното дејство на макроскопските тела. Енергијата претставува основен, заеднички елемент на сите облици на материјата во природата.

Физичка величина тесно поврзана со енергијата е *работата*, која што во секојдневниот живот се користи за да се опише трошењето на акумулираната енергија. Според тоа *енергијата претставува способност на телото да врши работа*.

Бидејќи енергијата најлесно се дефинира преку потрошената работа, прво ќе ја дефинираме работата, поконкретно *механичката работа*, како мера за потрошената енергија на телата.

Механичката работа A се дефинира како производ од *силата* F и *распојание* s на кое таа сила дејствува:

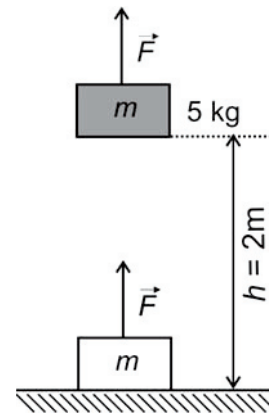
$$A = Fs. \quad (4.1)$$

Да разгледаме еден општ случај за пресметување на работа извршена при подигање тело со маса m на височина h над земја (сл. 4.1).

Според Вториот Њутнов закон ($F = ma$), силата потребна за подигање на тело на висина h е еднаква на неговата тежина $G = mg$. Ако во равенката (4.1) си-

лата F ја замениме со производот mg , за работата ја добиваме равенката:

$$A = mgh. \quad (4.2)$$



Сл. 4.1. Работата се дефинира како сила по растојание

Пример 1. Да се пресмета работата извршена за подигање на тело со маса 5 kg на височина од 3 m.

Решение: Дадени се вредностите на физичките величини: $m = 5 \text{ kg}$, $h = 2 \text{ m}$ и $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Со директна замена на вредностите на овие физички величини во равенката (4.2) добиваме:

$$A = mgh = 5 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 2 \text{ m}$$

$$A = 98,1 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}.$$

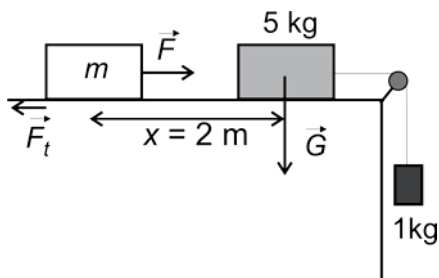
Со единицата kg m/s^2 во SI-системот на мерни единици се изразува единицата

за сила $\bar{F}_t$, па решението може да се напише и како:

$$A = 98,1 \text{ N m.}$$

Во SI-системот единицата 1 N m се нарекува *џул* (ознака J), во чест на англискиот физичар Џејмс Џул (James Joule, 1818–1889). Еден *џул е работата што ја извршува сила од еден њутн* (1 N) *на растојание од 1 метар* ($1 \text{ J} = 1 \text{ N m}$).

При лизгање на тело со маса 5 kg по хоризонтална рамнина со константна брзина на растојание од 2 m (види сл. 4.2) извршената работа нема да биде толку голема како онаа потребна да се подигне истото тело на височина од 2 m .



Сл. 4.2. При лизгање на тело се врши работа за совладување на триењето помеѓу телото и подлогата

На пример, да претпоставиме дека коефициентот на триење при лизгање за телото од сл. 4.2 изнесува $\mu = 0,25$. Силата на триење е еднаква со тежината на телото G што овде се јавува како нормална сила и може да се пресмета со равенката:

$$F_t = \mu G = 0,25 \cdot 5 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2$$

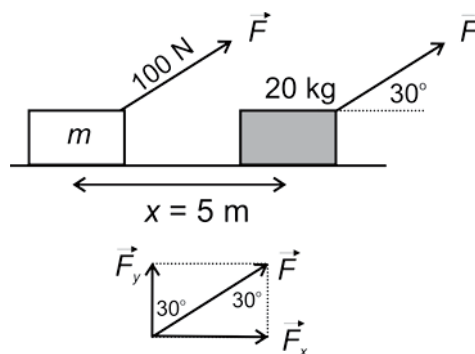
$$F_t = 12,25 \text{ N.}$$

Бидејќи телото ќе се лизга под дејство на сила од $12,25 \text{ N}$, работата што ќе ја

изврши таа сила на растојание од 2 m може да се пресмета со равенката:

$$A = F_t s = 12,25 \text{ N} \cdot 2 \text{ m} = 24,5 \text{ J.}$$

Кога сила F дејствува на тело под некој агол во однос на правецот на движење, само компонентата на силата што дејствува по правецот на движење ќе врши работа. На сл. 4.3 е прикажано тело со маса 20 kg , што се движи под дејство на сила од 100 N поставена под агол 30° .



Сл. 4.3. При пресметување на работата силата се проектира врз правецот на движење

Патот што го поминало телото изнесува 5 m . Силата F може да се разложи на две компоненти, хоризонтална F_x (по правецот на движење на телото) и вертикална F_y (по правец нормален на правецот на движење на телото). Овие компоненти на силата F можат да се пресметат со следните равенки:

$$F_x = F \cos 30^\circ = 100 \text{ N} \cdot 0,866 = 86,6 \text{ N}$$

$$F_y = F \sin 30^\circ = 100 \text{ N} \cdot 0,500 = 50,0 \text{ N.}$$

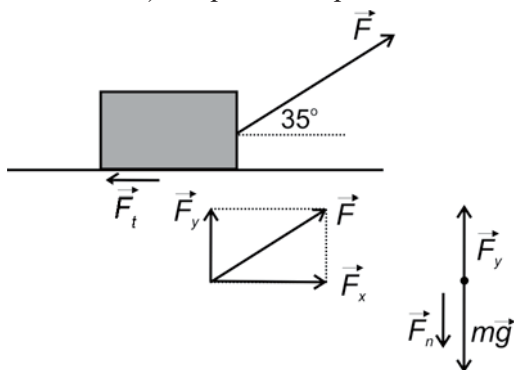
Вертикалната компонента F_y од силата не врши работа, затоа што телото

не се поместува вертикално. Во овој случај работата ќе ја врши само хоризонталната сила F_x :

$$A = F_x s = 86,6 \text{ N} \cdot 5 \text{ m} = 433 \text{ J}.$$

Иако вертикалната сила не влегува директно во пресметките на работата, таа сепак помага со подигање на телото, а со тоа го намалува триењето при лизгање.

***Пример 2.** Ковчег со маса 100 kg се влече по под на растојание 20 m со рачка којашто формира агол θ од 35° со хоризонталата (види сл. 4.4). Ако коефициентот на триење при лизгање изнесува $0,25$, да се определат: а) силата со која се влече ковчегот и б) извршената работа.



Сл. 4.4. При лизгање на ковчег по под се врши работа

Решение: Силата F се разложува на две компоненти, по правецот на движење и нормално на него:

$$F_x = F \cos 35^\circ = 0,819F \quad (4.3)$$

$$F_y = F \sin 35^\circ = 0,574F \quad (4.4)$$

За да се најде силата на триење ($F_t = \mu F_n$), треба да ја определиме нормалната сила F_n . Таа претставува резултанта од две сили коишто дејствуваат на

ковчегот: неговата тежина mg и F_y којашто дејствува вертикално нагоре:

$$F_n = mg - F_y,$$

па силата на триење ќе изнесува:

$$F_t = \mu F_n = 0,25(mg - F_y).$$

За да се совлада триењето и ковчегот да се лизга, компонентата F_x мора да биде поголема или барем еднаква на силата на триење F_t :

$$F_x = 0,25(mg - F_y). \quad (4.5)$$

Со замена на компонентите F_y и F_x од реалциите (4.3) и (4.4) во (4.5) се добива:

$$0,819F = 0,25mg - 0,25 \cdot 0,574F.$$

Членовите коишто ја содржат силата F се собираат, а потоа се заменуваат вредностите за m и g :

$$0,819F = 0,25 \cdot 100 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2.$$

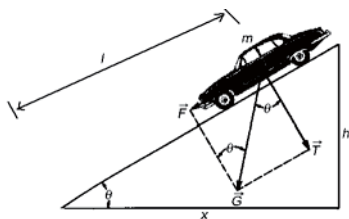
Следува дека силата што ќе врши работа при влечењето на ковчегот од условот под а) изнесува:

$$F = 254,4 \text{ N}.$$

Решението под б) за извршената работа $A = F_x s$ изнесува:

$$A = 0,819 \cdot 254,4 \text{ N} \cdot 20 \text{ m} = 4167 \text{ J}.$$

***Пример 3.** Еден автомобил со маса $m = 1 \text{ t}$ се наоѓа на рид со 50% стрмнина (сл. 4.5). Таква стрмнина се добива кога на хоризонтално растојание $x = 100 \text{ m}$ има вертикален пораст $h = 50 \text{ m}$. Да се пресмета работата што ќе ја изврши автомобилот кога ќе се движи од почетокот до крајот на ридот.



Сл. 4.5. Автомобил се спушта по ридот со константно забрзување

Решение: Аголот θ на наклонот е даден со равенката:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{h}{x},$$

и за стрмнина од 50% има вредност:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{50 \text{ m}}{100 \text{ m}} = 0,5,$$

што одговара на агол $\theta = 26,56^\circ$.

Патот l што ќе го помине автомобилот, движејќи се по ридот може да се пресмета според Питагорината теорема:

$$l = \sqrt{h^2 + x^2} = 111,8 \text{ m}.$$

За да ја најдеме силата со која автомобилот се забрзува, го разложуваме векторот на тежината на автомобилот $\vec{G} = m\vec{g}$ на две компоненти, $\vec{F}$ и $\vec{T}$, една паралелна и една нормална на стрмнината. Забележуваме дека двата правоаголни триаголници што ги формираат сили-

те имаат ист агол θ , а компонентите на силата се дадени со равенките:

$$F = G \sin \theta,$$

$$T = G \cos \theta.$$

Компонентата $\vec{F}$ е силата која му го дава забрзувањето на автомобилот, а компонентата $\vec{T}$ го притиска автомобилот на наклонетата рамнина, со што повеќе го отежнува неговото движење отколку што помага во движењето надолу. Тогаш работата ($A = F l$) што ќе ја изврши автомобилот под дејство на силата F на патот l може да се пресмета од равенката:

$$A = G \sin \theta l = m g l \sin \theta.$$

Ако величините од равенката се заменат со нумеричките вредности, извршената работа изнесува:

$$A = 1000 \text{ kg } 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} 111,8 \text{ m } 0,447 \approx 490 \text{ kJ}.$$

☒ Прашања и задачи

1. Која е SI-единицата за работа?
2. Автомобил се товари на палуба од брод за прекуморски транспорт. Ако масата на автомобилот е 2200 kg и ако се подига вертикално на височина од 15 m, колкава работа ќе се изврши? [Одговор: 323,73 kJ.]

4.2. МОЌНОСТ

Моќноста е физичка величина што се дефинира како однос помеѓу извршената работа A и времето t за кое таа работа е извршена:

$$P = \frac{A}{t} \quad (4.6)$$

Колку побргу е извршено одредено количество работа толку поголема е моќноста. Со други зборови, колку е помало времето t во равенката (4.6) толку е поголем односот A/t и моќноста P .

Единицата за моќност се изразува како *џул во секунда*. Во чест на шкотскиот инженер и пронаоѓач Џејмс Ват (James Watt, 1736–1819) таа се нарекува *ваџ*:

$$1 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \text{ W} . \quad (4.7)$$

Еден ваџ е сила (моќноста) со која џелото ќе извршува работата од еден џул за време од една секунда.

Пример 4. Колкава моќност е потребна за лифт со маса од 350 kg да се подигне на растојание од 180 m за време од 40 s?

Решение: Познати се вредностите за масата $m = 350 \text{ kg}$, висината $h = 180 \text{ m}$, времето $t = 40 \text{ s}$ и $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Бидејќи работата извршена за подигање на тело нагоре е дадена со равенката $A = mgh$, моќ-

носта можеме да ја определиме од равенката (4.6):

$$P = \frac{mgh}{t} = \frac{350 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 180 \text{ m}}{40 \text{ s}}$$

$$P = 15440 \text{ W} = 15,44 \text{ kW} .$$

☑ Прашања и задачи

1. Која е SI-единица за моќност и како се дефинира таа?
2. Изведи ја единицата за моќност преку единиците на основните физички величини! [Одговор: $(\text{kg} \cdot \text{m}^2)/\text{s}^3$.]
3. Пресметај ја работата што ја врши автомобил што се движи за време од 10 s, ако моќноста на моторот изнесува 20 kW. [Одговор: 200 kJ.]

4.3. ЕНЕРГИЈА

Постојат два вида механичка енергија, *појенцијална енергија* (E_p) и *кинетичка енергија* (E_k). Секое тело може да има механичка енергија како резултат на неговото движење. Тоа се нарекува *кинетичка енергија* или поради неговата положба во полето на некоја потенцијална сила (гравитациона), *појенцијална енергија*.

Појенцијална енергија. За едно тело се вели дека има потенцијална енергија ако поради влијанието на својата положба или состојба е способно да врши работа.

Автомобил што се наоѓа на врвот од некој рид или навиена пружина на часовникот се примери за тела што имаат по-

тенсијална енергија. Пружината може да овозможи часовникот да работи извесен временски период, како што и автомобилот може да измине пат со спуштање надолу по ридот.

Запомни! *Појенцијалната енергија се мери со работата што џелото може да ја изврши.*

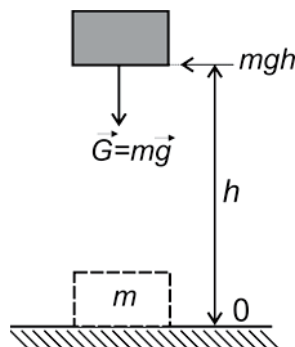
Значи, мера за енергијата што ја поседува телото е работа што тоа може да ја изврши. Затоа енергијата се мери со иста единица (џул) како и работата.

Ако тело со маса m се подигне на одредена височина h , како што е прикажано на сл. 4.6, тогаш тоа има потенцијална енергија Fh поради неговата полож-

ба во однос на подлогата, од каде што било подигнато.

Во овој израз силата $\vec{F}$ одговара на тежината на телото $\vec{G}$. Извршената работа при неговото подигање на висина h телото ја добива како потенцијална енергија. Телото може да се ослободи од оваа енергија со негово повторно пуштање на земја. Според тоа, потенцијалната енергија на тело со тежина G на висина h може да се определи со равенката:

$$E_p = G h \quad \text{или} \quad E_p = mgh. \quad (4.8)$$



Сл. 4.6. Тело има потенцијална енергија поради својата положба или состојба

Пример 5. Тело со маса 5 kg е подигнато на височина од 2,5 m над земја. Пресметај ја потенцијалната енергија на телото.

Решение: Познати се вредностите за масата $m = 5$ kg, висината $h = 2,5$ m и $g = 9,81$ m/s². Со директна замена во равенката (4.8) се добива:

$$E_p = mgh = 5 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 2,5 \text{ m} = 122,5 \text{ J}.$$

Ако тело се подигне вертикално нагоре, се искачува по скали или се влече по наклонета рамнина, потенцијалната енергија секогаш се определува како про-

извод од тежината на телото и вертикалната височина на која е подигнато.

Изборот на *референтна рамнина*, т.е. на *референтното ниво*, каде што потенцијалната енергија е нула, се врши по договор. Во многу практични проблеми вообичаено е како нулто енергетско ниво да се избира најниската точка што едно тело може да ја постигне. Притоа сите поместувања во однос на ова ниво ќе бидат со позитивен предзнак на потенцијалната енергија.

Кинетичка енергија. Ја има тело што се движи и се дефинира како *способност едно тело да врши работа како резултат на своето движење*. Автомобил што се движи по автопат има кинетичка енергија на транслација, а тркало на машина има кинетичка енергија на ротација. За тело со маса m кое се движи по права линија со постојана брзина v *кинетичката енергија* е дадена со равенката:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2. \quad (4.9)$$

Пример 6. Да се пресмета кинетичката енергија на тело со маса 20 kg што се движи со брзина 4 m/s.

Решение: Познати се вредностите на физичките величини $m = 20$ kg и $v = 4$ m/s. Со директна замена во равенката (4.9) се добива:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}20 \text{ kg} \cdot (4 \text{ m/s})^2$$

$$E_k = 160 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}.$$

Кинетичката енергија има исти димензии со *работата* и *потенцијалната енергија* и се означува со истата изведена единица – џул:

$$E_k = 160 \text{ J}.$$

✓ Прашања и задачи

1. Како обично се избира референтната рамнина (ниво) при решавање практични задачи?

2. Ракетата “Сатурн” со маса $3,3 \cdot 10^6$ kg полетува од лансирната подлога и достигнува брзина од 1000 m/s на височина од 25 km. Пресметај ги а) потенцијалната енергија и б) кинетичката енергија на ракетата. [Одговор: а) $8,06 \cdot 10^{11}$ J, б) $1,65 \cdot 10^{12}$ J.]

4.4. ЗАКОН ЗА ЗАПАЗУВАЊЕ НА ЕНЕРГИЈАТА

За добивање прецизни објаснувања на многу природни појави, најважни се законите за запазување на енергијата и за запазување на импулсот. Иако овие два закона вклучуваат различни физички величини, и двата се применуваат при решавањето на практични проблеми.

Еден од основните закони во природата е *законот за запазување на енергијата*. Иако законот е искажан на речиси исто толку различни начини колку што има книги напишани на таа тема, сепак сите тие всушност имаат исто значење. Тоа можеме да го потврдиме со следните три искази за него, кои се дадени од разни автори, но имаат исто значење:

1) При преминувањето на енергијата од еден во друг вид, таа секогаш се запазува.

2) Енергијата никогаш не се создава или уништува.

3) Вкупната енергија во универзумот останува константна.

Кога тело се движи по наклонета рамнина, тоа поседува кинетичка енергија поради своето движење и потенцијална енергија поради промената на својата положба по вертикалата. Вкупната енергија E на телото е збир од неговата кинетичка E_k и потенцијална енергија E_p :

$$E = E_k + E_p \quad (4.10).$$

За илустрација ќе го земеме примерот со енергијата на водопад прикажан на сл. 4.7. На врвот од водопадот водата има потенцијална енергија.



Сл. 4.7. Енергијата што ја има водата на врвот од водопадот е потенцијална, а на дното е кинетичка

Како што водата паѓа надолу, нејзината брзина се зголемува, а со тоа се зголемува и нејзината кинетичка енергија E_k , додека потенцијалната енергија E_p се намалува. На дното од водопадот потенцијалната енергија изнесува нула, а кинетичката енергија има максимална вредност. Ако земеме дека водата од врвот поаѓа од мирување и дека при паѓањето нема загуби на енергија, од законот за запазување на енергијата следува дека E_p на врвот од водопадот е еднаква со E_k на дното:

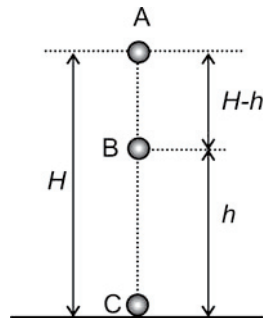
$$mgh = \frac{1}{2} mv^2. \quad (4.11)$$

Двете страни од равенката (4.11) ги делиме со масата m и ја решаваме по брзината на водата v и така ја добиваме равенката:

$$v^2 = 2gh \quad \text{или} \quad v = \sqrt{2gh}. \quad (4.12)$$

Ова е истата равенка што е изведена за брзината кај рамномерно забрзано движење. Таа исто така се користи за определување на брзината на тела што слободно паѓаат и се применува за определување на брзината на истрели (види глава 2).

На сличен начин можеме да ја определиме вкупната енергија на топче со маса m што слободно паѓа од висина H (сл. 4.8) во точките А, В и С.



Сл. 4.8. Вкупната енергија на топче што слободно паѓа во секоја положба има иста вредност

При движење на топчето врз него дејствува само силата на Земјината тежа. Ако како референтна рамнина се земе површината на Земјата, тогаш неговата потенцијална енергија во точката А ќе изнесува:

$$E_{pA} = mgH.$$

Бидејќи телото во точката А мирува, следува дека неговата кинетичка енергија има вредност нула ($v = 0, E_{kA} = 0$).

Значи, вкупната механичка енергија во точката А ќе изнесува:

$$E_A = mgH + 0 = E_{pA}. \quad (4.13)$$

Кога топчето слободно паѓа, во точката В ќе има и потенцијална:

$$E_{pB} = mgh,$$

и кинетичка енергија:

$$E_{kB} = \frac{mv_B^2}{2} = mg(H - h).$$

Тогаш за вкупната енергија во точката В се добива равенката:

$$E_B = E_{pB} + E_{kB} = mgh + mg(H - h) \quad (4.14)$$

или, ако се среди равенката (4.14), се добива равенката:

$$E_B = mgH. \quad (4.15)$$

Со споредување на равенките (4.13) и (4.15) може да се заклучи дека при движењето на топчето важи законот за запазување на енергијата, т.е. вкупната енергија во точката В е еднаква со вкупната енергија во точката А.

Во точката С топчето паѓа на Земјата и неговата потенцијална енергија во однос на референтното ниво е нула ($H = 0, E_{pC} = 0$). Тогаш неговата вкупна енергија е еднаква со неговата кинетичка енергија:

$$E_C = E_{kC} = \frac{mv_C^2}{2} = \frac{m2Hg}{2} = mgH, \quad (4.16)$$

која е еднаква со вкупната енергија на топчето во точките А и В. Аналогно следува дека вкупната енергија што ја поседува топчето при неговото слободно паѓање во која било положба ќе биде иста,

изразена како сума од потенцијалната и кинетичката енергија кои тоа ги поседува во разгледуваната положба.

Пример 7. Тело со маса 25 kg се пушта да паѓа од височина 5 m. Да се пресметаат неговата кинетичка енергија и брзината на телото при паѓање на земја.

Решение: Од законот за запазување на енергијата следува дека потенцијалната енергија E_p на телото на врвот е еднаква со неговата кинетичка енергија E_k на дното. Поради тоа кинетичката енергија на телото е еднаква на:

$$E_k = E_p = mgh$$

$$E_k = 25 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 5 \text{ m} = 1225 \text{ J}.$$

Брзината на паѓање на телото можеме да ја пресметаме од равенката (4.15):

$$v = \sqrt{2gh} = (\sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 5}) \text{ m/s} = 9,9 \text{ m/s}.$$

✓ Прашања и задачи

1. Дали енергијата во природата може да се создаде или уништи?
2. Камен почнува да се тркала надолу од врвот на еден рид и паѓа во подножјето на ридот. Во која положба каменот има најголема потенцијална, а во која најголема кинетичка енергија?

РЕЗИМЕ

Механичката работа A се дефинира како производ од силата F и растојанието s на кое дејствува таа сила:

$$A = F s.$$

Единица за работа се нарекува **џул**. Работа од 1 џул извршува сила од 1 њутн којашто дејствува на растојание од 1 метар.

Ако на тело дејствува сила F под агол θ во однос на правецот на движење на телото, тогаш компонентата што е по правецот на движење ќе врши работа:

$$A = F_x s = sF \cos \theta.$$

Моќноста е физичка величина што се дефинира како однос помеѓу извршената работа A и времето t за кое таа работа е извршена:

$$P = \frac{A}{t}.$$

Тело има моќност 1 ват ако за време од 1 секунда извршува работа од 1 џул.

Во природата постојат повеќе видови на енергија: механичка, топлинска, звучна, нуклеарна, хемиска, атомска, електрична и други.

Механичката енергија се јавува како резултат на движењето и заемното дејство на макроскопските тела.

Енергијата претставува способност на телото да врши работа.

Постојат два вида механичка енергија, потенцијална енергија (E_p) и кинетичка енергија (E_k).

За едно тело се вели дека има потенцијална енергија ако поради влијанието на својата положба или состојба е способно да врши работа. Нејзината вредност може да се пресмета од равенката:

$$E_p = mgh.$$

Енергијата се мери со иста единица (џул) како и работата.

Кинетичката енергија на едно тело што се движи се дефинира како негова способност да врши работа како резултат на своето движење. Нејзината вредност може да се определи со равенката:

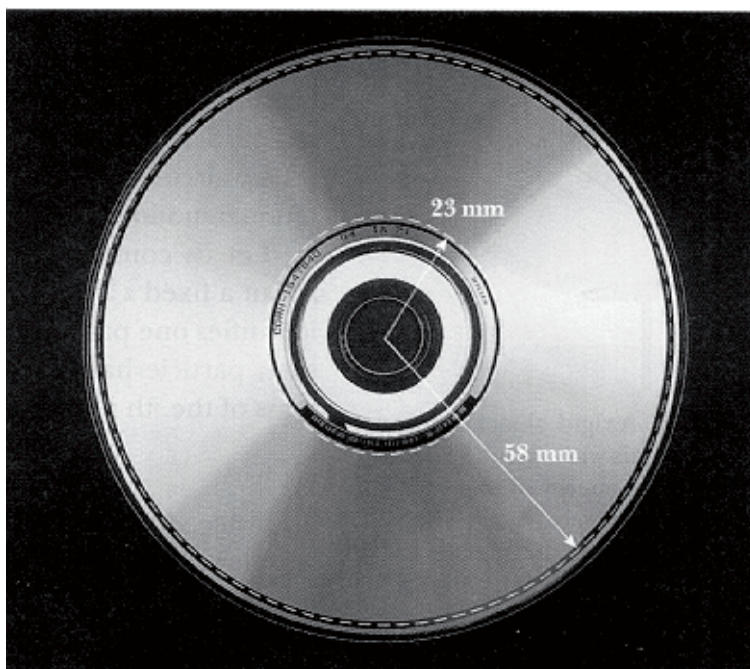
$$E_k = \frac{1}{2}mv^2.$$

Вкупната енергија E на телото е збир од неговата кинетичка E_k и потенцијална енергија E_p :

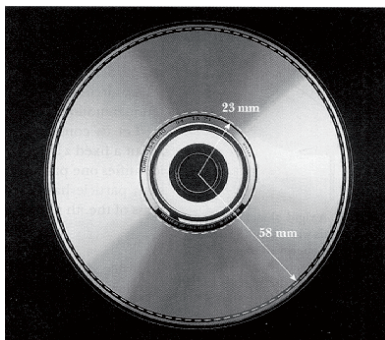
$$E = E_k + E_p.$$

Законот за запазување на енергијата може да се искаже на неколку начини што имаат исто значење: 1) При преминувањето на енергијата од еден во друг вид, таа секогаш се запазува. 2) Енергијата никогаш не се создава или уништува. 3) Вкупната енергија во универзумот останува константна.

Да научиме повеќе: <http://media.pearsoncmg.com>



5. ВРТЛИВО ДВИЖЕЊЕ НА ТВРДО ТЕЛО



5.1. Поимот апсолутно тврдо тело	81
5.2. Карактеристични величини на вртливото движење на тврдо тело.....	81
5.3. Динамичка равенка на вртливо движење	84
5.4. Енергија при вртливо движење	87
5.5. Момент на импулс	88
5.6. Закон за запазување на моментот на импулс	89
Резиме	91

5.1. ПОИМОТ АПСОЛУТНО ТВРДО ТЕЛО

Механички систем составен од голем број материјални точки кои при движење остануваат на истите меѓусебни растојанија се вика *апсолутно тврдо тело*. Во природата не постојат апсолутно тврди тела, што значи дека тоа е идеализиран поим. Секое реално тело во природата што заемно дејствува со другите тела може да се деформира.

Постојат два основни вида движење кои може да ги извршува апсолутно тврдо тело: транслаторно и вртливо (ротационо) движење. Движењето на апсолутно тврдо тело е такво што секоја точка на телото опишува своја патека.

Ако телото изведува транслаторно движење, тогаш сите точки на телото се движат по прави линии, паралелни една со друга. Тоа значи дека за едно исто вре-

ме сите точки на телото поминуваат патишта еднакви по големина и по насока. Поради тоа брзината и забрзувањето на сите точки на идеално тврдо тело се еднакви.

Честопати во пракса тврдите тела истовремено вршат и вртливо движење и транслаторно поместување. Ако телото врши само вртливо движење без транслаторно поместување, сите негови точки се движат по кружници. Центрите на тие кружни линии лежат на една иста права, која се вика *оска на вртење*. Оската на вртење може да минува низ телото, но може да се наоѓа и надвор од него. Точките кои се наоѓаат на оската на вртење при вртливото движење остануваат практично неподвижни.

5.2. КАРАКТЕРИСТИЧНИ ВЕЛИЧИНИ НА ВРТЛИВОТО ДВИЖЕЊЕ НА ТВРДО ТЕЛО

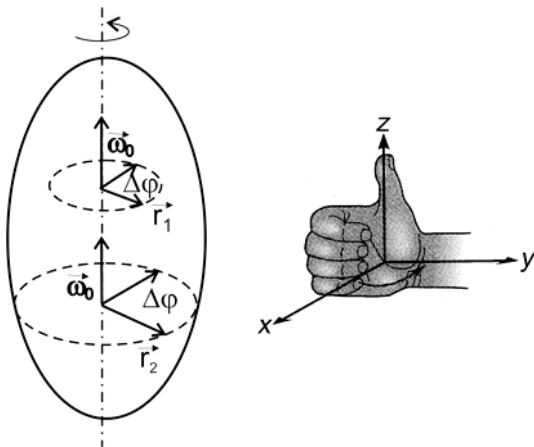
За да ги дефинираме карактеристичните величини поврзани со вртливото движење на тврдите тела, ќе разгледаме случај на вртење на апсолутно тврдо тело околу неподвижна оска. Сите точки на телото опишуваат полн круг за едно исто време иако се наоѓаат на различно растојание од оската на вртење. Тоа значи дека тие ќе поминуваат различни патеки со различна линиска брзина. Сите точки на тврдото тело за време Δt ќе се завртат за агол $\Delta \theta$. Тој агол всушност претставува поместување при вртливото движење на телото и се нарекува *аголно поместување*.

Аголната брзина, за телата што изведуваат криволиниски движења, во ки-

нематиката беше дефинирана со аголно поместување во определен временски интервал за кој настанува тоа поместување:

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} . \quad (5.1)$$

Аголната брзина е векторска величина. За да се определат насоката и правецот на аголната брзина, треба да замислиме дека со десната рака сме ја опфатиле оската на ротација (сл. 5.1). Тоа се нарекува правило на десна рака. Прстите ја покажуваат насоката на ротација, а палецот ја покажува насоката на аголната брзина.



Сл. 5.1. Вртливо движење на тврдо тело. Секоја точка од телото опишува кружница околу оската на вртење

Забрзувањето на телото при транслаторно движење беше дефинирано со односот на промената на брзината и времето. На ист начин се дефинира и аголно забрзување на тело што врши вртливо движење, т.е. како однос помеѓу промената на аголната брзина и изминатото време.

За споредба, оваа дефиниција може да се изведе на ист начин како равенките за забрзување при транслаторно движење:

$$\alpha = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} \quad (5.2)$$

$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} \quad (5.3)$$

Во овие равенки α го претставува аголно забрзување и е аналогно на линеарното забрзување a ; ω_1 е вектор на почетната аголна брзина аналогно на линеарната брзина v_1 ; ω_2 е векторот на крајната аголна брзина аналогно на линеарната брзина v_2 . Ако t го претставува измина-

тото време $t_2 - t_1$, можеме да ја изразиме ω_2 и од равенката (5.2) го добиваме изразот за аголна брзина при вртливо движење:

$$\omega_2 = \omega_1 + \alpha \cdot t \quad (5.4)$$

Ако $\omega = \text{const}$, движењето е рамномерно вртливо. Во тој случај ω го покажува аголот за кој телото се завртува за единица време.

Времето потребно да се изврши едно цело завртување се нарекува период на завртување T .

Бројот на завртувања за единица време се нарекува фреквенција на завртување f , која претставува реципрочна вредност од периодот на завртување.

Ако за време T аголот на завртување изнесува 2π , тогаш аголната брзина може да се претстави со равенката:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (5.5)$$

Бидејќи фреквенцијата на завртување беше дефинирана преку периодот, односно $f = \frac{1}{T}$, последната равенка ќе го добие обликот:

$$\omega = 2\pi f \quad (5.6)$$

Пример 1. Замаец кој поаѓа од мирување добива фреквенција од 240 завртувања во минута за време од 10 s. Најди го неговото забрзување.

Решение: Бидејќи замаецот почнува да се врти од состојба на мирување, значи дека почетната аголна брзина $\omega_1 = 0$. Дадени се следните големини: $f_2 = \frac{240}{60} \frac{1}{s}$ и $t = 10$ s. Аголната брзина треба да се изрази од равенката (5.6):

$$\omega_2 = 2\pi f_2,$$

$$\omega_2 = \frac{2\pi \cdot 240}{60 \text{ s}} = 25,13 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Користејќи ја равенката (5.2), наоѓаме дека:

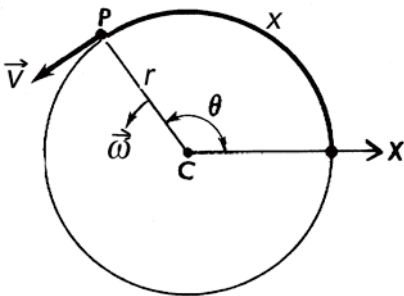
$$\alpha = \frac{25,13 - 0}{10} = 2,513 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}.$$

Од равенките (5.1), (5.2) и (5.4) е очигледно дека линиските величини за патот x , брзината v и забрзувањето a , во равенките за транслаторно движење на телата треба да се заменат со соодветни аголни величини: аголно поместување θ , аголна брзина ω и аголно забрзување α , за да се добијат равенки што ќе го опишат вртливото движење.

За да изведеме формула за линиското забрзување на една точка од периферијата на забрзано тркало (сл. 5.2), наједноставно е во изразот за забрзувањето да се заменат брзините $v_2 = r \cdot \omega_2$ и $v_1 = r \cdot \omega_1$:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{r\omega_2 - r\omega_1}{t} \quad (5.7)$$

$$a = r \frac{\omega_2 - \omega_1}{t} = r \cdot \alpha. \quad (5.8)$$



Сл. 5.2. Тркалото може слободно да ротира околу својот центар со аголно забрзување α

На сличен начин се доаѓа и до другите линиски величини:

$$x = r \cdot \theta$$

$$v = r \cdot \omega$$

$$a = r \cdot \alpha. \quad (5.9)$$

За да се пресмета вкупниот агол на завртување на едно тврдо тело подложено на константно аголно забрзување, се користи средната аголна брзина. По аналогича со линеарното движење, средната аголна брзина се дефинира како половина од збирот на почетната и крајната вредност на аголната брзина. Ова можеме да го запишеме со равенка:

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_2 + \omega_1}{2}. \quad (5.10)$$

Бидејќи аголот на завртување е даден со изразот:

$$\theta = \bar{\omega} \cdot t, \quad (5.11)$$

преку директна замена на равенката (5.11) во (5.10) добиваме:

$$\theta = \frac{\omega_2 + \omega_1}{2} t. \quad (5.12)$$

Значи, во општ случај, при променливо вртливо движење на телата односот на аголното поместување и времето ја дава *средната аголна брзина*:

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}. \quad (5.13)$$

Во случај кога временскиот интервал за кој настанало тоа аголно поместување се намалува, така што се стреми кон нула ($\Delta t \rightarrow 0$), се добива *моментната аголна брзина* ω .

Пример 2. Авионски мотор, работејќи во празен од со фреквенција 300 завртувања во минута, наеднаш се забрзува. На крајот на 3 s моторот ротира со фреквенција 2400 завртувања во минута. Ако се претпостави дека забрзувањето е константно, најди ги: (а) средната аголна брзина и (б) вкупниот агол на завртување.

Решение: Започнуваме со изразување на дадените аголни брзини во радијани во секунда:

$$\omega_1 = \frac{300}{60} 2\pi = 31,42 \frac{\text{rad}}{\text{s}},$$

$$\omega_2 = \frac{2400}{60} 2\pi = 251,3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

За пресметување на средната аголна брзина се користи равенката (5.10):

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_2 + \omega_1}{2} = \frac{251,3 + 31,42}{2} = 141,4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

За пресметување на вкупниот агол на завртување директна замена во равенката (5.11) дава:

$$\theta = \bar{\omega} \cdot t = 141,4 \cdot 3 = 424,2 \text{ rad}.$$

Поимот кинематика на вртливо движење се однесува на движењето што беше опишано погоре. Со комбинација на равенките (5.4) и (5.12) можат да се изведат равенки за аголно поместување и

аголна брзина при рамномерно забрзано вртливо движење:

$$\theta = \omega_1 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad (5.14)$$

$$\omega_2^2 = \omega_1^2 + 2\alpha \cdot \theta. \quad (5.15)$$

Повторно забележуваме дека аголните големини θ , ω и α го заземаат местото на соодветните линиски големини x , v и a .

Запомни! Равенките за рамномерно променливо кружно движење можат да се изведат исто како и равенките за рамномерно променливо праволиниско движење, ако се искористат аналогичаа:

$$s \rightarrow \theta; \quad v \rightarrow \omega; \quad a \rightarrow \alpha,$$

$$\omega_2 = \omega_1 + \alpha t \quad \text{од} \quad v_2 = v_1 + at,$$

$$\theta = \omega_1 t + \frac{\alpha t^2}{2} \quad \text{од} \quad s = v_1 t + \frac{at^2}{2}. \quad (5.16)$$

Прашања и задачи

1. Како се поврзани величините што ги опишуваат вртливото и транслаторното движење на телата?
2. Диск ротира со константно аголно забрзување $\alpha = 2 \text{ rad/s}^2$. Ако почнува да ротира од мирување, колку завртувања ќе направи за 10 s? [Одговор: 16 завртувања.]
3. Да се најде аголната брзина на дискот од претходната задача, по 10 s. [Одговор: 20 rad/s.]

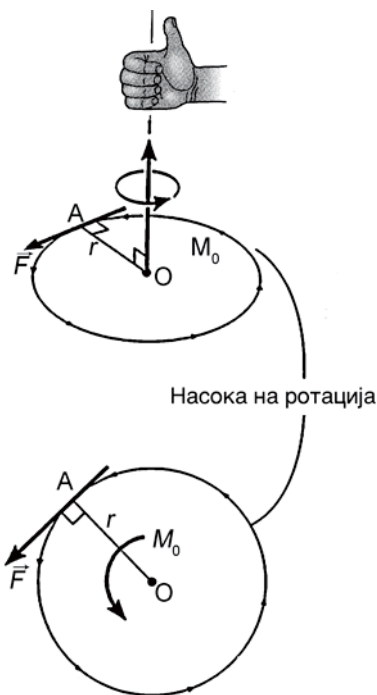
5.3. ДИНАМИЧКА РАВЕНКА НА ВРТЛИВО ДВИЖЕЊЕ

При разгледувањето на аголното забрзување во претходните делови од оваа глава, моментите што го предизвикуваат

забрзувањето и масите на телото што ротира не влегуваа во пресметките. Кога и овие две физички величини се воведат во

равенките, тогаш станува збор за *динамика на вртливо движење*.

Кога сила што дејствува на едно тело се стреми кај него да предизвика ротација околу некоја оска, се вели дека му дава *вртлив моменти* или *моменти на сила*. Вртлив момент и момент на сила се синоними и се дефинираат како производ на силата и кракот на силата, при што кракот на силата е нормалното растојание од оската на ротација до силата. На сл. 5.3 е прикажано тело на кое дејствува вртлив момент M .



Сл. 5.3. Единична сила што дејствува на тврдо тело фиксирано во некоја точка O , создава вртлив момент $M = F \cdot r$

Силата $\vec{F}$ дејствува во точка A , додека телото може да се врти околу точка O . Нормалното растојание r е еднакво на

отсечката AO , а вртливиот момент ќе биде дефиниран како производ:

$$M = F \cdot r.$$

Ако $F = 5 \text{ N}$, а $r = 3 \text{ m}$, за вртливиот момент се добива:

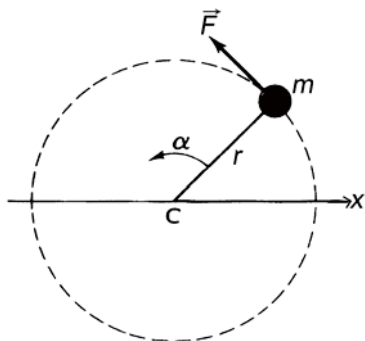
$$M = 15 \text{ Nm}.$$

Димензиите „Њутнметри“ не треба да се мешаат со единиците за работа и енергија. При пресметка на извршена работа, силата и растојанието се мерат во ист правец, додека кај вртливиот момент тие две величини се мерени под прав агол.

Вообичаено е со позитивен предзнак да се означуваат сите вртливи моменти кои се стремат да го завртат телото во насока обратна од движењето на стрелките на часовникот, додека негативен предзнак имаат вртливите моменти кои се стремат да го завртат телото во насока на движењето на стрелките на часовникот.

Кога на едно тело дејствува вртлив момент кој не е во рамнотежа со друг, телото почнува да врши ротација. При слободно вртење околу оската таквото тело ја зголемува аголната брзина, а по престанување на дејството на моментот телото добива некоја константна аголна брзина.

Кога одреден вртлив момент дејствува на тело кое може слободно да ротира околу некоја оска, добиеното аголно забрзување не зависи само од големината и формата на телото, туку и од распоредот на масата во однос на оската на ротација. За да видиме како овие фактори влијаат на пресметките, да разгледаме наједноставен пример, односно едно тело со маса m што ротира прицврстено на крајот од конец, како што е прикажано на сл. 5.4.



Сл. 5.4. Аголното забрзување зависи од вртливиот момент и инерцијалниот момент

Според Вториот Њутнов закон забрзувањето a на телото по периферијата на кругот е дадено со равенката

$$F = m a . \quad (5.17)$$

Двете страни од равенката ги множиме со радиусот на кружнијата r :

$$F r = m a r .$$

Производот $F r$ на левата страна го претставува вртливиот момент M кој дејствува на телото. Ако забрзувањето a на десната страна го замениме со $r\alpha$, се добива равенката

$$M = m r^2 \alpha . \quad (5.18)$$

Бидејќи m и r за дадено тело се константни, можат да се заменат со една константа I , па равенката (5.18) може да се напише како

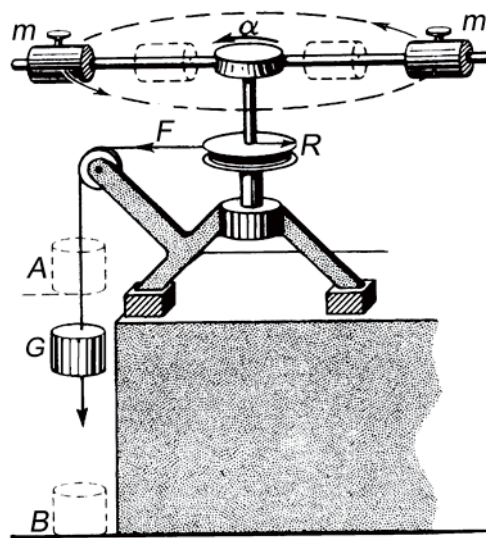
$$M = I \alpha . \quad (5.19)$$

Оваа равенка се нарекува *основна динамичка равенка за вртливо движење на тврдо тело*. Во равенката (5.19) членот $I = m r^2$ се вика *инерцијален момент*

на телото. Преку споредба со основната динамичка равенка (5.17) за транслаторно движење на телата може да се види дека вртливиот момент M одговара аналогно на силата F , аголното забрзување α одговара на линиското забрзување a , додека инерцијалниот момент I одговара на масата на телото m .

Инерцијалниот момент е мера за отпорот на телата кон промена на вртливото движење. Тој зависи од распределбата на масата на секое тело во однос на оската на вртење. Инерцијалниот момент е својство на телата, исто како масата на телата. Тој има големо значење при решавање на многу физички проблеми во механиката.

Од равенката (5.18) за вртлив момент може да се види дека аголното забрзување α е обратнопропорционално со квадратот на растојанието r^2 . Експеримент што го илустрира овој факт е даден на сл. 5.5.



Сл. 5.5. Експериментална демонстрација на моментот на инерција

Две тела со маси m се поставени на лесни хоризонтални носачи и можат слободно да се вртат околу вертикална оска под дејство на константен вртлив момент:

$$M = F r .$$

Кога телата се прицврстени на половина должина од своите носачи, аголното забрзување е релативно големо и тегот G што предизвикува константен вртлив мо-

мент M бргу паѓа од положба А до В. Кога телата ќе се поместат на надворешните краеве на носачите каде што нивното растојание r е двојно поголемо, аголното забрзување е намалено на $1/4$, а тегот паѓа 2 пати подолго од А до В. Со мерење на растојанието на секое тело со маса m до центарот и на времето на паѓање на тегот за секој дел на експериментот, се добива дека производот αr^2 е константен.

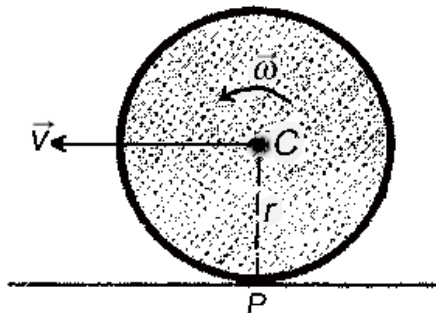
5.4. ЕНЕРГИЈА ПРИ ВРТЛИВО ДВИЖЕЊЕ

Во претходната глава за трансляторно движење на телата видовме дека кинетичката енергија во класичната механика е дадена со равенката:

$$E_{k_{\text{транс}}} = \frac{1}{2} m v^2 . \quad (5.20)$$

По аналогија, кинетичката енергија на тело што врши вртливо (ротационо) движење е дадена со равенката:

$$E_{k_{\text{рот}}} = \frac{1}{2} I \omega^2 . \quad (5.21)$$



Сл. 5.6. Обрач во тркалање има кинетичка енергија на ротација и кинетичка енергија на translација

Кога обрач се движи по рамен пат, тој има кинетичка енергија на ротација и кинетичка енергија на translација (види сл. 5.6). Ротирајќи околу својот геометрички центар, тој има момент на инерција I и кинетичка енергија $\frac{1}{2} I \omega^2$, додека центарот на масата C , движејќи се праволиниски со брзина v , има кинетичка енергија $\frac{1}{2} m v^2$. Според тоа, вкупната кинетичка енергија на обрачот ќе биде:

$$E_{k_{\text{вкупно}}} = \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} m v^2 . \quad (5.22)$$

$$E_{k_{\text{вкупна}}} = E_{k_{\text{ротациона}}} + E_{k_{\text{транслаторна}}}$$

Додека обрачот прави едно цело завртување околу својата оска, неговиот центар изминува праволиниско растојание еднакво на неговиот периметар. Според тоа, линиската брзина на центарот на обрачот е еднаква на брзината v на некоја точка од обрачот во однос на центарот C .

✓ Прашања и задачи

1. Дали телото може да ротира ако врз него не дејствува вртлив момент?
2. Што е инерцијален момент на едно тело?

3. Хомоген диск со маса 3 kg и радиус 12 cm ротира со фреквенција 480 завртувања во минута. Да се определи кинетичката енергија на дискот, ако се знае дека инерцијален момент на диск е $I = \frac{1}{2} mR^2$ [Одговор: 27,5 J.]

5.5. МОМЕНТ НА ИМПУЛС

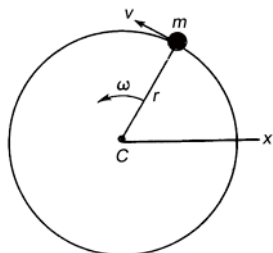
Моментот на импулс и кинетичката енергија при вртливо движење на телата претставуваат многу важни физички величини кои се директно заемно поврзани, исто како линискиот момент и кинетичката енергија на телата при транслаторно движење.

По дефиниција, моментот на импулс на тело што врши вртливо движење е еднаков на производот од неговиот инерцијален момент околу дадена оска на ротација и аголната брзина:

$$L = I \omega. \quad (5.23)$$

Во специјален случај на тело со мала маса (материјална точка) што се движи по кружница, како што е прикажано на сл. 5.7, инерцијалниот момент е еднаков на mr^2 , така што за моментот на импулс се добива:

$$L = mr^2 \omega. \quad (5.24)$$



Сл. 5.7. Момент на импулс на мала честица со маса m

Ако аголната брзина ω се замени со v/r , моментот на импулс може да се изрази со равенката:

$$L = mrv. \quad (5.25)$$

Првите две равенки се однесуваат на кое било тело што врши вртливо движење, без оглед на неговата големина и форма, додека последната равенка се однесува само на тело што се смета за мало во однос на растојанието од центарот на ротација. За илустрација да го разгледаме следниот пример.

Пример 4. Момче со маса 50 kg се вози по надворешниот раб на еден рингишпил со дијаметар од 12 m. Пресметај го неговот момент на импулс, ако рингишпилот прави 3 завртувања во минута.

Решение: Бидејќи момчето е мало во однос на неговото растојание од центарот на ротација, може да се примени равенката (5.24). Прво се наоѓа аголната брзина според равенката (5.6):

$$\omega = 2\pi f$$

$$\omega = \frac{2\pi \cdot 3}{60} = 0,314 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Со замена на познатите физички величини во равенката (5.24) се добива:

$$L = m r^2 \omega$$

$$L = 50 \text{ kg} \cdot (6 \text{ m})^2 \cdot 0,314 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

$$L = 566 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}}.$$

За да разбереме зошто моментот на импулс е дефиниран како $L = I \omega$, ќе се вратиме на основната равенка за вртливиот момент $M = I \alpha$. Ако во оваа равенка аголното забрзување го замениме со равенката (5.2), каде што $\alpha = (\omega_2 - \omega_1)/t$, се добива:

$$M = I \frac{\omega_2 - \omega_1}{t}. \quad (5.26)$$

Решавајќи го производот Mt , добиваме равенка аналогна со равенката за момент на импулс при транслаторно движење:

$$F \cdot t = mv_2 - mv_1, \quad (5.27)$$

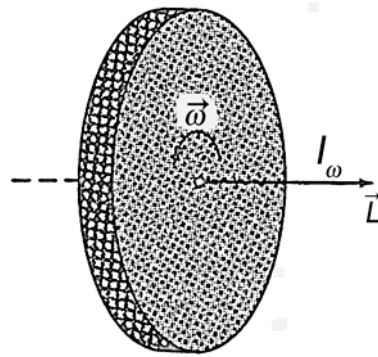
т.е. равенка за момент на импулс при ротационо движење:

$$M \cdot t = I\omega_2 - I\omega_1. \quad (5.28)$$

Кај линиското движење производот Ft е наречен импулс, а $mv_2 - mv_1$ е промена на импулсот. По аналогија, логично

е Mt да биде наречен момент на импулс, а $I\omega_2 - I\omega_1$ да биде промена на моментиот на импулс.

На сликата 5.8 е прикажан моментот на импулс што се јавува при вртливото движење на телата. Тој претставува векторска величина. Насоката на моментот на импулс како векторска величина се определува исто како векторот на аголна брзина, според правилото на десна рака.



Сл. 5.8. Момент на импулс претставен како вектор

Потребата од векторско претставување на моментот на импулс се јавува при одредување на резултантното движење на тело што врши истовремена ротација околу две или повеќе оски. Пример за ваков случај е жирокопот.

5.6. ЗАКОН ЗА ЗАПАЗУВАЊЕ НА МОМЕНТОТ НА ИМПУЛС

Ако на едно тело или систем на тела што ротира не дејствува надворешен момент, тогаш моментот на импулс останува константен. Во тој случај вртливиот момент што дејствува на телото изнесува

нула, па равенката (5.28) го добива обликот:

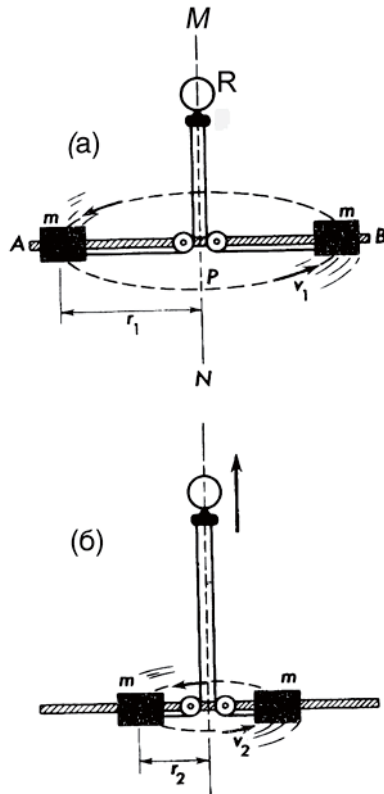
$$0 = I\omega_2 - I\omega_1, \quad (5.29)$$

т.е. за изолиран систем од тела ќе важи:

$$I\omega_2 = I\omega_1. \quad (5.30)$$

Оваа равенка го изразува *законом за запазување на моментот на импулс*. Според тој закон, кој важи за изолиран систем од тела, крајниот момент на импулс е секогаш еднаков на почетниот.

На сл. 5.9 е прикажан експеримент што илустрира систем на тела во ротација. Две еднакви тела со маси m се поставени на шипка АВ која може да ротира околу вертикална оска MN. Јажињата прицврстени на секое тело преку макари во точката Р водат до прстен R и овозможуваат промена на радијалното растојание од r_1 (а) на r_2 (б) со едноставно влечење нагоре на прстенот R.



Сл. 5.9. Експериментална демонстрација на законот за запазување на моментот на импулс

Кога системот ротира како на сл 5.9а со аголна брзина ω_1 , моментот на импулс на секое тело е $I_1\omega_1$. Со повлекување на прстенот R растојанието се намалува до r_2 , а векторот на аголна брзина ω_2 се зголемува. Според законот за запазување на моментот на импулс за секое тело со маса m ќе важи:

$$I_2\omega_2 = I_1\omega_1$$

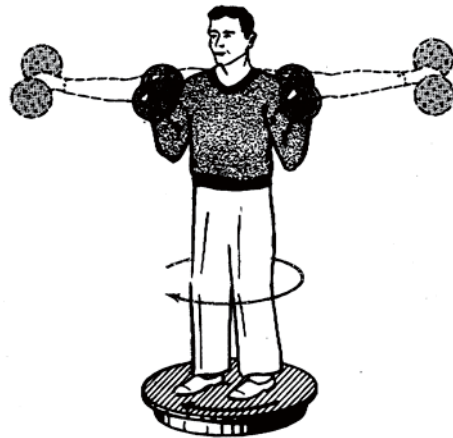
или изразено преку брзината:

$$mv_1r_1 = mv_2r_2. \quad (5.31)$$

Бидејќи вредноста на масата е непроменета, за запазување на моментот на импулсот потребно е секое намалување на радиусот r да биде компензирано со зголемување на брзината.

Равенката (5.31) покажува дека, ако на пример r се намали на половина вредност, векторот на брзина v мора двојно да се зголеми. Со двојно зголемена брзина и двојно помала кружница векторот на аголна брзина ќе се зголеми четири пати.

На сл. 5.10 е даден интересен експеримент што го илустрира истиот закон.



Сл. 5.10. Експеримент што го прикажува запазувањето на моментот на импулс

Човек со исти тегови во двете раце стои на вртлива плоча. Прво се доведува во бавна ротација со рацете целосно испружени. Со собирање на рацете и теговите кон неговите гради, аголната брзина значително се зголемува. Забрзувањето во овој експеримент најдобро го чувствува човекот што се врти; тој чувствува како да добива забрзување од некоја непознатата сила.

Овој принцип го применуваат често лизгачите на мраз. Тие започнуваат да се вртат со широко испружени раце, а можеби и една нога, а потоа со приближување на рацете и ногата кон телото до-

биваат многу поголема аголна брзина, со што се забрзува нивната ротација.

✓ Прашања и задачи

1. Кога важи законот за запазување на моментот на импулс и како гласи?
2. Ако дете се врти на столче за пијано со вкрстени раце на градите, што ќе се случи кога ќе ги рашири рацете?
3. Рингишпил во вид на ротирачка платформа со радиус $R = 2 \text{ m}$ и момент на инерција 500 kg/m^2 , се врти така што прави 1 завртување за 5 s. Дете со маса 25 kg прво стои во центарот, а потоа оди кон периферијата на платформата. Да се определи новата аголна брзина на рингишпилот [Одговор: 6,28 rad/s.]

РЕЗИМЕ

Ако телото врши ротационо т.е. вртливо движење, сите негови точки се движат по кружници, а центрите на тие кружни линии лежат на една иста права, која се вика *оска на вртење*.

При вртливо движење линиските величини за патот x , брзината v и забрзувањето a , во равенките за транслаторно движење на телата треба да се заменат со соодветни аголни величини: аголно поместување θ , аголна брзина ω и аголно забрзување α .

Во општ случај, при променливо вртливо движење на телата односот на аголното поместување и времето ја дава *средната аголна брзина*.

Ако аголната брзина $\omega = \text{const.}$, движењето е *рамномерно вртливо*. Во тој случај ω го покажува аголот θ за кој телото се завртува за единица време.

Времето потребно да се изврши едно цело завртување се нарекува *период на завртување* T .

Бројот на завртувања за единица време се нарекува *фреквенција на завртување* f , која претставува реципрочна вредност од периодот на завртување.

Равенките за рамномерно забрзано кружно движење можат да се изведат исто како и равенките за рамномерно забрзано праволиниско движење, ако се искористи аналогијата:

$$s \rightarrow \theta; \quad v \rightarrow \omega; \quad a \rightarrow \alpha,$$

$$\omega_2 = \omega_1 + \alpha t \quad \text{од} \quad v_2 = v_1 + at,$$

$$\theta = \omega_1 t + \frac{\alpha t^2}{2} \quad \text{од} \quad s = v_1 t + \frac{at^2}{2}.$$

Кога сила што дејствува на едно тело се стреми да предизвика ротација на телото околу некоја оска, се вели дека му

дава *вртливи моменти* или *моменти на сила*. Вртливиот момент се дефинира како производ на силата и кракот на силата, при што крак на силата е нормалното растојание од оската на ротација до силата.

Основната динамичка равенка за вртливо движење на тврдо тело е:

$$M = I \alpha .$$

Вкупната кинетичка енергија на тело што врши ротација изнесува:

$$E_{k_{\text{вкупно}}} = \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} m v^2 ,$$

$$E_{k_{\text{вкупна}}} = E_{k_{\text{ротациона}}} + E_{k_{\text{транслаторна}}} .$$

Моментот на импулс на тело што врши вртливо движење е еднаков на производот од неговиот инерцијален момент околу дадена оска на ротација и аголната брзина:

$$L = I \omega .$$

Ако на едно тело или систем на тела што се наоѓа во ротација не дејствува надворешен момент, тогаш моментот на импулс останува константен:

$$I_2 \omega_2 = I_1 \omega_1 ,$$

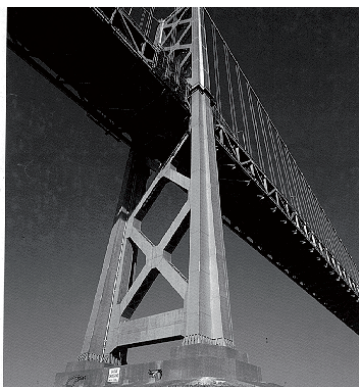
или изразено преку брзината:

$$m v_1 r_1 = m v_2 r_2 .$$

Да научиме повеќе: <http://media.pearsoncmg.com>



6. СТАТИКА



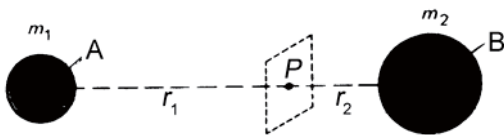
6.1. Центар на маса	95
6.2. Услови за рамнотежа	96
6.3. Лост.....	99
6.4. Статика на локомоторниот систем.....	101
Резиме	106

6.1. ЦЕНТАР НА МАСА

Центар на маса на едно тело или систем од тела е точка во однос на која моментот на сила што го создава вкупната тежина на телото е еднаков со моментот што го создаваат одделните делови од телото или системот.

Да разгледаме две топки со маси m_1 и m_2 , како што е прикажано на сл. 6.1. Центарот на маса P лежи на линија што ги поврзува центрите на двете тела и се наоѓа во таква положба што важи условот:

$$m_1 g r_1 = m_2 g r_2. \quad (6.1)$$



Сл. 6.1. Центар на маса на две тела

Моментот на сила на едно тело во однос на која било избрана точка P што лежи во дадена рамнина се определува со силата која дејствува на телото, во овој случај силата на тежината на телото, помножена со нормалното растојание од телото до рамнината.

Пример 1. Најди го центарот на маса на две тела со маси $m_1 = 2 \text{ kg}$ и $m_2 = 5 \text{ kg}$ оддалечени 14 m .

Решение: Дадено е растојанието меѓу двете тела, $r_1 + r_2 = 14 \text{ m}$. Оттука може да се изрази растојанието r_2 :

$$r_2 = 14 - r_1.$$

Ја заменуваме вредноста за r_2 во равенката (6.1):

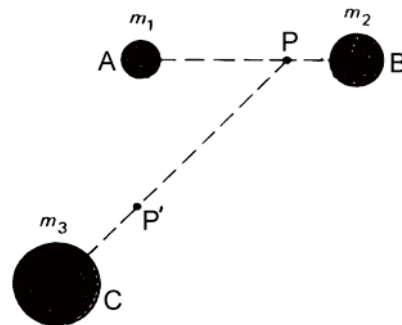
$$m_1 g r_1 = m_2 g r_2$$

$$2 g r_1 = 5 g (14 - r_1)$$

$$2 r_1 = 70 - 5 r_1$$

$$r_1 = 10 \text{ m}.$$

Центарот на маса за систем од три тела се добива со проширување на претходната постапка (види сл. 6.2).



Сл. 6.2. Метод за наоѓање на центарот на маса на систем од три тела

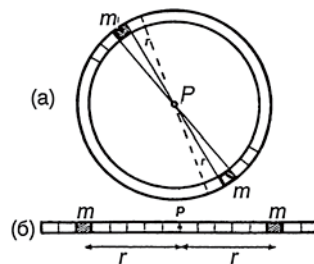
Се избираат произволно две од телата, на пример A и B , и се наоѓа нивниот центар на маса според равенката (6.1). Потоа овие две тела се третираат како едно тело поставено во точката P , со маса $m_1 + m_2$, а другото тело со маса m_3 е поставено во точката C . Со примена на равенката (6.1) може да се најде резултантниот центар на маса P' . Ако системот се

состои од поголем број тела, повеќе од три, горната постапка се продолжува сè додека не се вклучат сите маси.

Центарот на маса за сите тела со правилна форма, како што се квадар, коцка, топка, кружен прстен и други, се наоѓа во нивниот геометриски центар. Рамнина што минува низ центарот на кое било од овие геометриски тела, го дели телото на два еднакви дела.

Да земеме за пример еден тенок прстен со маса M како оној прикажан на сл. 6.3а. Со повлекување прави линии низ геометрискиот центар вкупната маса ќе се подели на делови со мали, но еднакви маси. Со оглед на тоа што масите m на секој пар се еднакво оддалечени од центарот, центарот на маса на прстенот се наоѓа во нивната средна точка P , која е заедничка за сите парови.

Слична постапка може да се примени на долга тенка прачка со еднаков напречен пресек. Со поделба на прачката на еднаков број делови, како што е прикажано на сл. 6.3б, се формираат парови од еднакви делови на еднакви растојанија од центарот.



Сл. 6.3. Центарот на маса е во геометрискиот центар: а) хомоген прстен, б) хомогена прачка

Бидејќи геометрискиот центар наедно е центар на маса за секој пар, тој исто така е и центар на целата прачка. Сега е јасно зошто растојанијата на сл. 6.1 треба да се мерат од центрите на топките; *нивниите центри се и нивни центри на маса.*

☒ Прашања и задачи

1. Каде се наоѓа центарот на маса кај телата со правилна геометричка форма?
2. Две тела со маси 24 kg и 36 kg се оддалечени 8 m. Најди го нивниот центар на маса! [Одговор: 4,8 m; 3,2 m.]

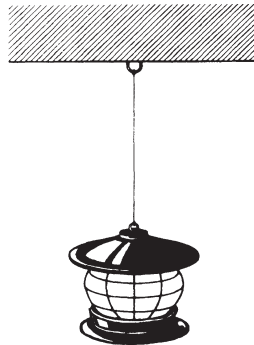
6.2. УСЛОВИ ЗА РАМНОТЕЖА

Ако на едно тело дејствува вртлив момент кој не е во рамнотежа со друг, телото почнува да се движи. Тоа се јавува во случај кога на тело што мирува дејствуваат една или повеќе сили, а нивната резултантна сума е различна од нула, така што телото ќе почне да се движи. Под вакви услови постои дејство на *неурамнотежена (небалансирана) сила*, која му дава забрзување на телото.

Меѓутоа, ако векторската сума на сите сили кои дејствуваат на телото е нула, телото се наоѓа во рамнотежа и ќе остане да мирува или да се движи со константна брзина.

Запомни! *Секое тело останава во состојба на мирување или рамномерно движење кога резултантната на сите сили што дејствуваат на него е еднаква на нула. Тогаш велиме дека телото се наоѓа во рамнотежа.*

Ако на тело кое се наоѓа во рамнотежа дејствуваат само две сили, очигледно е дека мора тие да се еднакви по големина, а спротивни по насока. Светилка што виси од таванот е добар пример на две сили во рамнотежа (сл. 6.4).



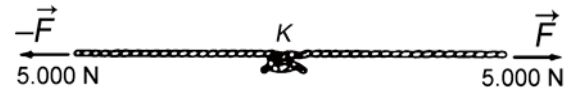
Сл. 6.4. Светилка што виси на таванот е во рамнотежа

На светилката дејствуваат две сили: привлечната сила на Земјата $\vec{G}$, насочена надолу, и силата T , насочена нагоре, која се јавува поради затегнување во жицата. Бидејќи светилката е во рамнотежа, силите се еднакви по големина, а спротивни по насока.

Треба да се напоми дека тело што се движи со константна брзина се наоѓа во рамнотежа и сè додека нема забрзување не постои неурамнотежена сила.

Во играта „влечење јаже“, кога два спротивставени тима се влечат со еднакви но спротивни сили за краевите од јажето, постои услов за рамнотежа. Како што е прикажано на сл. 6.5, силата $\vec{F}$ од 5.000 N што дејствува на јажето надесно од јазолот K е еднаква по големина но спротивно насочена на силата $-\vec{F}$ од 5.000 N што влече налево. Ако двете сили не се еднакви по големина, нема да по-

стои рамнотежа и тогаш јазолот K ќе се помести во насока на поголемата сила.



Сл. 6.5. Силата во јажето е 5.000 N

Треба да се забележи дека во рамнотежен случај затегнувањето на јажето е 5.000 N, а не 10.000 N. Овој очигледен парадокс може да се објасни ако се претпостави дека едниот тим го врзува својот крај од јажето за колец. Другиот тим, сè уште влечејќи со неговите 5.000 N, и понатаму ги запазува истите услови на рамнотежа, правејќи да се задржи истото затегнување од 5.000 N. Едниот тим може да се разгледа како тим што го држи јажето, а другиот како тим што го влече.

Ако тело се наоѓа во рамнотежа како резултат на дејство на три сили, резултантата на сите три мора да биде нула. Со други зборови, за да биде во рамнотежа, векторската сума на трите сили мора да биде нула:

$$\sum \vec{F} = 0. \quad (6.1)$$

Ова значи дека, ако ги нацртаме векторите во размер и ги дадеме нивните соодветни насоки, ќе добиеме затворен многуаголник. Во случај на три сили многуаголникот е триаголник.

Запомни! Основниите закони за статичка рамнотежа гласат: Едно тело врз кое дејствуваат произволен број сили се наоѓа во рамнотежа ако векторскиот збир на сите сили е еднаков на нула.

Ако секоја од овие сили се разложи на компоненти по оските x и y и се применат условите за рамнотежа, збирот

на сите компоненти x мора да биде нула и збирот на сите компоненти y мора да биде нула. Изразено со симболи:

$$\sum \vec{F}_x = 0, \quad \sum \vec{F}_y = 0. \quad (6.2)$$

Ако сите сили кои дејствуваат на едно тело лежат во иста рамнина, исполнувањето на овие два условия е доволно за да се обезбеди статичка рамнотежа. Овие равенки вообичаено се викаат *прв услов за статичка рамнотежа*.

Ако на тврдо тело дејствуваат еден или повеќе вртливи моменти, настојувајќи да го завртат телото во една или друга насока, резултантната ротација ќе зависи од збирот на сите вртливи моменти. Ако телото се наоѓа во рамнотежа, сумата на сите моменти мора да биде нула:

$$\sum \vec{M} = 0. \quad (6.3)$$

Равенката (6.3) е позната како *втор услов за статичка рамнотежа*.

Пример 2. Една греда со должина 3 m и занемарлива маса е поставена на краевите на скали (сл. 6.6). Тело со тежина $\vec{G} = 60 \text{ N}$ е поставено на гредата на растојание 2,5 m од левиот крај и 0,5 m од десниот крај. Колкави се силите на реакција во потпорните точки?

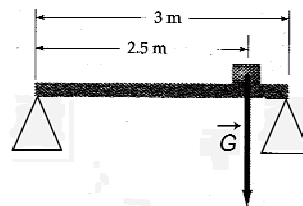
Решение: За да се реши еден статички проблем, прво треба да се нацрта дијаграм на слободно тело, што претставува дијаграм на сите сили кои дејствуваат на телото, разгледувајќи го како изолиран систем. Од првиот услов за статичка рамнотежа следува:

$$\sum \vec{F} = 0.$$

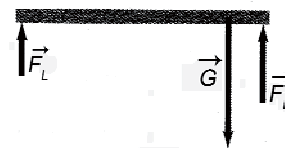
Бидејќи нема сили кои дејствуваат по оската x , т.е. нема влијание на тие сили, го запишуваме условот (6.2) во облик:

$$\sum \vec{F}_y = 0,$$

$$F_L + F_D - G = 0.$$



(a)



(б)

Сл. 6.6.

Вториот услов за рамнотежа (равенка 6.3) се однесува на моментите на сила:

$$\sum \vec{M} = 0.$$

Оската во однос на која се пресметуваат моментите може да се избере произволно. Во овој случај нека биде во точката во која е поставено телото, т.е. во која дејствува тежината $\vec{G}$, па затоа моментот што го создава силата на тежината во таа точка ќе биде нула.

$$F_D 0,5 - F_L 2,5 = 0$$

$$F_D = 5F_L.$$

Ако го замениме ова во условот за силите, добиваме:

$$F_L + 5F_L - G = 0,$$

$$6F_L = G,$$

$$6F_L = 60 \text{ N},$$

$$F_L = 10 \text{ N}; \quad F_D = 50 \text{ N}.$$

Забелешка: Истата задача може да се реши поедноставно, ако се земе оската, во однос на која ги пресметуваме моментите, да биде една од нападните точки на силите F_L и F_D .

Ако земеме, на пример, оската да биде во левиот крај на гредата, равенката за моментите ќе добие облик:

$$F_D \cdot 3 \text{ m} - G \cdot 2,5 \text{ m} = 0,$$

$$F_D \cdot 3 \text{ m} = 60 \cdot \text{N} \cdot 2,5 \text{ m},$$

$$F_D = \frac{150 \text{ N}}{3 \text{ m}},$$

$$F_D = 50 \text{ N}.$$

✓ Прашања и задачи

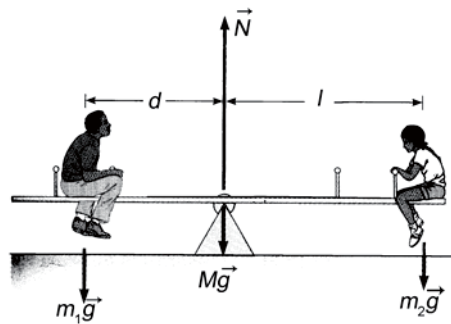
1. Кои се условите за статичка рамнотежа на телата?
2. Проста греда со должина 5 m е оптоварена со тело со тежина $G = 200 \text{ N}$ (сл. 6.6). Силата на реакција во потпорната точка $F_L = 40 \text{ N}$. Каде треба да биде поставен тегот G за да биде системот во статичка рамнотежа? [Одговор: $x = 4 \text{ m}$]. Колкава е силата F_D во другата потпорна точка? [Одговор: 160 N.]
3. Да се определи центарот на маса за системот од две тела прикажан на сл. 6.1, ако се дадени величините $m_1 = 6 \text{ kg}$, $m_2 = 4 \text{ kg}$, $\overline{AB} = 10 \text{ m}$. [Одговор: $r_1 = 10 \text{ m}$.]

6.3. ЛОСТ

Лостот претставува механички систем на тела во кој се применуваат горенаведените услови за статичка рамнотежа на телата. *Лостот може да претставува секое тврдо тело на коешто дејствуваат најмалку два моменти на сила во однос на даден центар на ротација, кој лежи на оската.* Значи, тој претставува еден урамнотежен механички систем, каде вкупната надворешна сила што дејствува на системот е еднаква на нула. Тоа е еден, но не и единствен услов за рамнотежа на лостот. Во посебен случај, кога центарот на маса се наоѓа директно на потпорната точка, тогаш треба да биде задоволен и вториот услов на статичка рамнотежа, односно сумата на надворешните моменти на сила што дејствуваат на системот треба да биде еднаква на нула.

Принципот на работа на лостот наједноставно може да се разбере со приме-

рот на една клацкалка. Таа се состои од една греда со должина l и маса M , која ги потпира таткото и ќерката со маси m_1 и m_2 , соодветно (сл. 6.7).



Сл. 6.7. Лост како систем на рамнотежа

Потпорната точка се наоѓа под центарот на маса на системот, таткото се наоѓа на растојание d од центарот на маса, а ќерката на растојание l од центарот.

За да се определи колкава е реакцијската сила во потпорната точка, т.е. силата $\vec{N}$, треба да се наведат сите сили кои дејствуваат на овој систем од тела: тоа се тежините на таткото и ќерката, $m_1\vec{g}_1$ и $m_2\vec{g}_2$, кои дејствуваат надолу на гредата, и тежината на самата греда $M\vec{g}$. Гледаме дека центарот на маса на гредата е во нејзиниот геометриски центар, затоа што гредата е хомогена. Бидејќи системот се наоѓа во статичка рамнотежа, сумата на сите сили кои дејствуваат на гредата треба да биде еднаква на нула. Тоа значи дека реакцијската сила во потпорната точка $\vec{N}$ е урамнотежена со силите што дејствуваат надолу. Математички тоа се запишува вака:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \quad (6.4)$$

$$N - m_1g - m_2g - Mg = 0$$

$$N = m_1g + m_2g + Mg$$

За да најдеме каде треба да седи таткото за системот да биде во рамнотежа, треба да се примени вториот услов за статичка рамнотежа, т.е. условот за моментите. Притоа може да се види дека силата $M\vec{g}$ не создава вртлив момент затоа што дејствува во самата оска на вртење:

$$\sum \vec{M} = 0 \quad (6.5)$$

$$(m_1g)d - (m_2g)l = 0$$

$$d = \frac{m_2}{m_1}l.$$

Почнувајќи од работата на локомоторниот систем кај човекот, т.е. движењето на коските и мускулите, принципот на кој е заснован лостот наоѓа голема примена во секојдневниот живот. Врз тој

принцип се засновани терезиите, простиите машини кои се користат во градежништвото и во земјоделството и друго.

Примената на лостовиите кај простиите машини. Лостот најчесто се користи за добивање механичка работа од некој вид расположлива енергија, на пример кај машините за обработка на предмети, млинови, текстилни машини и други. Во основа тие спаѓаат во групата прости машини, кои генерално се засноваат на следните физички принципи на работа: принцип на лост, тркало, наклонета рамнина, клин, завртка итн. Меѓутоа, сите наведени прости машини според принципот на работа можат да се сведат на лост и наклонета рамнина.

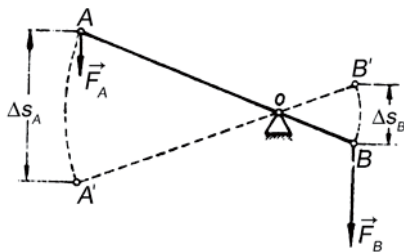
Да го разгледаме лостот кој служи за подигање на товар, прикажан на сл. 6.8. Нека почетната положба на металната прачка биде во АВ, прицврстена во потпорната точка О. Тежината на прачката може да се занемари. $\vec{F}_B$ е силата против која треба да се изврши работа. Тоа може да биде некој товар кој треба да се подигне или која било друга сила. На другиот крај на шипката дејствуваме со сила $\vec{F}_A$ во точката А. Ако се занемари триењето, може да се запише условот за рамнотежа:

$$F_A \overline{AO} = F_B \overline{OB}, \quad (6.6)$$

од каде што може да се определи односот на силите, наречен механичка предност:

$$\frac{F_B}{F_A} = \frac{\overline{AO}}{\overline{OB}}. \quad (6.7)$$

Ова ја дава идеалната механичка предност, затоа што реалната секогаш е помала поради триење во потпорната точка или на други места.



Сл. 6.8. Лост како проста машина за подигање товар

Степенот на корисно дејство η на простата машина ќе го определиме како однос на извршената работа

$$A_2 = F_B \Delta s_B$$

во однос на вложената работа

$$A_1 = F_A \Delta s_A,$$

$$\eta = \frac{A_2}{A_1} = \frac{F_B \cdot \Delta s_B}{F_A \cdot \Delta s_A}. \quad (6.8)$$

Од сл. 6.8 може да се види дека триаголниците OAA' и OBB' се слични. Лаките AA' и BB' можат да се разгледуваат приближно како отсечки, т.е. како должина на патот Δs_A и Δs_B . За слични триаголници важи правилото дека односот на страните од едниот и другиот триаголник е константа:

$$\frac{\Delta s_A}{\Delta s_B} = \frac{AO}{OB}.$$

$$\eta = \frac{A_2}{A_1} = \frac{AO}{OB} \cdot \frac{OB}{AO} = 1. \quad (6.9)$$

Од равенката (6.11) следува дека:

$$A_2 = A_1.$$

Во ваков идеален случај степенот на корисно дејство е 1, што претставува негова максимална вредност. Во реалност не е возможно тоа да се постигне, затоа што во системот на простата машина секогаш се јавува триење, така што степенот на корисно дејство секогаш е помал од единица [$\eta < 1$].

✓ Прашања и задачи

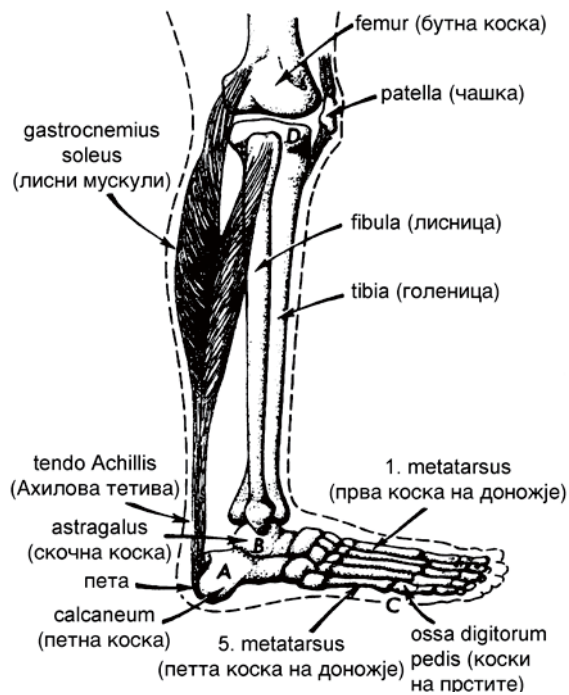
1. Што е лост? Каде се применува принципот на лостот?
2. Две деца се нишаат на клацкалка со должина на краците $d = 0,9 \text{ m}$ и $l = 1,5 \text{ m}$. Ако тежината на едното дете е $G_1 = 400 \text{ N}$, колкава треба да биде масата на другото дете за лостот да биде во рамнотежа? [Одговор: $m_2 = 30 \text{ kg}$.]

6.4. СТАТИКА НА ЛОКОМОТОРЕН СИСТЕМ

Механика на стапалото. Како практичен пример за исполнување на првиот и вториот услов за статичка рамнотежа ќе ја разгледаме анатомската градба на човековото стапало (сл. 6.9).

При свивањето и исправањето на целото стапало зглобот ја има улогата на оска на ротација во вертикалната рамнина. Врвот на зглобот (*astragalus*) е како топка која влегува и може слободно да се врти во лежиштето што го образуваат

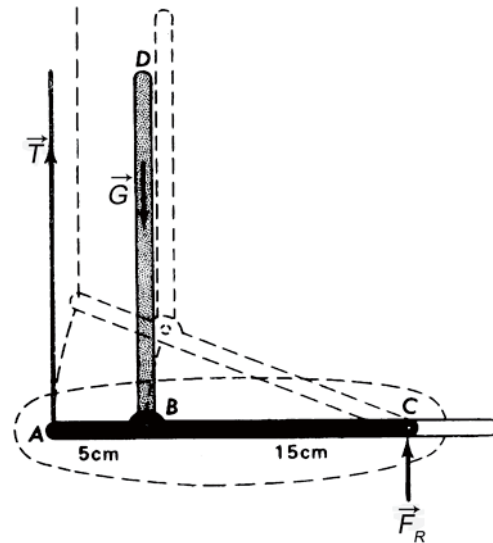
краевите на коските на ногата (*fibula* и *tibia*). Кога човекот настојува да се подигне на прсти, силните мускули (*gastrocnemius* *soleus*) што го формираат листот на ногата дејствуваат како главни придвижувачи. Затегнувањето на овие мускули ја подигнува петицата, а стапалото се свиткува во точката С, каде што коските (*phalanx*) на прстите се спојуваат со коските на стапалото (*metatarsal*).



Сл. 6.9. Скелет на потколеницата и стапалото. Прикажани се мускулите и тетивата што се активни при движење

На сл. 6.9 е прикажано подигањето на прсти како наједноставен вид на дејство на вртлив момент во однос на неподвижен центар на ротација С. Хоризонталниот дел АС, што го претставува скелетот на стапалото од А до С, шематски е прикажан на сл. 6.10. Вертикалниот дел BD го

претставува скелетот на ногата што го потпира телото. За да се пресмета силата на затегнување што е потребна за мускулите да го подигнат товарот, делот од стапалото од А до С се црта како тврдо тело и се прикажуваат сите сили што дејствуваат на него.



Сл. 6.10. Механички модел на човечкото стапало при подигање на прсти

На хоризонталниот дел дејствуваат три сили: во точката А дејствува силата $\vec{T}$ поради затегнувањето на мускулите во Ахиловата тетива, во точката В дејствува силата $\vec{G}$ од тежината на телото и во точката С дејствува силата $\vec{F}_R$ како реакција од подот.

Пример 3. Човек од 75 kg стои на едно стапало и се подига на прсти. Ако неговото стапало има димензии $\overline{AB} = 5\text{ cm}$ и $\overline{BC} = 15\text{ cm}$, да се пресмета силата на затегнување $\vec{T}$ во Ахиловата тетива (види сл. 6.10)!

Решение: Дадени се големините $\overline{AB} = 0,5 \text{ m}$, $\overline{BC} = 0,15 \text{ m}$, и тежината $G = 75 \text{ kg} \cdot 9,80 \text{ m/s}^2 = 735 \text{ N}$.

Условот за статичка рамнотежа даден со равенката (6.7) ги зема предвид сите моменти на сила што дејствуваат во однос на оската на ротација C:

$$\sum \vec{M}_C = 0$$

$$-T \cdot \overline{AC} + G \cdot \overline{BC} = 0,$$

$$-T \cdot 0,20 + G \cdot 0,15 = 0$$

$$G \cdot 0,15 = T \cdot 0,20$$

$$735 \cdot 0,15 = T \cdot 0,20$$

$$T = 735 \frac{0,15}{0,20} = 551 \text{ N}.$$

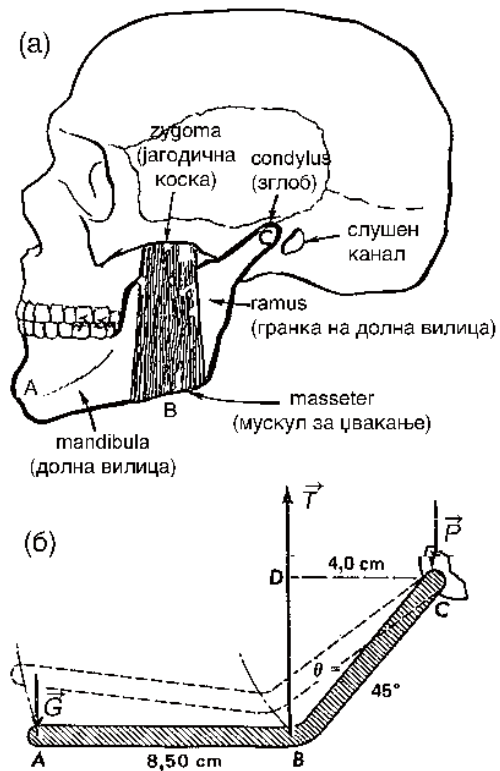
Механика на долната вилица. Долната вилица е голема и силна коска во форма на потковица која ја образува долната третина од скелетот на главата (види сл. 6.11a). Еден ѝ пар зглобови (condylus) ги има своите лежишта на краевите на вилицата кои имаат улога на оска на ротација на вилицата.

Мускулот за цвакање (masseter), по еден на секоја страна од лицето, е еден од најсилните мускули во телото. Како што е прикажано на сл. 6.11, тој се наоѓа на задниот дел од лицето.

Дејството на двата мускула за цвакање се состои во подигање на долната вилица и нејзино истовремено поместување малку напред. Механиката на вилицата во принцип се сведува на дејството на вртлив момент со оска на ротација во точката C (сл. 6.11б), силата нагоре во точката B и силата на тежина (сила на притисок) која се јавува кога започнува

цвакање помеѓу забите од горната и долната вилица.

На сл. 6.11б е даден шематски приказ на дејството на вртливите моменти. Ако вилицата се разгледува како тврдо тело, сите сили што дејствуваат на неа поради симетријата можат да се сведат на три: $\vec{G}$, $\vec{T}$ и $\vec{P}$. За пресметка на нивната големина треба да биде позната барем една од нив.



Сл. 6.11. а) Приказ на човечкиот череп.
б) Шематски приказ на механиката на цвакање

Пример 4. Едно момче цвака парче месо, притиска со сила од 200 N на предните заби. Пресметај ги: а) силата на затегнување T на двата мускула за цвакање

и б) силата P на зглобовите. Земи ги димензиите дадени на сл. 6.11.

Решение: Познати големини се $\overline{AB} = 0,085 \text{ m}$, $\overline{DC} = 0,04 \text{ m}$ и $G = 200 \text{ N}$. Земаме дека оска на ротација е точката C и го применуваме вториот услов за статичка рамнотежа за да добиеме:

$$\sum M = G \cdot 0,125 \text{ m} - T \cdot 0,04 \text{ m} = 0.$$

По замена на вредноста за тежината $G = 200 \text{ N}$ и решавање по силата T , добиваме:

$$T = \frac{200 \text{ N} \cdot 0,125 \text{ m}}{0,04 \text{ m}} = 625 \text{ N}.$$

Применувајќи го првиот услов за рамнотежа, добиваме:

$$\sum F = G + P - T = 0.$$

Со замена на познатите големини се определува силата P :

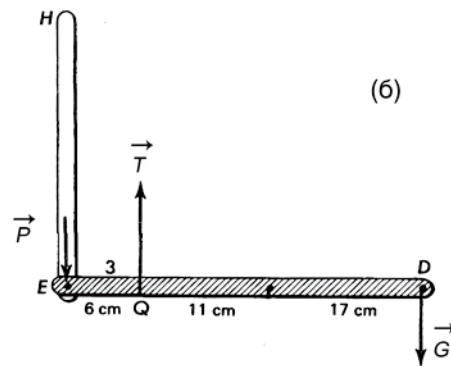
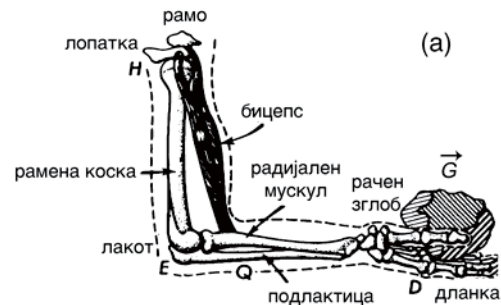
$$P = T - G = 625 \text{ N} - 200 \text{ N}$$

$$P = 425 \text{ N}.$$

Секој мускул на лицето дејствува со сила што одговара на половина од 625 N , т.е. со $312,5 \text{ N}$, додека секој виличен зглоб притиска врз своето лежиште со сила од половина од 425 N , т.е. со $212,5 \text{ N}$.

Бицејс. Горниот пример на решавање статички проблеми може да се примени и на свиткување на подлактицата. На сл. 6.12 е прикажан скелет на рака во положба кога држи камен на дланката, при што подлактицата е во хоризонтална положба. Со оска на ротација во точката на лакотот, подлактицата и дланката образуваат член на збивање, додека мускулот *бицејс* станува член на затегнување.

Задачата што треба да се реши се разложува на два дела: а) пресметка на силата на затегнување $\vec{T}$, со која дејствува бицепсот нагоре, и б) силата на притисок $\vec{P}$, со која рамото дејствува на лакотот.



Сл. 6.12. а) Скелет на раката и дланката, заедно со бицепсот активен при подигање на товар. б) Механички модел на подлактицата

Од две непознати сили едната може да се определи со елиминирање на втората преку пресметките на вртливиот момент. Ако точката E ја земеме за оска на ротација и го примениме вториот услов за рамнотежа, можеме да ја пресметаме силата $\vec{T}$.

$$\sum M = T \cdot \overline{QE} - G \cdot \overline{ED} = 0.$$

Со примена на првиот услов за рамнотежа можеме да ја определиме големи-ната на силата P .

Еластични својства на коски, ткива и мускули. Коските кај човекот претставуваат важен дел на локомоторниот систем. Тие заедно со зглобовите го сочинуваат делот на локомоторниот систем кој физички се дефинира преку состојбата на статичка рамнотежа (состојба на мирување) додека мускулите се поврзани со состојбата на движење на системот.

Коските кај човекот се поставени така што нивната функција при движење или подигање на одредени делови од телото се заснова на принципот на лост. Ротацијата на коските околу зглобовите може да се изведува во една, две или три насоки. Можените насоки на ротацијата на зглобовите се нарекуваат *сместени на слобода*. На пример, постојат зглобови (на коленото, прстите, лакотот и други) кои овозможуваат ротација на коските околу една оска. Друг тип зглобови имаат допирна површина со елипсоиден облик, значи кај нив може да се јави ротација во однос на две оски. Зглобовите на колковите, рамото и слични имаат можност за вртење на коските во три насоки, а нивната допирна површина има сферна форма.

Треба да се напомни дека коските и мускулите, како главни делови на локомоторниот систем, можат да бидат изложени на механички напрегања, поради што кај нив можат да се јават разни типови деформации. Механички напрегања можат да настанат поради дејство на надворешни сили, при физичка работа, при напрегање на мускулите, поради самата тежина, и друго.

Под дејство на надворешните напрегања можат да настанат еластични или пластични деформации на коските. Ела-

стични деформации се јавуваат само за време на дејство на надворешната сила, така што по прекин на надворешното дејство телото се враќа во првобитната форма. Пластичните деформации пак остануваат како трајни деформации на телото и по престанување на дејството на надворешната сила.

За опишување на еластичните деформации се користи Хуковиот закон кој гласи: *Силата што предизвикува еластична деформација на телото е пропорционална со големијата на деформацијата*. Ако станува збор за деформации на издолжување, тогаш силата секогаш ќе биде пропорционална со издолжувањето. Како и за сите други материјали, така и за коските важи Хуковиот закон.

Коските во човечкото тело имаат цилиндрична форма, така што најчесто можат да издржат разни видови напрегања. Поради нивната специфична форма што личи на шуплив цилиндар, тие појавуваат голем отпор на свиткување. Ако се подложат на дејство на кратки, но многу интензивни сили, може да настане кршење на коските.

За разлика од коските, *меките ткива* во човечкиот организам имаат сосема поинакво однесување при надворешни механички напрегања. Тие се составени од органски молекули со долга молекуларна структура и издолжена форма. Кај овие молекули под дејство на надворешни напрегања се јавуваат разни видови деформации кои покажуваат нелинеарен карактер. Ако меките ткива се подложат на мали напрегања, можат да настанат големи издолжувања, кои на мекото ткиво на кожата можат да изнесуваат и над 70 %.

Значи, може да се заклучи дека за меки ткива во области на мали напрегања не важи Хуковиот закон за еластич-

ност. Ако се зголемува напрегањето, меките ткива ќе имаат такви еластични својства што одговараат на Хуковиот закон. Тоа значи дека според своите еластични својства ќе преминат во областа на еластични деформации, каде што постои линеарна зависност меѓу напрегањето и деформацијата, т.е. линеарна зависност меѓу силата и издолжувањето.

☒ Прашања и задачи

1. Момче чија маса е 65,0 kg стои на едното стапало и потоа се подига на прсти. Димензиите на неговото стапало се $\overline{AB} = 4,50 \text{ cm}$ и $\overline{BC} = 14,0 \text{ cm}$ (види сл. 6.10). Пресметај ја силата на затегање во неговата Ахилова тетива! [Одговор: 482 N.]

2. Човек цпака парче тврд колач, при што дејствува со сила од 250 N на неговите предни заби. Пресметај ги: а) силата со која дејствува секој од двата мускула на лицето (масетери) и б) силата на секој виличен зглоб. Димензиите на неговата вилица се такви што $\overline{AB} = 9,2 \text{ cm}$, $\overline{BD} = 6,5 \text{ cm}$ и $\theta = 40^\circ$ (сл. 6.11) [Одговор: 604 N.]

РЕЗИМЕ

Центарот на маса на едно тело или систем на тела е точка низ која минува рамнина, така што моментите на сила на едната страна од рамнината се еднакви на моментите на сила од другата страна на рамнината.

Секое тело останува во состојба на мирување или рамномерно движење кога резултантата на сите сили што дејствуваат на него е еднаква на нула и тогаш велиме дека телото се наоѓа во рамнотежа.

Услови за статичка рамнотежа на телата се:

$$\sum \vec{F}_x = 0; \quad \sum \vec{F}_y = 0; \quad \sum \vec{M} = 0.$$

Лост може да претставува секое тврдо тело на кое дејствуваат најмалку два момента на сила во однос на даден центар на ротација, кој лежи на неподвижна оска.

Со принципот на лост ја објаснуваме работата на простите машини, со него се сретнуваме во конструкцијата на локомоторниот систем кај човекот и друго. Коските кај човекот се поставени така што нивната функција при движење или подигање на одредени делови од телото се заснова на принципот на лост.

Можните насоки на ротацијата на зглобовите се нарекуваат *свободни на слобода*.

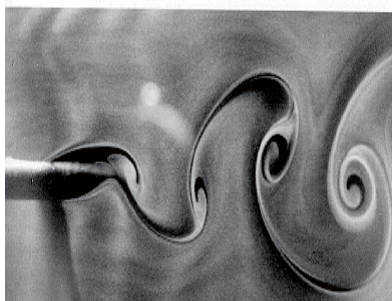
Коските и мускулите, како главни делови на локомоторниот систем, можат да бидат изложени на механички напрегања, поради што кај нив можат да се јават разни типови деформации.

За опишување на еластичните деформации се користи Хуковиот закон кој гласи: *Силата што предизвикува еластична деформација на телото е пропорционална со големината на деформацијата.*

Да научиме повеќе: http://wps.aw.com/aw_joung_physics_11/0,8076,898587-,00.html



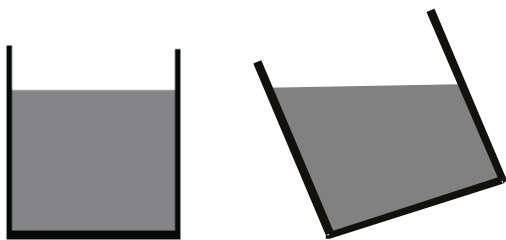
7. МЕХАНИКА НА ФЛУИДИ



7.1. Основни својства на флуидите	109
7.2. Хидростатички притисок	111
7.3. Атмосфера и атмосферски притисок.....	113
7.4. Потисок.....	116
7.5. Движење на флуидите	119
7.6. Бернулиева равенка	121
7.7. Вискозност на флуидите	125
7.8. Површински напон	129
7.9. Капиларни појави	131
Резиме	133

7.1. ОСНОВНИ СВОЈСТВА НА ФЛУИДИТЕ

Сите тела што можат да „течат“ со заедничко име се нарекуваат *флуиди*. Тука спаѓаат течностите и гасовите, коишто во голема мера се разликуваат од тврдите тела. Сепак, и помеѓу течностите и гасовите постои разлика. Течноста која се наоѓа во отворен сад целосно го исполнува волуменот на садот, при што формира *слободна површина*. Слободната површина на течноста претставува граница помеѓу атмосферата и течноста. Таа секогаш е поставена нормално на дејството на надворешна сила. На пример, слободната површина на водата во чаша е хоризонтална бидејќи на неа дејствува силата на Земјината тежа, која секогаш дејствува вертикално надолу (види сл. 7.1). Ако чашата се накриви, слободната површина и понатаму ќе остане хоризонтална. Гасовите исто така го исполнуваат целосно волуменот на садот, но само ако тој е затворен и не формираат слободна површина поради нивното својство за *експанзија*.



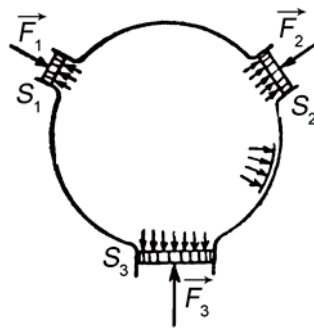
Сл. 7.1. Слободна површина на водата е поставена нормално на Земјината тежа

Друга разлика помеѓу течностите и гасовите е тоа што течностите многу

малку го менуваат својот волумен под дејство на надворешен притисок. Со ова својство течностите се приближуваат кон тврдите тела.

Течностите според своите својства се наоѓаат помеѓу гасовите и тврдите тела. На ниски температури тие се слични со тврдите тела, а на високи со гасовите. Според тоа, течностите претставуваат фаза на премин од тврда во гасовита состојба.

За флуидите општо можеме да кажеме дека нивните молекули слободно се движат во сите правци. Подвижноста на молекулите е причина дејството на секоја надворешна сила врз нив да се пренесува не само во правецот на силата, туку и во сите други правци (сл. 7.2).



Сл. 7.2. Односите помеѓу силите и површините на кои тие дејствуваат се исти

За да го докажеме тоа, ќе разгледаме еден едноставен експеримент. Сад со цилиндричен облик има три отвори со раз-

лични површини, на кои се поставени клипови (сл. 7.2). Садот е наполнет со вода. Кога на отворот со површина S_1 се дејствува со сила $\vec{F}_1$, клиповите на отворите со површини S_2 и S_3 се поместуваат кон надвор. За тие да се вратат во првобитната положба додека дејствува силата $\vec{F}_1$, потребно е на нив да се дејствува со сили $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$, соодветно. Ако ги измериме вредностите на силите со кои се дејствува на клиповите и нивните површини, можеме да заклучиме дека односите помеѓу силите и површините на кои тие дејствуваат се исти:

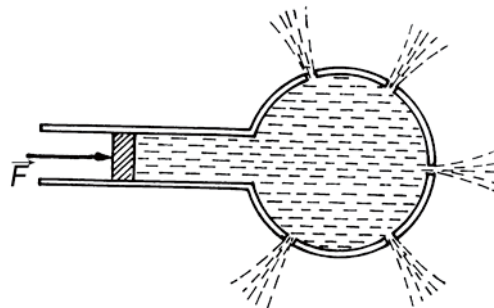
$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} = \frac{F_3}{S_3} = p. \quad (7.1)$$

Односој помеѓу силаа и површината на којашто силаа дејствува се определува со физичката величина притисок. Од равенката (7.1) следува дека притисокот се пренесува низ течноста во сите правци еднакво. Овој закон се нарекува Паскалов закон според физичарот Блез Паскал (Blaise Pascal, 1623–1662), кој прв дошол до тоа сознание.

Исто така во негова чест и мерната единица за притисок е наречена паскал (Pa). Притисок од 1 паскал создава сила од 1 њутн што дејствува нормално на површина од 1 квадратен метар, т.е:

$$1 \text{ Pa} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ m}^2}. \quad (7.2)$$

Овој закон може да се потврди и со едноставен експеримент кога во сад со клип има неколку дупчиња и тој ќе се наполни со вода. Со поместување на клипот кон внатре водата излегува од сите дупчиња еднакво (сл. 7.3).



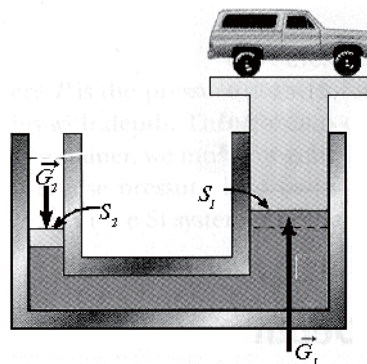
Сл. 7.3. Притисокот што го создава силата врз течноста се пренесува во сите правци еднакво

Пример 1. Колкава сила треба да се примени врз клипот на сад со течност, за во неа да се добие притисок од 120 Pa? Клипот има површина 10 cm².

Решение: Познати се вредностите за површината $S = 10 \text{ cm}^2 = 0,01 \text{ m}^2$ и притисокот $p = 120 \text{ Pa}$. Ако равенката (7.1) ја напишеме како $p = \frac{F}{S}$, за силата добиваме:

$$F = pS = 120 \text{ Pa} \cdot 0,01 \text{ m}^2 = 1,2 \text{ N}.$$

Пример 2. Автомобил со маса 2100 kg е поставен на големиот клип на хидраулична преса (сл. 7.4).



Сл. 7.4. Хидраулична преса

Колку луѓе со просечна маса од 60 kg треба да застанат на помалиот клип за нивоата на клиповите да бидат исти, ако знаеме дека односот на нивните површини изнесува 5.

Решение: Познати се вредностите за масата на автомобилот $m_1 = 2100 \text{ kg}$ и масата на еден човек $m_2 = 60 \text{ kg}$, како и односот на површините на клиповите $S_2/S_1 = 5$. Потребниот број на луѓе ќе го означиме со n . Ако во равенката (7.1) за силите ги замениме тежините на автомобилот и на луѓето заедно, добиваме:

$$\frac{G_1}{S_1} = \frac{G_2}{S_2} \quad \text{или} \quad \frac{m_1 g}{S_1} = \frac{n m_2 g}{S_2}.$$

Од последната равенка бројот на луѓе можеме да го определиме како:

$$n = \frac{S_1 m_2 g}{S_2 m_1 g} = \frac{S_1}{S_2} \cdot \frac{m_2}{m_1}$$

$$n = \frac{1}{5} \cdot \frac{2100}{60} = 7.$$

Тоа значи дека за изедначување на нивото на клиповите се потребни 7 луѓе.

✓ Прашања и задачи

1. Како се пренесува притисокот во течностите?
2. Претстави ја единицата за притисок паскал преку единиците на основните физички величини [Одговор: $1 \text{ kg/s}^2 \cdot \text{m}$.]
3. Зошто цистерните за превоз на течности и резервоарите за течности се цилиндрични или топчести?

7.2. ХИДРОСТАТИЧКИ ПРИТИСОК

Притисокот што се јавува во внатрешноста на секоја течност што мирува се нарекува *хидростатички притисок*.

Запомни! *Хидростатичкиот притисок е резултат од дејствувањето на Земјината тежа врз молекулите на течноста.*

Имено, сите молекули имаат маса и со својата тежина дејствуваат на дното на садот, при што вршат притисок врз него. Ако замислиме дека течноста во садот е составена од голем број слоеви, тогаш следува заклучокот дека секој слој со својата тежина дејствува на слојот под него, но и на дното на садот. Ова покажува дека колку што е поголем бројот на слоеви од течноста во садот толку притисокот на дното ќе биде поголем. Или можеме да кажеме дека притисокот на дното зависи од висината на течноста во са-

дот, т.е. тој се зголемува со зголемување на нејзината висина. Од Паскаловиот закон следува дека овој притисок не се јавува само на дното на садот, туку го има на сите страни еднакво и можеме да го определиме од равенката:

$$p = \rho g h, \quad (7.3)$$

каде што ρ е густина на течноста, а h е нејзина висина во садот, g е Земјиното забрзување.

Пример 3. Цилиндричен сад со површина на дното од 10 m^2 и волумен од 30 m^3 е наполнет со вода. Пресметај го хидростатичкиот притисок во садот ако густината на водата изнесува 1000 kg/m^3 .

Решение: Познати се вредностите за површината $S = 10 \text{ m}^2$, волуменот $V = 30 \text{ m}^3$ и густината $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ на водата.

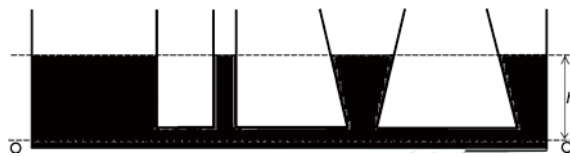
За да ја определиме равенката за хидростатичкиот притисок, тргнуваме од општата равенка за притисок $p = F/S$ што се јавува во садот како резултат на тежината $\vec{G}$ на водата. Тогаш оваа равенка можеме да ја напишеме како:

$$p = \frac{G}{S} = \frac{mg}{S}. \quad (7.4)$$

Ако масата ($m = \rho V$) на водата се изрази преку нејзината густина и волуменот кој е еднаков со волуменот на садот, за хидростатичкиот притисок од равенката (7.4) добиваме:

$$p = \frac{\rho V g}{S} = \frac{1000 \cdot 30 \cdot 9,81}{10} \text{ Pa} = 29,4 \text{ kPa}.$$

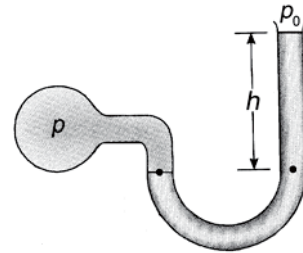
Како резултат на појавата на хидростатички притисок кај течностите, во сврзаните садови, прикажани на сл. 7.5, нивото на течноста е секаде исто, независно од обликот на садот. Тоа следува од равенката (7.3), според која хидростатичкиот притисок на дното на сврзаните садови зависи само од висината h на столбот од течност, а не и од нејзиниот волумен. Оваа појава е позната како *хидростатички парадокс*.



Сл. 7.5. Течност во сврзани садови има исто ниво

Направите за мерење притисок со користење на законитостите што важат за хидростатичкиот притисок се нарекуваат *манометри*. Кај сите манометри притисокот се мери преку мерење на висината на столбот од течност, со користење на равенката (7.3).

На сл. 7.6 е претставен отворен манометар, кој ја покажува разликата помеѓу атмосферскиот притисок p_0 и притисокот p во затворениот сад. Стаклената цевка во форма на буквата U содржи определено количество течност.



Сл. 7.6. Манометар што го мери притисокот p во садот

На едниот крај на течноста дејствува притисокот p во садот, а на другиот крај атмосферскиот притисок p_0 . Ако притисоците p_0 и p се еднакви на принцип на сврзани садови, нивото на течноста во двата крака на U-цевката ќе биде исто. Ако притисокот p е поголем од p_0 тогаш нивото во кракот поврзан со садот ќе биде спуштено за определена висина h . Разликата во притисоците $p - p_0$ е еднаква на хидростатичкиот притисок на столбот од течност:

$$p - p_0 = \rho g h. \quad (7.5)$$

За манометрите како течност најчесто се користи вода или жива преку кои се определува хидростатичкиот притисок.

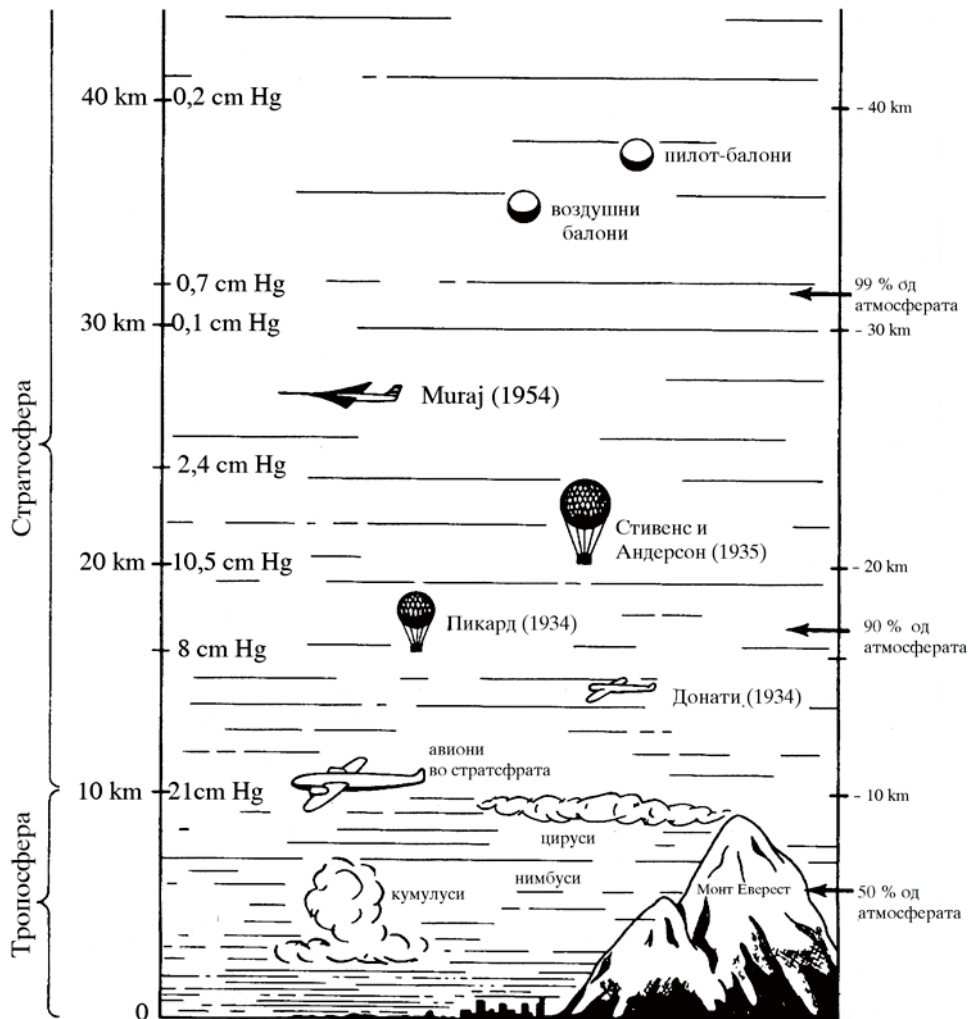
✓ Прашања и задачи

1. Што значи хидростатички парадокс и зошто се јавува?
2. За што служи манометарот?
3. Пресметај го хидростатичкиот притисок на столб од вода со висина 2 m! [Одговор: 19,62 kPa.]

7.3. АТМОСФЕРА И АТМОСФЕРСКИ ПРИТИСОК

Воздушната маса што ја опкружува Земјата се нарекува Земјина атмосфера. Иако атмосферата претставува воздушна маса, таа сепак како резултат на гравитационата сила на Земјата се задржува во нејзината непосредна близина. На сл. 7.7 е прикажан напречен пресек на атмосфе-

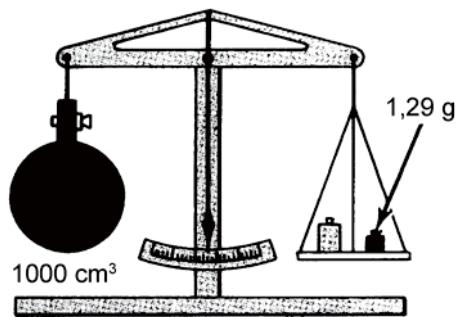
рата до височина од 40 km над површината на Земјата. Таа се состои од два основни дела: *тропосфера* и *стратосфера*. На десниот крај од сликата можеме да забележиме дека 50% од Земјината атмосфера се наоѓа до височина под 5 km и дека 99% е под 30 km.



Сл. 7.7. Илустрација на важни податоци за тропосферата и стратосферата, како и височините што ги достигнал човекот со балони и авиони

Поради тоа, ако живееме на височини многу блиски до морското ниво, ние постојано сме изложени на огромен притисок како резултат на тежината на воздухот над нас. Иако изгледа неверојатно, воздухот врши притисок од околу 101.396 Pa врз површината на Земјата. Тој притисок го нарекуваме *атмосферски притисок*. Дека навистина воздухот има тежина, може да се покаже со едноставен експеримент. Шуплива метална топка со волумен од 1 dm³ прво се мери полна со воздух, а потоа вакуумирана (сл. 7.8). Кога воздухот е отстранет, топката е полесна за 1,29 g.

Пример 4. Определи ја густината на воздухот од експериментот прикажан на сл. 7.8.



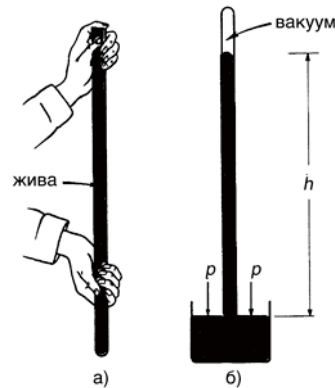
Сл. 7.8. Мерење на масата на воздухот

Решение: Познати се вредностите за масата на воздухот $m = 1,29$ g и волуменот на металната топка $V = 1000$ cm³. Густината на воздухот можеме да ја определиме од равенката:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1,29 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}{1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3} = 1,29 \text{ kg/m}^3.$$

При решавањето на практични проблеми многу често се зема дека густината на воздухот е приближно еднаква на 1 kg/m³.

Атмосферскиот притисок прв го измерил Евангелиста Торичели (Evangelista Toricelli, 1608–1647) пред околу 350 години. Неговиот експеримент е прикажан на сл. 7.9.



Сл. 7.9. Експеримент на Торичели. Принцип на работа на живиниот барометар

Долга стаклена цевка, отворена на едниот крај, е наполнета со жива како на сл. 7.9а. Во моментот кога ќе се отстрани прстот и цевката се преврти со отворот во сад со жива, нивото на живата во цевката опаѓа до висина h (сл. 7.9б). Нивото на живата ќе опаѓа сè додека хидростатичкиот притисок во цевката не се изедначи со надворешниот атмосферски притисок кој дејствува на слободната површина на живата. На морското ниво висината на живата h изнесува 76 cm. Оваа висина ќе биде иста независно од големина-та на напречниот пресек на цевката.

Пример 5. Определи ја висината на воден столб што е еквивалентен на барометарска висина на живин столб од 76 cm, ако густината на живата е $13,6 \cdot 10^3$ kg/m³.

Решение: Познати се вредностите за висината на живиниот столб $h = 76$ cm и густината на живата $\rho = 13,6 \cdot 10^3$ kg/m³.

Исто така знаеме дека густината на водата изнесува $\rho_v = 10^3 \text{ kg/m}^3$. Бидејќи хидростатичкиот притисок на живиниот столб е еднаков со притисокот од водниот столб, од равенката (7.3) следува:

$$\rho g h = \rho_v g h_v.$$

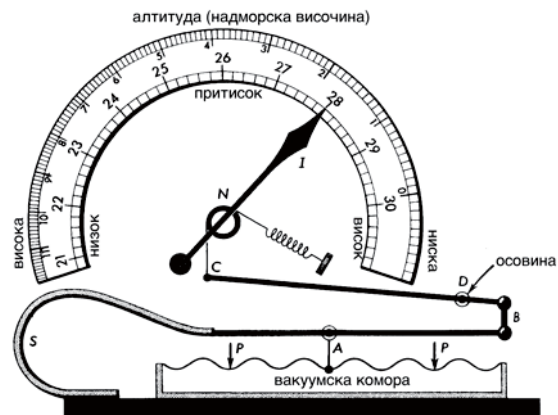
Водниот столб можеме да го определиме како:

$$h_v = h \frac{\rho}{\rho_v} = 13,6 \cdot 0,76 \text{ m} = 10,34 \text{ m}.$$

Францускиот филозоф и математичар Блез Паскал прв покажал дека атмосферскиот притисок се намалува на поголема надморска височина, т.е. ако овој експеримент го направиме на некоја планина, висината h на живиниот столб значително ќе се намали. Причина за тоа е намалувањето на количеството на воздух кога се зголемува надморската височина а со тоа и на притисокот врз слободната површина на живата.

Принципот на работа на оваа едноставна направа за мерење на атмосферскиот притисок е прикажан на сл. 7.9б. Таа се користи во современите инструменти за мерење на атмосферскиот притисок. Тие инструменти се нарекуваат *живини барометри*.

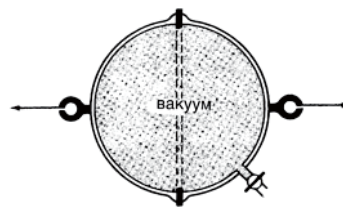
За мерење на атмосферскиот притисок се користи и *метален барометар* (сл. 7.10). Тој се состои од метална кутија од која е извлечен воздухот. Пружината, поставена во кутијата создава рамнотежа помеѓу атмосферскиот притисок и горната површина од кутијата. Кога атмосферскиот притисок се зголемува, горната површина на кутијата се деформира надолу, а кога се намалува – нагоре. Деформацијата на кутијата со механизам се пренесува на стрелка, со чија помош притисокот се отчитува на скала.



Сл. 7.10. Метален барометар

Пример 6. Магдебуршки полутопки

Атмосферскиот притисок од $101,3 \cdot 10^3 \text{ Pa}$ под кој живиот свет на Земјата опстанува навидум не изгледа многу голем. Меѓутоа, таков притисок пресметан на голема површина дава огромна сила. Овој факт е потврден пред неколку векови, во 1654 година, кога Ото фон Герике (Otto von Guericke, 1602–1686) пред царот Фердинанд III го извел познатиот експеримент со „магдебуршките полутопки“. Две бакарни полутопки со дијаметар од 56 cm се поставени така да формираат сфера како што е прикажано на сл. 7.11.



Сл. 7.11. Магдебуршки полутопки

Меѓу нив е ставен кожен прстен, со цел да обезбеди херметичко затворање на полутопките. Откако сферата била вакуумирана, шеснаесет коњи поделени во две групи не можеле да ја раздвојат. Тоа

не треба да нè чуди, бидејќи силата потребна да ги раздвои изнесува околу 57 kN, што одговара на маса од приближно шест тони.

Пример 7. Механика на дишење

Атмосферскиот притисок исто така има голема улога и при дишењето на човекот. Принципот на дишење е прикажан на сл. 7.12.

Мускулната контракција на дијафрагмата надолу образува област на притисок околу белите дробови помал од атмосферскиот. Поради тоа во белите дробови се внесува воздух.

Повлекувањето на дијафрагмата нагоре го зголемува притисокот околу белите дробови, при што воздухот со јаглероддиоксид излегува надвор.



Сл. 7.12. Механизам на дишењето

✓ Прашања и задачи

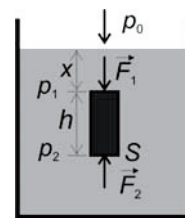
1. Од кои основни делови се состои атмосферата?
2. Со која направа се мери атмосферскиот притисок?
3. Опиши го механизмот на дишење?

7.4. ПОТИСОК

Во гравитационо поле, како што е Земјиното, течностите дејствуваат на телата што се потопени во нив. Силата со која тие дејствуваат има исти правец со Земјината тежа, но спротивна насока, т.е. е поставена вертикално нагоре и се нарекува *потисок*.

Големината на потисокот може да се определи на следниот начин. Во сад со течност се потопува цилиндар, поставен како на сл. 7.13. Бидејќи страничните сили што дејствуваат на телото се во рамнотежа, останува на него да дејствуваат само вертикалните сили $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Потисокот на течноста е еднаков на разликата од овие две сили:

$$F_p = F_2 - F_1. \quad (7.6)$$



Сл. 7.13. Потисок кај цилиндар потопен во течност

Силата F_1 со која течноста дејствува на горната површина S од цилиндарот можеме да ја пресметаме преку хидростатичкиот притисок $p_1 = \rho g x$, што го создава силата F_1 врз таа површина:

$$F_1 = p_1 S = \rho g x S. \quad (7.7)$$

Аналогно на тоа, силата F_2 , која дејствува на долната површина S од цилиндарот,

рот, можеме да ја пресметаме преку хидростатичкиот притисок $p_2 = \rho g (x+h)$, што го создава силата F_2 врз таа површина:

$$F_2 = p_2 S = \rho g (x+h) S. \quad (7.8)$$

Ако равенките (7.7) и (7.8) ги замениме во равенката (7.6), за потисокот добиваме:

$$F_p = \rho g h S. \quad (7.9)$$

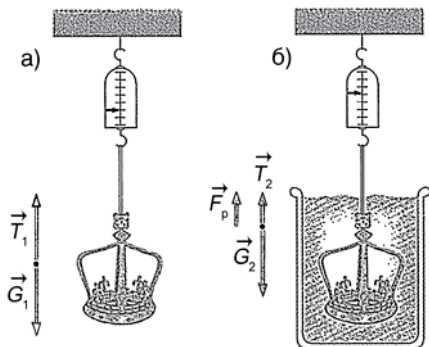
Производот $h S$ одговара на волуменот V на цилиндарот, па равенката за потисокот можеме да ја напишеме како производ од волуменот V , густината на течноста ρ и Земјиното забрзување g :

$$F_p = \rho g V. \quad (7.10)$$

Од оваа равенка се гледа дека силата на потисокот одговара на тежината на течноста што има исти волумен со цилиндарот, т.е. истисната е од него.

Запомни! На тело потопено во течност дејствува потисок еднаков со тежината на истиснатата течност од тоа тело.

Оваа законитост ја докажал Архимед (Archimede, 287–212 пред н.е.) кога го определувал процентот на злато во круната на кралот Хиерон (сл. 7.14). Затоа овој закон се нарекува *Архимедов закон*.



Сл. 7.14. Круната на кралот Хиерон не е направена од чисто злато

***Пример 8.** Пресметај дали круната на кралот Хиерон е направена од чисто злато, ако знаеме дека густината на златото изнесува $19,3 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$. Архимед измерил дека динамометарот за круната во воздух покажува сила од 7,84 N, а во вода 6,84 N. Што му одговорил Архимед на кралот Хиерон?

Решение: Познати се вредностите за силите отчитани на динамометарот во воздух и вода $T_1 = 7,84 \text{ N}$ и $T_2 = 6,84 \text{ N}$.

Кога круната се мери во воздух, како што е прикажано на сл. 7.14а, нејзината тежина $\vec{G}_1$ е еднаква со отчитаната сила на динамометарот $\vec{T}_1$ ($G = T_1$). Во вториот случај, кога круната е потопена во вода, тежината на круната G_2 е еднаква на сумата од отчитаната сила $\vec{T}_2$ и потисокот $\vec{F}_p$ ($G = T_2 + F_p$). Според тоа, потисокот можеме да го определиме од равенката:

$$F_p = G - T_2 = T_1 - T_2 = 7,84 - 6,84 = 1 \text{ N}.$$

Ако потисокот F_p изнесува 1 N, тогаш волуменот на круната V_k е еднаков со волуменот на истиснатата вода V_v и можеме да го определиме од равенката (7.10):

$$V_k = \frac{F_p}{\rho_v g} = \frac{1 \text{ N}}{1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3.$$

Кога го знаеме волуменот на круната, можеме да ја определиме и густината на материјалот од кој е направена таа:

$$\rho_k = \frac{m_k g}{V_k g} = \frac{G}{V_k g},$$

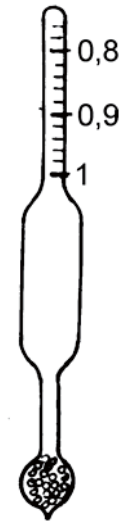
$$\rho_k = \frac{7,84 \text{ N}}{1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} = 7,84 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3.$$

Густината на материјалот од кој е направена круната се разликува од густината на златото. Значи, Архимед морал да му каже на кралот дека неговата круна не е направена од чисто злато.

Законот за потисок се користи за едноставно определување на волуменот на неправилни тела со помош на вага, на сличен начин како што тоа го направил Архимед. Ако масата на едно такво тело прво се измери во воздух, а потоа потопено во течност со позната густина, разликата на тежините на телото одговара на потисокот, кој пак претставува тежина на истиснатата течност. По определувањето на потисокот може да се определи волуменот на истиснатата течност, што според Архимедовиот закон одговара на волуменот на телото. Вагите што се користат за овој тип мерења се нарекуваат *хидростатички ваги*.

Од Архимедовиот закон следува дека *појтисокој на течносѝа ќе биде помал од тежината на телото ако густината на течносѝа е помала од густината на телото. Во тој случај телото ѝоне, т.е. паѓа надолу. Во обратен случај, кога густината на течносѝа е поголема од густината на телото, појтисокој е поголем од тежината и телото ѝлива на површината на течносѝа. Кога телата пливаат, дел од нив се наоѓа над површината на водата, при што настанува рамнотежа помеѓу нивната тежина и потисокот.*

На овој принцип функционира и *ареометарот*, направа што служи за мерење на густината на течностите. Тој се состои од стаклена цевка која има проширување на долниот крај (сл. 7.15). Тоа проширување е наполнето со олово и овозможува ареометарот да плива вертикално.



Сл. 7.15. Ареометар

На горниот крај од цевката е градуирана скала. Скалата може да биде изразена во единици за густина, но и во други единици што директно би го покажувале присуството на дадена супстанција во течността. На пример, ареометрите со кои директно се отчитува количеството на алкохол во вода се нарекуваат алкохометри, количеството на шеќер се отчитува со сахарометри, млечни масла во млечното со лактометри.

☒ Прашања и задачи

1. Колкав е потисокот на тело потопено во течност?
2. Топка со радиус 20 cm е потопена во вода. Колкава е силата на потисокот што дејствува на топката? [Одговор: 246,4 N.]
3. Кога ареометар плива во вода, 2/4 од неговиот волумен е потопен, а кога плива во непозната течност, 3/4 од неговиот волумен е потопен. Колкава е густината на непознатата течност? [Одговор: $666,7 \text{ kg/m}^3$.]

7.5. ДВИЖЕЊЕ НА ФЛУИДИТЕ

Досега во оваа глава ги разгледувавме природните појави и закони поврзани со флуидите кога тие мируваат. Сега ќе ги опишеме основните законитости кога тие се движат. За разлика од случајот кога флуидите мируваат и го зафаќаат волуменот на садот во кој се наоѓаат, тие во текот на движењето го менуваат својот облик и волумен. За движењето на флуидите се вели дека е стационарно, или ламинарно, ако секоја честичка од флуидот има иста брзина со онаа честичка што ја поминала пред неа на истото место, при што ниту едни од честичките од флуидот не се сечат. Тоа може да се види на сл. 7. 16 кога се испитува струењето на воздухот околу автомобил во аеродинамички тунел.



Сл. 7.16. Ламинарно струење околу автомобил при неговото тестирање во аеродинамички тунел

Стационарното движење на флуидите, по некоја критична брзина, може да стане турбулентно. Турбулентното течење на флуидите се карактеризира со турбуленции, како што е покажано на сл. 7. 17.

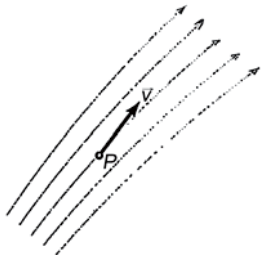


Сл. 7.17. Топлите гасови од цигара се видливи со чадот. Чадот прво се движи ламинарно, а потоа турбулентно

При движење на тврдите тела се јавува триење само на нивната надворешна површина, за разлика од флуидите, кај кои постои триење и во нивната внатрешност. Овој тип на триење се нарекува вискозност. Внатрешното триење, т.е. вискозоста, всушност претставува отпор помеѓу два соседни слоја од флуидот што се движат еден во однос на друг. Како резултат на вискозоста кај флуидите дел од нивната кинетичка енергија поминува во внатрешна енергија. Овој механизам е сличен на механизмот кога тело се лизга по хоризонтална подлога, при што како резултат на триењето губи дел од својата кинетичка енергија.

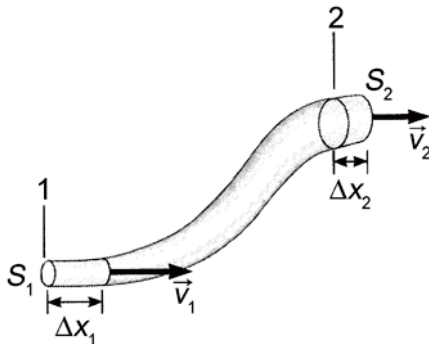
Поради сложеноста на движењето на флуидите за решавање на проблеми честопати се користат упростени механизми. Наједноставниот модел претставува моделот на идеален флуид, кој ги има следните својства: не е вискозен (нема внатрешно триење), се движи стационарно, не е компресибилен (неговиот волумен не се менува под дејство на надворешни сили).

Патеките на движењето на честиците на флуидот се нарекуваат струјни линии. Брзината на честицата секогаш е во правец на тангентата на струјната линија, како што е покажано на сл. 7.18.



Сл. 7.18. Струјни линии во флуид. Брзината на честиците е по тангентата на струјната линија

Ќе го разгледаме движењето на флуиди низ цевка што нема константен напречен пресек (сл. 7.19).



Сл. 7.19. Движење на флуид низ цевка со различни напречни пресеци

Честиците од флуидот се движат по струјните линии низ почетокот од цевката (точка 1) со површина на напречниот пресек S_1 и за временски интервал Δt ќе поминат пат $\Delta x_1 = v_1 \Delta t$. Масата на флуидот што за тоа време ќе помине низ точката 1 изнесува $m_1 = \rho S_1 \Delta x_1 = \rho S_1 v_1 \Delta t$, каде што ρ е гутината на идеалниот флуид. На сли-

чен начин може да се определи и масата m_2 од флуидот што ќе помине низ крајот на цевката (точка 2) со површина на напречен пресек S_2 . Таа изнесува $m_2 = \rho S_2 \Delta x_2 = \rho S_2 v_2 \Delta t$ бидејќи флуидот е идеален и некомп्रेसибилан. Поради тоа, при струење на флуидот низ секој напречен пресек на цевката за еднакви временски интервали Δt минува исто количество (маса) од течноста. Тогаш масата $m_1 = m_2$ и во тој случај довиваме дека $\rho S_1 v_1 = \rho S_2 v_2$ или:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2. \quad (7.11)$$

Оваа равенка се нарекува *закон за континуитетот*. Тој гласи: *Производот од површината на напречниот пресек на цевката и брзината на идеален флуид во сите точки од цевката е константна величина*. Значи, таму каде што цевката е потесна, брзината на движење на флуидот е поголема и обратно, таму каде што цевката е поширока, брзината на движење е помала. Производот $Q = S v$ има димензии на волумен во единица време и се нарекува *проток*.

Пример 9. За чешма е прицврстено пластично црево со дијаметар 4 cm, со кое ја наводнуваме градината. Протокот на водата од чешмата изнесува $300 \text{ cm}^3/\text{s}$. Колкава ќе биде брзината на истекување на водата од цревото ако со палецот ја покриеме половината од неговиот отвор.

Решение: Познати се вредностите за протокот на водата на едниот крај од цревото $Q_1 = S_1 v_1 = 300 \text{ cm}^3/\text{s}$ и дијаметарот $d = 4 \text{ cm}$. Од равенката (7.11) за законот за континуитет, брзината на истекување можеме да ја пресметаме како:

$$v_2 = \frac{S_1 v_1}{S_2} = \frac{300 \text{ cm}^3/\text{s}}{(2 \text{ cm})^2 \pi} = 47,8 \text{ cm/s}.$$

✓ Прашања и задачи

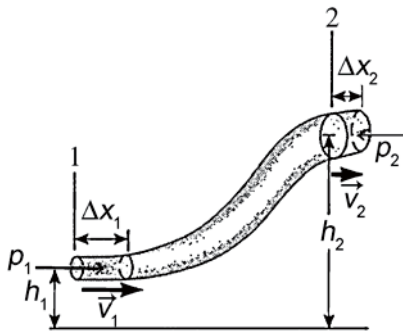
1. Како се дефинира стационарното движење на флуидите? Кога движењето од стационарно станува турбулентно?
2. За кој флуид велиме дека е идеален?

3. Водата од цевка за наводнување со дијаметар 20 cm, што има три еднакви излези, се носи во три црева со дијаметар 10 cm. Ако водата во цевката се движи со брзина 30 m/s, со колкава брзина излегува водата од трите црева? [Одговор: 40 m/s.]

7.6. БЕРНУЛИЕВА РАВЕНКА

При движење на флуидите низ области каде што нивната брзина се менува или пак се искачуваат на определена височина во однос на површината на Земјата, притисокот во нив се менува. Релацијата помеѓу брзината на флуидите, притисокот и височината на која течат, во однос на референтно ниво, ја извел швајцарскиот физичар Даниел Бернули (Daniel Bernoulli, 1700–1782).

За да ја изведеме Бернулиевата равенка, ќе го разгледаме стационарното движење на определено количество (волумен) флуид низ цевка што нема константен напречен пресек (сл. 7.20). Тоа количество флуид за временски интервал Δt прво ќе помине низ почетокот на цевката (положба 1), кој се наоѓа на висина h_1 во однос на референтното ниво.



Сл. 7.20. Стационарно движење на идеален флуид во цевка што нема константен напречен пресек

Површината на напречен пресек на овој отвор изнесува S_1 . Патот што ќе го поминат честиците од флуидот за тоа време (Δt) изнесува Δx_1 . Бидејќи сметаме дека флуидот е идеален, едновременно ист волумен V од него, за ист временски интервал Δt , ќе помине низ крајот на цевката (положба 2) со површина на напречен пресек S_2 . Патот што ќе го поминат честиците од флуидот за тоа време изнесува Δx_2 . Овој отвор се наоѓа на висина h_2 во однос на референтното ниво.

Движењето на флуидот низ цевката во положбите 1 и 2 резултира со појава на сили кои дејствуваат на флуидот. Силата што дејствува во положбата 1 на флуидот со волумен V изнесува $F_1 = p_1 S_1$, притоа работата што оваа сила ќе ја изврши за временски интервал Δt изнесува $A_1 = F_1 \Delta x_1 = p_1 S_1 \Delta x_1 = p_1 V$. На ист начин можеме да ја добиеме и работата што ќе ја изврши силата што дејствува на волуменот V од флуидот во положбата 2. Таа изнесува $A_2 = p_2 V$.

Како резултат на движењето на флуидот, промената на работата што ја вршат силите во положбите 1 и 2 можеме да ја напишеме како:

$$A = A_1 - A_2 = (p_1 - p_2)V. \quad (7.12)$$

Дел од извршената работа се должи на промената на кинетичката енергија, а

дел на промената на потенцијалната енергија на флуидот во положбите 1 и 2. Промената на кинетичката енергија се јавува како резултат на различните брзини што ги имаат честичките од флуидот во положбите 1 и 2. Нејзината вредност за флуид со маса m (сегментите имаат иста маса поради тоа што нивниот волумен е ист) може да се определи со равенката:

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2. \quad (7.13)$$

Промената на потенцијалната енергија на честичките од флуидот во положбите 1 и 2 се должи на висинската разлика на овие положби во однос на референтното ниво. Нејзината вредност може да се определи со равенката:

$$\Delta U = mgh_2 - mgh_1. \quad (7.14)$$

Значи, можеме да заклучиме дека извршената работа ќе биде еднаква со сумата од промените на кинетичката и потенцијалната енергија $\Delta A = \Delta E_k + \Delta U$, или, ако во оваа равенка ги замениме равенките (7.12), (7.13) и (7.14), ја добиваме равенката:

$$(p_1 - p_2)V = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_2 - mgh_1 \quad (7.15)$$

Ако оваа равенка ја поделиме со волуменот V и неговата вредност ја замениме со $V = m/\rho$, по средувањето на равенката добиваме:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gh_2. \quad (7.16)$$

Оваа равенка се нарекува *Бернулиева равенка* и многу често се пишува како:

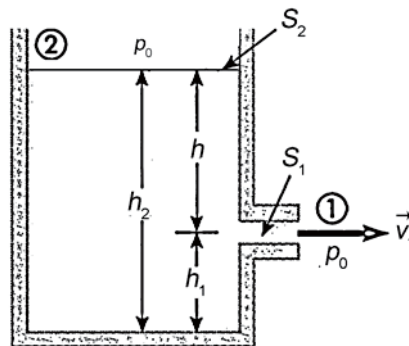
$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh_1 = \text{const.} \quad (7.17)$$

Во равенката (7.17) изразот $\frac{1}{2}\rho v^2$ го определува *хидродинамичкиот притисок*, а ρgh *хидростатичкиот притисок* што дејствува на флуидот во цевката. Притисокот p претставува статички притисок.

Според тоа, Бернулиевата равенка можеме да ја опишеме со следната дефиниција: *Збирот од статичкиот, динамичкиот и хидростатичкиот притисок во кој било пресек на цевка низ која тече идеален флуид е константен.*

Исто така можеме да заклучиме дека *притисокот што се јавува при течење на идеален флуид во цевка што нема константен пресек, се намалува со зголемување на брзината на флуидот и висината на цевката во однос на дадено референтно ниво.*

Пример 10. Да се пресмета брзината со која истекува водата од еден базен низ страничен отвор со многу мали димензии, ако отворот се наоѓа на висина $h = 1$ m од површината на водата во базенот (сл. 7.21).



Сл. 7.21. Истекување на вода низ мал отвор.
Торичелиев закон

Решение: За да ја определеме брзината v_1 со која истекува водата од базенот, мораме да поставиме неколку услови. Прво, користејќи ја претпоставката дека површината на базенот е многу поголема од површината на отворот ($S_2 \gg S_1$), можеме да го користиме условот дека брзината v_2 со која се спушта нивото на водата во базенот е приближно еднаква на нула. Исто така, и на двете површини дејствува атмосферскиот притисок, па следува дека $p_1 = p_2 = p$. Тогаш равенката (7.17), согласно со сл. 7.19, можеме да ја напишеме како:

$$p + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = p + \rho g h_2.$$

Ако оваа равенка се реши по брзината v_1 , каде што $h_2 - h_1 = h$, добиваме:

$$v_1^2 = 2g(h_2 - h_1) \quad \text{или} \quad v_1 = 2gh. \quad (7.18)$$

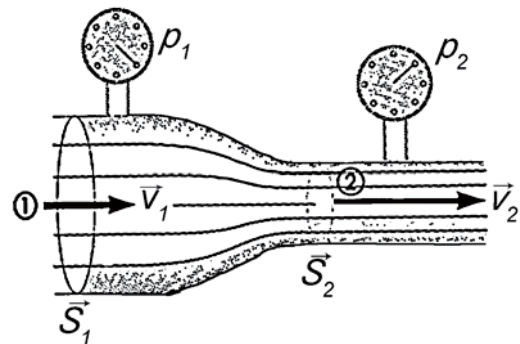
Равенката (7.18) е иста со равенката (2.37) за брзина на тело при слободно паѓање. Тоа значи дека можеме да го изведеме следниот заклучок: *Брзината со која истекува течност низ многу мал отвор поставен на дадена висина од површината на течности е еднаква на брзината со која честиици од течности слободно би паѓале од истата висина.* Овој заклучок се нарекува *Торичелиев закон*.

***Пример 11.** Хоризонтално поставена цевка со два различни напречни пресеци се нарекува *Вентуриева цевка* (сл. 7.22) и се користи за мерење на брзината на струење на идеален флуид. Определете ја брзината v_2 во положбата 2 ако разликата во притисоците $p_1 - p_2 = 400$ Па, а површините на напречните пресеци на цевката во положбите 1 и 2 се $S_1 = 0,04 \text{ m}^2$

и $S_2 = 0,01 \text{ m}^2$. Густината на флуидот е 10^3 kg/m^3 .

Решение: За да ја определеме брзината v_2 ја користиме Бернулиевата равенка (7.16) кога $h_1 = h_2$, при што добиваме:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2. \quad (7.19)$$



Сл. 7.22. Вентуриева цевка

Исто така од равенката за континуитет (7.11) брзината v_2 , можеме да ја определиме како:

$$v_1 = v_2 \frac{S_2}{S_1}. \quad (7.20)$$

Ако равенката (7.20) ја замениме во (7.19), добиваме равенка:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho \left(\frac{S_2}{S_1} \right)^2 v_2^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2,$$

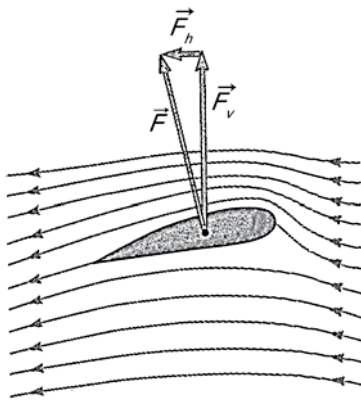
од која брзината v_2 можеме да ја пресметаме со равенката:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho(S_1^2 - S_2^2)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot 10^2}{10^3 \cdot (0,16 - 0,1) \cdot 10^{-3}}} \\ v_2 = 115,5 \text{ m/s}.$$

Кога од равенката (7.20) ќе ја пресметаме брзината $v_1 = 28,9 \text{ m/s}$, можеме да заклучиме дека нејзината вредност е помала од онаа на брзината v_2 , поради тоа што $S_1 > S_2$.

Пример 12. *Поткревна сила кај авионските крила*

Кога авион се движи, струјните линии на воздухот поминуваат покрај неговиот труп и крила. На сл. 7.23 е прикажан изгледот на струјните линии кај авионското крило. Ако претпоставиме дека струјните линии се движат хоризонтално покрај крилото со брзина $\vec{v}_1$, наклонот на крилото ги скршнува струјните линии и тие следејќи го неговиот облик, се движат надолу со брзина $\vec{v}_2$.



Сл. 7.23. Поткревна сила кај авионските крила

Крилото дејствува со сила на струјните воздушни линии и ги скршнува од нивниот правец. Согласно со Третиот Њутнов закон, како реакција на таа сила се јавува сила $\vec{F}$ со која струјните линии дејствуваат на крилото. Овие две сили имаат иста големина и правец, но спротивни насоки. Силата $\vec{F}$ можеме да ја

разложиме на две компоненти, хоризонтална и вертикална:

$$\vec{F} = \vec{F}_h + \vec{F}_v. \quad (7.21)$$

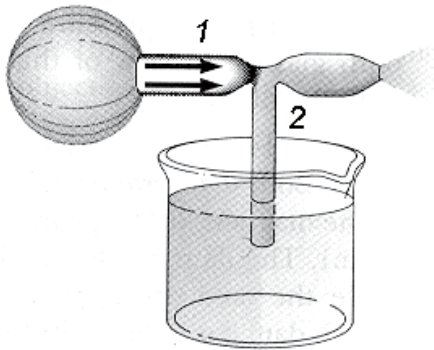
Вертикалната компонента $\vec{F}_v$ се нарекува *поткревна сила* или *аеродинамичка поткревна сила*, а хоризонталната компонента $\vec{F}_h$ се нарекува *сила на отпор*. Силата на отпор што се јавува кај авионското крило зависи од неколку фактори: брзината на авионот, кривината (обликот) на неговите крила, нивната површина и аголот помеѓу хоризонталата и крилото. Движењето на крилото нагоре се должи на ефектот што произлегува од Бернулиевата равенка, според која со зголемување на брзината притисокот на флуидот се намалува. Во овој случај брзината над крилото $\vec{v}_1$ е поголема од брзината $\vec{v}_2$ под крилото, од што следува дека притисокот над крилото ќе биде помал од оној под него. Оваа разлика во притисоките овозможува крилото да се крева нагоре. Исто така, при зголемување на аголот помеѓу крилото и хоризонталата може да се јави турбулентно движење на воздухот и да предизвика намалување на поткревната сила.

За да се отстрани турбулентното движење на воздухот при движење на авионите, но и на торпедата, бродовите и автомобилите, тие се прават со аеродинамичка форма. Тоа го намалува отпорот и се добива поголема брзина со ист потисок на пропелерите, односно моторите.

Експериментирањето со модели на авиони и автомобили (види сл. 7.16) во воздушните тунели се врши за да се испита аеродинамичкиот облик, т.е. формата на воздушните струјни линии кога тие се движат.

Пример 13. Пулверизатор

Постојат голем број уреди што работат на принципот на промена на брзината на истекување на флуид како резултат на промена во притисоците. Најосновен модел на таков уред е пулверизаторот (сл. 7.24).



Сл. 7.24. Пулверизатор

Со помош на гумена пумпа притисокот во хоризонталната цевка 1 се намалува до вредност приближна на вакуум. Според условот што следува од Бернулиевата равенка: *намалувањето на притисокот во цевка предизвикува зголемување на брзината на флуидот*, во вертикалната цевка 2 ќе се зголеми брзината на движењето на течноста. Поради тоа течноста од чашата истекува со голема брзина низ отворот во форма на спреј. На овој принцип работат повеќето пумпи кај парфемските и други шишенца.

✓ Прашања и задачи

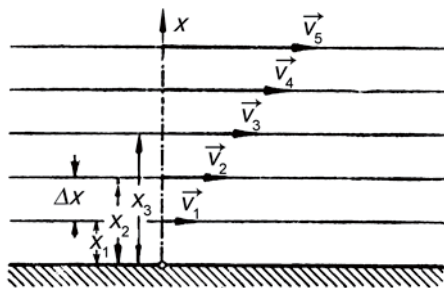
1. При кои услови од Бернулиевата равенка се добива Торичелиевата равенка?
2. Која цевка се нарекува Вентуриева?
3. Што се случува со брзината при зголемување на притисокот во цевката?

7.7. ВИСКОЗНОСТ НА ФЛУИДИТЕ

Во поглавјето 7.4 кога зборувавме за струење на флуидите, рековме дека кај реалните флуиди, т.е. оние што постојат во природата, се јавува вискозност. Вискозноста на флуидите ја дефиниравме како внатрешно триење помеѓу слоевите од флуидот или како отпор помеѓу два соседни слоја од флуидот што се движат еден во однос на друг. Бидејќи вискозноста на гасовите е многу мала, ние ќе се задржиме на разгледувањето на вискозноста на течностите. Објаснување на овие феномени дал Њутн, според кој *триењето помеѓу слоевите од флуидот може да се илустрира аналожно со триењето на тврдиите тела во механиката*. Ако помеѓу две стаклени плочи ставиме некоја течност, при придвижување на горната

плоча слоевите од течноста ќе имаат различни брзини (сл. 7.25). Најголема брзина ќе има слојот што се наоѓа најблиску до горната површина, а најмала слојот до долната површина. Тоа значи дека помеѓу секој слој од течноста се јавува релативно движење на соседните слоеви, што предизвикува и нивно меѓусебно триење. Резултатите од експерименталните мерења покажуваат дека силата на триење $\vec{F}$ помеѓу слоевите е пропорционална со површината S на слоевите и градиентот на брзина $\frac{\Delta v}{\Delta x}$.

Претставува однос од промената на брзината и промената на растојанието на кое таа се мери.



Сл. 7.25. Вискозно триење на слоеви од флуид

Согласно со горенаведените експериментални резултати, Њутновиот закон за силата на триење во флуидите е даден со равенката:

$$F = \eta S \frac{\Delta v}{\Delta x}, \quad (7.22)$$

каде што коефициентот на пропорционалност η се нарекува *динамичка вискозност*, или само *вискозност*, и зависи од природата на флуидот. Односот на η и густината ρ на флуидот се нарекува *кинемаичка вискозност* (η/ρ).

Пример 14. Пресметај го градиентот на брзина од сл. 7.23, ако растојанието $x_3 - x_2 = 1 \text{ mm}$, а брзините $v_2 = 0,3 \text{ m/s}$ и $v_3 = 0,5 \text{ m/s}$.

Решение- Градиентот на брзина можеме да го пресметаме од равенката:

$$\frac{\Delta v}{\Delta x} = \frac{v_3 - v_2}{x_3 - x_2}.$$

Ако ги замениме вредностите на познатите величини, добиваме:

$$\frac{\Delta v}{\Delta x} = \frac{0,05 \text{ m/s} - 0,03 \text{ m/s}}{0,001 \text{ m}} = 20 \text{ s}^{-1}.$$

Вискозноста на течностите се намалува со зголемување на нивната температура, за разлика од гасовите, кај кои вискозноста се зголемува. Тоа се случува поради зголемување на хаотичното движење на молекулите од гасот, што ние ќе го разгледуваме во главата 8.

Силите на вискозно триење се многу помали од силите на триење при лизгање кај тврдите тела. Затоа кај голем број машини, кога треба да се намали триењето на нивните делови, помеѓу тие делови се става слој од вискозна течност.

Пример 15. Течење на вискозни течности

Во поглавјето 7.4 исто така спомнавме дека движењето на флуидите може да биде ламинарно (стационарно) или турбулентно (нестационарно). Преминот од еден во друг тип движење, како што веќе спомнавме, е поврзан со брзината на течење или со димензиите на напречниот пресек на цевката. Англискиот научник Рејнолдс (Reynolds) утврдил критериум, наречен *Рејнолдсов број* Re , според кој се определува карактерот на движењето на флуидите. Рејнолдсовиот број е даден со равенката:

$$Re = \frac{\rho v d}{\eta}, \quad (7.23)$$

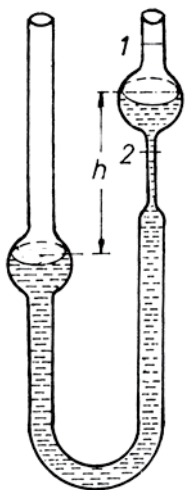
каде што ρ е густина на флуидот, v е неговата брзина, d е дијаметар на напречниот пресек на цевката, а η е динамичка вискозност. Рејнолдсовиот број се определува експериментално и неговата *гранична вредност* за мазни цевки изнесува 1160. При поголеми вредности од граничната движењето на флуидот поминува во турбулентно.

Зависноста на *пройлокој* кај ламинарното движење на вискозни течности

во цевки, во зависност од притисокот што се јавува во нив, е дефинирана со закон на Поазеј (Jean Poiseuille, 1797–1869). Според него протокот Q низ цевката зависи од разликата на притисоците што постојат во двата краја на цевката, нејзиниот радиус r и должина l , како и од вискозности на флуидот η . Или напишано со равенка:

$$Q = \frac{\pi r^4 (p_1 - p_2)}{8\eta l}. \quad (7.24)$$

Приборите што служат за мерење на вискозности на течностите се нарекуваат *вискозиметри*. Вискозиметарот кој ја мери вискозности на течности користејќи го Поазејовиот закон се нарекува Освалдов вискозиметар (сл. 7.26).



Сл. 7.26. Освалдов вискозиметар

Мерењата се вршат со споредба на времето на истекување t_2 на определен волумен течност со непозната вискозност η_2 и времето на истекување Ft на течност со позната вискозност η_1 . Ако се знаат гу-

стините на течностите ρ_2 и ρ_1 , соодветно, вискозности η_2 може да ја определиме од равенката:

$$\eta_2 = \eta_1 \frac{\rho_2 t_2}{\rho_1 t_1}. \quad (7.25)$$

Пример 16. Движење на тврди тела во вискозна течност

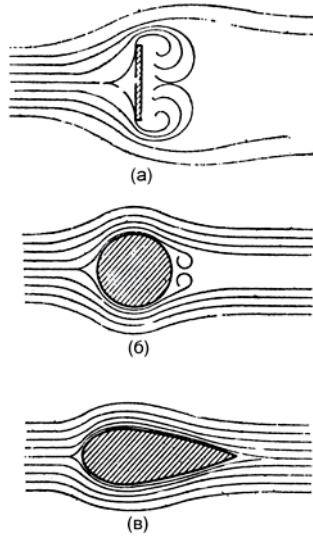
При разгледувањето на поткревната сила кај авионските крила во поглавјето 7.6 кажавме дека отпорот на средината всушност претставува сила на триење помеѓу телото и флуидот. Таа сила се јавува не само како резултат на триењето помеѓу површината на телото и флуидот, туку и поради тоа што при движењето телото повлекува со себе слоеви од флуидот. Тогаш силата на триење е резултат на движењето на телото и слоевите од флуид околу него.

За рамномерно движење на топка во некоја вискозна средина важи Стоксовиот закон (George Stokes, 1819–1900), кој се претставува со равенката:

$$F = 6\pi\eta r v, \quad (7.26)$$

каде што F е Стоксова сила, η е коефициент на вискозност на флуидот, v е брзина на топката, а r е нејзин радиус. Стоксовата сила дејствува секогаш спротивно од насоката на движење на телото. Со зголемување на брзината на движење на телата постои можност за појава на турбулентно движење.

Појавата на турбуленција во голема мера зависи и од формата на телото. На сл. 7.27 се прикажани три тела со различен облик. Што можеме да заклучиме од нивното движење во флуидот?



Сл. 7.27. Движење на тела во вискозен флуид

Пример 17. Физички модел на крвниот систем

Крвниот систем кај човекот се состои од голем број крвни садови со различна должина и дебелина. Секој крвен сад, независно од неговите димензии, може да се спореди со цевка низ која тече флуид. Според тоа, физички модел, со кој ќе можеме на едноставен начин да го објасниме движењето на крвта во крвните садови, е систем од огромен број сврзани цевки со различен напречен пресек.

Движењето на крвта во крвните садови, според Бернулиевата равенка (7.17), се должи на разликата во притисоките на почетокот и крајот на секој крвен сад. Разликата на притисоките во крвниот систем се јавува како резултат на работата на срцејто.

Бидејќи крвта претставува вискозна течност (флуид), за нејзиното ламинарно движење низ крвните садови ќе важи законот на Поазеј (равенка 7.24), според

кој пропорцијата на крвта Q низ крвните садови е пропорционален со разликата на притисоките што постојат во двајта краја од крвните садови, нивниот радиус r , а обратнопропорционален со нивната должина l и вискозносста на крвта η :

$$Q = \frac{\pi r^4 (p_1 - p_2)}{8\eta l},$$

Од големо значење за здравјето на човекот е мерењето на крвниот притисок. Постојат два типа методи за мерење на крвниот притисок: директен и индиректен. Директниот метод е нехуман и се применува само при експериментирање со животни. Поради тоа во секојдневната медицинска пракса се користат индиректни методи. Најпопуларен начин е со слушање на звучните сигнали во крвните садови (оние што се наоѓаат во левата надлактица) со стетоскоп.

Појавата на звучни сигнали во крвниот сад се јавува поради промената на движењето на крвта од стационарно (ламинарно) во турбулентно. Критериумот според кој крвта од стационарно ќе премине во турбулентно движење е Рејнолдсовиот број Re , определен со равенката (7.23):

$$Re = \frac{\rho v d}{\eta},$$

каде што ρ е густина на крвта, v е нејзина брзина, d е дијаметар на напречен пресек на крвниот сад, а η е динамичка вискозност. За крвта гранична вредност на Рејнолдсовиот број Re_G изнесува околу 2000. Тоа значи дека, ако на некој начин се зголеми брзината на движењето на крвта, ќе се зголеми и Re , а нејзиното движење од стационарно ќе премине во турбулентно.

Вообичаен начин за предизвикување турбулентно движење во крвта е затворање на крвниот сад што се наоѓа на левата

надлактица со помош на воздушно перниче околу раката. Тогаш во долниот дел од крвниот сад не протекува крв, не се слуша звучен сигнал и притисокот во перничето се изедначува со систолниот притисок (притисок во крвните садови при контракција на срцевиот мускул). Кога воздушно-то перниче ќе се олабави, крвта почнува да се движи низ крвниот сад со голема брзина, предизвикувајќи турбуленции ($Re > Re_G$) кои се проследени со звучни импулси. Вредноста на притисокот отчитан со манометар во моментот на појавата на овие сигнали го дава систолниот притисок.

Престанувањето на звучните сигнали ($Re < Re_G$) е поврзано со престанувањето на дејството на воздушното перниче и враќањето на крвниот сад во нормална

состојба. Во тој момент на манометарот се отчитува дијастолниот крвен притисок (притисок во крвните садови при опуштање на срцевиот мускул).

Прашања и задачи

1. Од што зависи појава на турбуленции кај вискозни флуиди?
2. Со која направа се мери вискозност на течностите?
3. Кои сили дејствуваат на топче што се движи во флуид со постојана брзина во зависност од насоката на движење.
4. Пресметај го Рејнолдсовиот број за вода што се движи во цевка со дијаметар 3 mm со брзина 0,2 m/s. Вискозност на водата изнесува $0,1 \cdot 10^{-3}$ Pa s. [Одговор: 6000.]

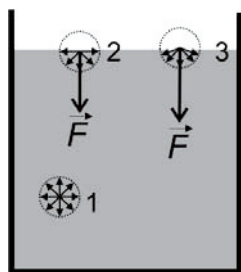
7.8. ПОВРШИНСКИ НАПОН

Иако течностите и гасовите поради повеќе слични својства со заедничко име ги нарекуваме *флуиди*, сепак тие меѓусебно се разликуваат. Една од разликите е формирањето *слободна површина* од страна на течностите и појавата на *површински ефекти*. Овие својства на течностите се должат на нивната специфична *молекуларна граѓа*, што ги прави различни и од гасовите и од тврдите тела. Но сепак, објаснувањето на овие својства преку молекуларната граѓа на течностите претставува многу сложен проблем. Затоа нашата задача ќе биде на едноставен начин да ја разгледаме структурата на течностите на молекуларно ниво.

За разлика од гасовите, молекулите кај течностите се наоѓаат на мали растојанија од ред на големина на димензиите на молекулите. Тоа се потврдува со фактот дека течностите многу малку го ме-

нуваат својот волумен под дејство на притисок. Со ова својство течностите се приближуваат кон тврдите тела. Малите растојанија помеѓу молекулите во течноста овозможуваат појава на меѓумолекуларни сили со голем интензитет. Така секој молекул од течноста околу себе формира сферна околина на дејство во која се чувствува неговото влијание. Оваа околина се нарекува *сфера на меѓумолекуларно дејство*. Нејзината големина изнесува околу 10^{-9} m.

Објаснувањето на површинските ефекти кај течностите може да се направи на едноставен начин преку разгледување на својствата на молекулите што се наоѓаат на површината од течноста (сл. 7.28). Односно, која е разликата помеѓу сферите на меѓумолекуларно дејство на молекулите што се наоѓаат во внатрешноста на течноста и на површината.



7.28. Површински напон

Ако претпоставиме дека молекулите од течноста во внатршноста се опкружени од сите страни со други молекули, следува дека нивните заемни дејства се урамнотежуваат. Таков е случајот со молекулот 1. Но кај молекулите што се на површината од течноста (молекулите 2 и 3) дел од нивните сфери на меѓумолекуларно дејство се над површината на течноста. Поради тоа кај нив настанува само делумно урамнотежување на заемните дејства со другите молекули а “остатокот” се манифестира како потенцијална енергија на молекулите. *Колкава ќе биде нивната потенцијална енергија зависи од тоа колкав дел од сферата на меѓумолекуларното дејство е над површината на течноста*, т.е. поголем “остаток” се манифестира со поголема потенцијална енергија. Потенцијалната енергија што ја имаат молекулите од површината на течноста се нарекува *површинска енергија* E . Таа е пропорционална со плоштината на граничната површина на течноста:

$$E = \alpha S. \quad (7.27)$$

каде што α претставува коефициент на пропорционалност и се нарекува *коефициент на површински напон*. Единица за коефициент на површински напон во SI-системот следува од равенката (7.27) и изнесува 1 J/m^2 , но во пракса често се користи и единицата 1 N/m .

Кога на течността не дејствуваат надворешни сили, таа се стреми да има најмала можна енергија. Тоа може да се оствари ако таа зафати најмала можна површина, бидејќи тогаш најмалку молекули од неа ќе бидат на површината. Во природата определен волумен има најмала површина ако е во форма на сфера. Затоа сите течности кога не се под влијание на надворешни сили се стремат кон сферна форма (на пример капки дожд, капки вода во бестежинска состојба во кабините на сателитите и друго).

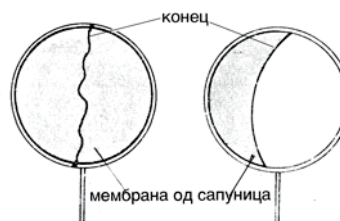
Површинската енергија кај течността е мера за работата што ја врши течността за да зафати најмала можна површина. Според тоа, работата што ја врши течноста, согласно со равенката (7.27), можеме да ја дадеме со равенката:

$$A = E = \alpha S. \quad (7.28)$$

Силата под чие дејство се врши оваа работа се нарекува *сила на површински напон*. Неа можеме да ја определиме со изедначување на равенката за работа $A = F l$ и равенката (7.28), под претпоставка дека површината изнесува $S = l x$:

$$F l = \alpha S \quad \text{или} \quad F = \alpha x. \quad (7.29)$$

Наједноставен експеримент со кој може да се потврди дека течностите ја зафаќаат најмалата можна површина е следниот: на кружна рамка од тенка жица се врзува конец како на сл. 7.29.



Сл. 7.29. Мембрана од сапуница се стреми да има најмала површина

Со потопување на рамката во сапуница на неа ќе се формира мембрана. Ако мембраната од едната страна на крајот ја дупнеме, останатиот дел од неа ќе го постави крајот во таква положба во која таа ќе има најмала површина.

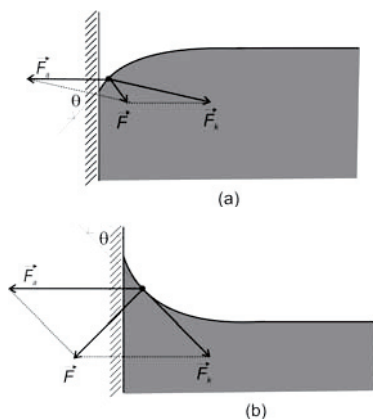
Супстанциите кои го намалуваат површинскиот напон се нарекуваат *површински активни супстанции*. Таква супстанција е сапуноот, кој го намалува коефициентот на површински напон на водата за десетина пати.

✓ Прашања и задачи

1. Со кои единици во SI-системот се мери коефициентот на површински напон? Докажи дека единицата 1 J/m^2 е еднаква со 1 N/m !
2. Кога течноста зафаќа најмала површина и каква форма добива тогаш?
3. Кои супстанции се нарекуваат површински активни супстанции?

7.9. КАПИЛАРНИ ПОЈАВИ

Како што веќе кажавме во воведот на оваа глава, слободната површина на течноста секогаш се поставува нормално на дејството на надворешна сила, како резултат на дејството на силата на Земјината тежа. Меѓутоа, експериментите покажуваат дека површината на течноста во близина на сидовите на садот може да биде искривена нагоре или надолу, во зависност за која течност станува збор (сл. 7.30).



Сл. 7.30. Натопување и ненадотопување на сидовите од садот

Ако течноста е закривена нагоре, велиме дека то не натопува сидот на садот, ако пак е закривена надолу, велиме дека не то не натопува.

Оваа појава исто така може да се објасни преку молекуларната градба на течностите и појавата на заемно дејство меѓу молекулите од течноста и сидот на садот. Овие ефекти најсилно се изразени во цевки со мал напречен пресек (капилари) и затоа се нарекуваат *капиларни појави*.

Со упростени методи капиларните појави можат да се разгледуваат и со макроскопски заемни дејства. Силите со кои меѓусебно дејствуваат молекулите од површината на течноста во близина на сидот на садот се нарекуваат *кохезиони*, додека пак силите со кои заемно дејствуваат молекулите од течноста и молекулите од сидот на садот се нарекуваат *адхезиони*.

При натопување адхезионата сила $\vec{F}_a$ е поголема од кохезионата сила $\vec{F}_k$. Нивната резуланта $\vec{F}$ е насочена кон сидот на садот и ја “тера” течноста да се постави нормално на неа (види сл. 7.30a).

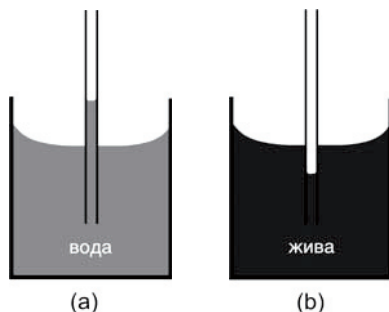
При натопување атхезионата сила $\vec{F}_a$ е помала од кохезионата сила $\vec{F}_k$. Во тој случај нивната резултанта $\vec{F}$ е насочена кон течнота која се поставува нормално на неа како на сл. 7.30б.

Исто така и кај капиларните појави течнота се стреми да ја зафати најмалата можна површина. Поради тој стремеж на површината на течнота се јавува *дојолниџелен притисок*, кој се нарекува *Лапласов дојолниџелен притисок* во чест на францускиот физичар Пјер Лаплас (Pierre Laplace, 1749–1827). Неговата вредност се определува со резултантната сила $\vec{F}$ и плоштината на нормалната површина S на течнота:

$$p = \frac{F}{S}. \quad (7.30)$$

Експериментално овој притисок може да се измери кога во сад со течност се потопи капиларна цевка. Во зависност од својствата на течнота таа може да се искачи над своето ниво во садот или да се спушти под него. Хидростатичкиот притисок во капиларната цевка одговара на дополнителниот притисок p .

На сл. 7.31 е прикажан експеримент кога водата ја полни капиларната цевка потопена во неа и обратно, кога нивото на жива се спушта во потопената цевка.



Сл. 7.31. Лапласов дополнителен притисок во капиларните цевки потопени во течност

Силата на површинскиот напон во овој случај дејствува по целата должина на допирната површина помеѓу водата (живата) и капиларната цевка.

Ако цевката има радиус r , тогаш силата на површинскиот напон ќе дејствува на должина $2\pi r$. Тогаш од равенката (7.29) следува:

$$F = \alpha x = \alpha 2r\pi. \quad (7.31)$$

Ако равенката (7.31) се замени во (7.30) за Лапласовиот дополнителен притисок, се добива равенката:

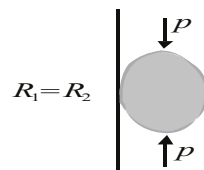
$$p = \pm \frac{\alpha 2r\pi}{r^2\pi} = \pm \frac{2\alpha}{r}. \quad (7.32)$$

Лапласовиот дојолниџелен притисок е правојројорционален со коефициентот на површински напон, а обратнојројорционален со радиусот на капиларната цевка.

Кога течнота го натопува сидот на садот, притисокот е со предзнак (+), а со предзнак (–) кога не го натопува.

*Пример 18. Гасна емболија

Појавата на меурчиња гас во капиларни цевки како резултат на натопување на нивните сидови се нарекува *гасна емболија*. Поимот емболија доаѓа од зборот *embolus*, што значи меур. Гасна емболија настанува кога при движење на течнота во цевка се внесе или создаде меурче од гас. На меурчето од двете страни дејствува дополнителен Лапласов притисок p (сл. 7.31).



Сл. 7.32. Гасна емболија

Оваа појава е многу честа при користење на капиларните цевки како инструменти (пипети) за мерење на мали волумени на течности и доведува до појава на грешки ако меурчето не се отстрани.

Оваа појава доведува до сериозни последици за човековото здравје ако настане во крвните садови. Крвниот систем на човекот се состои од голем број крвни садови чии димензии можат да се споредат со оние на капиларните садови. Поради тоа постои можност за појава на гасна емболија во нив од повеќе причини – отворени рани, примање инјекција, хирушки интервенции, но и при нагли промени на притисокот. Тоа најчесто се случува кај нуркачите и може да биде фатално ако тие не се придржуваат до пропишаните правила. Имено, по подолг престој на

нуркачот во морските длабочини под голем притисок, воздухот во крвта на нуркачот се одвојува во вид на меурчиња кога тој наеднаш ќе дојде на морската површина. Оваа појава се нарекува кесонска болест.

✓ Прашања и задачи

1. Што значи натопување, а што ненатопување на судовите од сад со течност?
2. Опиши ја гасната емболија!
3. Пресметај ја вредноста на коефициентот на површински напон на течност, ако при потопување на капиларна цевка со радиус 1 mm во неа, висината на течноста во капиларата изнесува 20 cm. Густината на течноста изнесува $1,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$. [Одговор: 1,76.]

РЕЗИМЕ

Односот помеѓу силата и површината на којашто силата дејствува се дефинира со физичката величина притисок:

$$\frac{F}{S} = p.$$

Притисокот што се јавува во внатрешноста на секоја течност што мирува се нарекува хидростатички притисок.

$$p = \rho g h.$$

Воздухот врши притисок од околу 101 396 Pa врз површината на Земјата. Тој притисок го нарекуваме атмосферски притисок.

Силата со која течности дејствува на телото потопено во неа се нарекува потисок.

$$F_p = \rho g V.$$

На тело потопено во течност дејствува потисок еднаков со тежината на течноста истисната од тоа тело.

Заколот за континуитетот гласи: Производот од површината на најтежиот пресек на цевката и брзината на идеален флуид во сите точки од цевката е константна величина.

$$S_1 v_1 = S_2 v_2.$$

Од Бернулиевата равенка следува дека: Збирот од статичкиот, динамичкиот и хидростатичкиот притисок во кој било пресек на цевка низ која стационарно тече идеален флуид е константен.

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = \text{const.}$$

Њутновиот закон за силата на триење во флуидите е даден со равенката:

$$F = \eta S \frac{\Delta v}{\Delta x}.$$

Рејнолдсовиот број Re е критериум според кој се определува дали движењето на флуидите е ламинарно (стационарно) или турбулентно. Рејнолдсовиот број е даден со равенката:

$$Re = \frac{\rho v d}{\eta}.$$

Зависноста на *пропотоко* кај ламинарното движење на вискозни течности во цевки, во зависност од притисокот што се јавува во нив, е дефинирана со *законот на Поазеј*: Според него *пропото* Q низ цевката зависи од разликата на *притисоци*е што *постојат* во двата краја на цевката, *нејзиниот* радиус r и *должината* l , како и од *вискозноста* на флуидот η . Или напишано со равенка:

$$Q = \frac{\pi r^4 (p_1 - p_2)}{8\eta l}.$$

За рамномерно движење на топка во некоја вискозна средина важи Стоксовиот закон, кој се претставува со равенката:

$$F = 6\pi \eta r v.$$

Кога на течноста не дејствуваа надворешни сили, таа се стреми да има најмала можна енергија. *Површинската енергија кај течност*а е мера за *работата* што ја врши *течност*а за да зафати најмала можна *површина*. Силата под чие дејство се врши оваа работа се нарекува сила на површински напон:

$$F = \alpha x.$$

Површината на течноста во близина на сидовите на садот може да биде искривена нагоре или надолу. *Ако течност*а е *закривена нагоре*, велиме дека *то* *напојува сидот* на *садо*т, *ако* *и* *е* *закривена надолу*, велиме дека *не* *то* *напојува*.

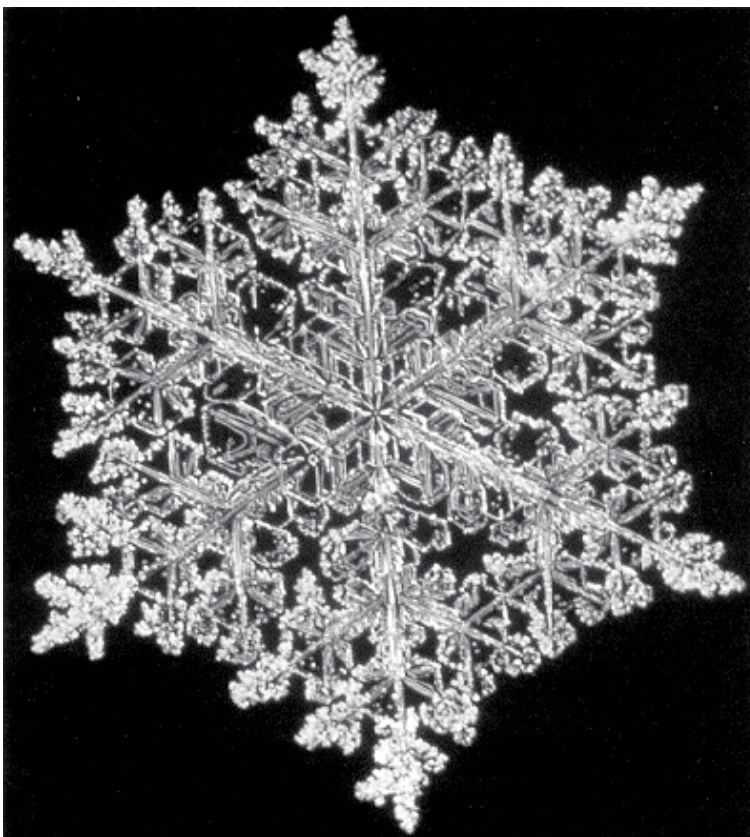
Кај капиларните појави течноста се стреми да зафати најмала можна површина. Поради тој стремеж на површината на течноста се јавува *дополни*телен *притисок*, кој се нарекува *Лапласов* *дополни*телен *притисок*:

$$p = \pm \frac{\alpha 2r\pi}{r^2\pi} = \pm \frac{2\alpha}{r}.$$

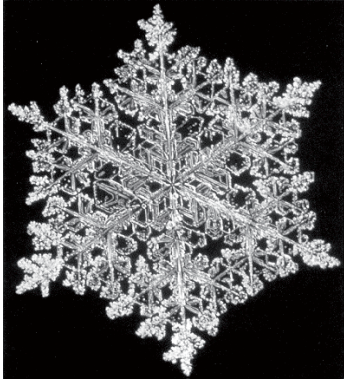
Лапласовиот дополнителен притисок е пропорционален со коефициентот на површински напон, а обратнопропорционален со радиусот на капиларната цевка

Да научиме нешто повеќе:

http://physicsweb.org/resources/Education/Interactive_experiments/Fluid_dynamics/



8. МОЛЕКУЛАРНА ФИЗИКА



8.1. Молекуларна градба на супстанцјата.....	137
8.2. Маса и големина на молекулите	138
8.3. Топлина и температура	139
8.4. Специфичен топлински капацитет	141
8.5. Основна равенка на молекуларно-кинетичката теорија	143
8.6. Изопроцеси кај идеален гас.....	146
8.7. Равенка за состојба на идеален гас	147
8.8. Фазни премини	149
8.9. Влажност на воздухот.....	150
Резиме	151

8.1. МОЛЕКУЛАРНА ГРАДБА НА СУПСТАНЦИЈАТА

Молекуларната физика ги проучува физичките својства на супстанцијата засновани на нејзината молекуларна градба, движењето на молекулите и нивното заемно дејство. Супстанцијата во природата, независно дали е во цврста, течна или гасовита состојба, се состои од голем број *атоми* и *молекули*, коишто се основни единици на материјата. Атомите претставуваат најситен дел од еден *хемиски елемент* кој ги има сите својства на елементот. Атомите имаат своја внатрешна градба и се составени од позитивно наелектризирано јадро околу кое се вртат негативно наелектризираните *електрони*. Носители на позитивниот полнеж на јадрото се *протоции*, кои заедно со *неутрони* го чинат јадрото. Во природата има 106 разновидни атоми.

Атомите и молекулите во телата се наоѓаат во постојано хаотично движење познато како *броуновско движење*. Мера за интензитетот на хаотичното движење на молекулите е температурата на телата.

Движењето на секој молекул како честица се потчинува на законите на механиката, но хаотичното движење на огромен број молекули во супстанцијата во голема мера се разликува од механичкото движење. Според тоа, законите на механиката се неопходни, но не и доволни за проучување на законитоста на голем број честици (молекули).

Запамти! *Делото од физиката што го проучува хаотичното движење на моле-*

кулиите, како и законите што важат за нив, се нарекува молекуларно-кинетичка теорија.

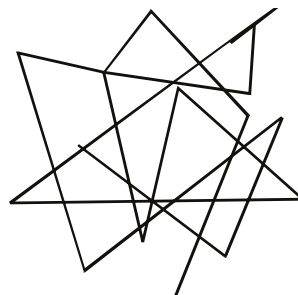
Молекуларно-кинетичката теорија на гасовите е заснована на повеќе експериментални откритија во последните три века. Тоа се:

1. *Големата* компресибилност на гасовите, што е резултат на големите растојанија меѓу молекулите.

2. *Сремежот на гасот* да го исполни секој дел од просторот во кој се наоѓа. Тоа е доказ дека молекулите се движат независно еден од друг.

3. *Дифузијата* – појава при која молекулите од еден гас навлегуваат во празнините, т.е. меѓупросторот на молекулите од друг гас.

4. *Брауновото движење* – тоа е карактеристично хаотично движење на молекулите. Притоа тие опишуваат траектории во форма на искршени линии (сл. 8.1).



Сл. 8.1. Брауново движење на молекулите

5. *Пристапото на гасот* е резултат на постојаното удирање на молекулите

врз сидовите од садот во кој гасот се наоѓа. Експериментите покажуваат дека ако се зголеми густината на гасот со намалување на волуменот на садот во кој се наоѓа гасот, доаѓа до зголемување на притисокот. Тоа значи дека доаѓа до зголемување на бројот на удари на молекулите врз сидовите од садот. Притисокот исто така може да се зголеми и со зголемување на температурата на гасот, за која подоцна ќе видиме дека е во тесна врска со брзината на движењето на молекулите, односно со нивната кинетичка енергија.

Според ова, современата молекуларно-кинетичка теорија се користи за објаснување на низа својства и топлински појави кај телата, користејќи ги следните претпоставки:

– Сите тела се состојат од многу мали честици – атоми и молекули.

– Атомите и молекулите се во постојано движење кое е вечно и не престанува под никакви услови.

– Молекулите на различните супстанции различно дејствуваат меѓу себе. Тоа заемно дејство меѓу молекулите зависи како од нивното меѓусебно растојание така и од видот на молекулите. Резултат на заемното дејство на молекулите и нивното меѓусебно растојание е *агрегационата состојба на телата*.

☒ Прашања и задачи

1. Кои се основните составни единици на супстанцијата?
2. Што проучува молекуларно-кинетичката теорија?
3. Како се нарекува хаотичното движење на молекулите?

8.2. МАСА И ГОЛЕМИНА НА МОЛЕКУЛИТЕ

Основната карактеристика на секој атом и молекул е неговата маса. Вистинската маса што ја поседува атомот или молекулот се нарекува *апсолутна маса*. Апсолутната маса на атомите е многу мала и се движи помеѓу $1,66 \cdot 10^{-27}$ и $4 \cdot 10^{-25}$ kg. За да можат да се решаваат практички проблеми со толку мали големини, тие се споредуваат со *унифицираната единица за атомска маса* (u), чие име потекнува од англискиот збор „unit“. Во SI-системот *унифицираната единица за атомска маса е еднаква на 1/12 од апсолутната маса на атомот на јаглерод 12* и изнесува:

$$1 u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} . \quad (8.1)$$

Апсолутната маса на атомите, односно молекулите, поделена со унифицира-

ната единица за атомска маса се нарекува *релативна атомска маса* (A_r), односно *релативна молекулска маса* (M_r).

Пример 1. Колку изнесува релативната молекулска маса на водородот ако неговата апсолутна атомска маса е приближно еднаква на $1,66 \cdot 10^{-27}$ kg?

Решение: Позната е апсолутната атомска маса на водородот $m = 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg. Неговата молекулска маса изнесува $2 m = 2 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg. Релативната молекулска маса на водородот може да се пресмета од равенката:

$$M_r = \frac{2m}{u} = \frac{2 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = 2 .$$

Тоа занчи дека релативната молекулска маса претставува целобројна бездимензионална величина.

За квантитативно определување на бројот на честици (атоми и молекули) во дадена супстанција се користи физичката величина *количесѝво суѝсѝанѝја* (ν). Единица за количество супстанција е мол.

Запамти! *Еден мол (1 mol) е количесѝво суѝсѝанѝја шѝѝо содржи онолку сѝрукѝурни единиѝи (молекули, аѝѝоми и друѝѝо) колку шѝѝо има аѝѝоми во 12 ѝрама од елементѝѝѝѝ ѝаѝлерод 12.*

Бројот на честиците во 1 mol е константа, позната како Авогадров број (N_A). Неговата вредност изнесува:

$$1N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \quad (8.2)$$

Според тоа, бројот на молови во определено количество супстанција може да се пресмета според равенката:

$$\nu = \frac{N}{N_A}, \quad (8.3)$$

каде што N е број на честици во тоа количество супстанција.

✓ Прашања и задачи

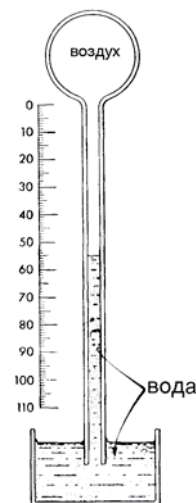
1. Како се дефинира унифицираната атомска единица за маса во SI-системот?
2. Што претставува релативната атомска маса, а што релативната молекулска маса?
3. Колку молови има гас што содржи $12,2 \cdot 10^{23}$ молекули? [Одговор: 2,03 mol.]

8.3. ТОПЛИНА И ТЕМПЕРАТУРА

Изучувањето на топлината на телата значи проучување на движењето на молекулите, без оглед на тоа дали тие се наоѓаат во гас, течност или тврдо тело. Зголемувањето на топлината на едно тело е резултат на зголементата енергија на неговите молекули. Постои значителна разлика помеѓу *ѝемѝерайѝураѝѝа* на едно тело и *ѝѝѝѝлинската ѝенѝѝѝѝа* што тоа ја содржи. За да направиме јасна разлика помеѓу овие две физички величини, прво ќе ја дефинираме температурата. Таа се мери со *ѝѝермометѝѝѝѝ*.

Од историска гледна точка, првиот автентичен запис за термометарот датира од времето на Галилеј. Галилеевиот термометар, прикажан на сл. 8.2, се состои од тесна стаклена цевка со отвор на

едниот крај и проширен топчест дел на другиот крај.

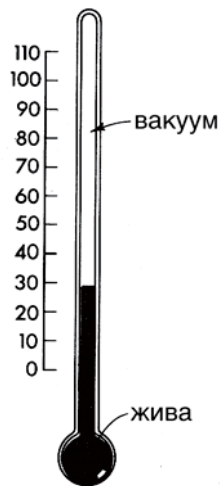


Сл. 8.2. Галилеев воздушен термометар

Отворениот крај на цевката е исполнет со обоена вода и потопен во сад со вода. Кога температурата на околниот воздух се покачува, воздухот затворен во горниот проширен дел се шири и ја притиска водата надолу по цевката. Кога горниот дел на термометарот е ладен, воздухот внатре се собира и ја повлекува водата нагоре. Тоа се јавува како резултат на надворешниот атмосферски притисок што дејствува на отворената површина на водата и ја притиска нагоре.

Од големиот број термометри за мерење на температурата најчесто се употребува *живиниот термометар*.

Живиниот термометар (сл. 8.3) е составен од тенка стаклена капиларна цевка со проширен долен дел и затворен горен дел. Долниот дел и дел од капиларната цевка се исполнети со жива, а останатиот дел е вакуум.

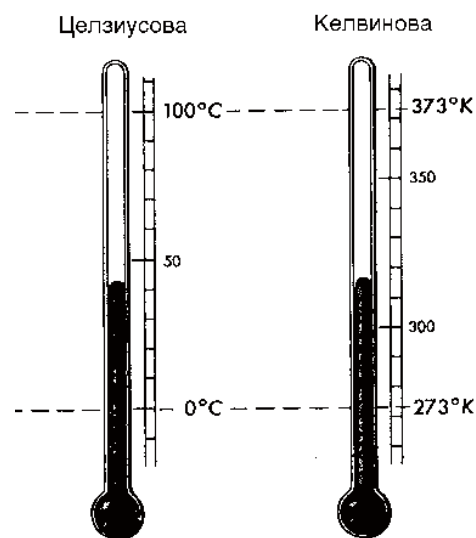


Сл. 8.3. Живин термометар

Со зголемување на температурата живата и стаклената цевка се шират. Бидејќи живата се шири повеќе од стаклото, мал дел од живата се качува нагоре

по капиларната цевка. За отчитување на температурата служи изгравирани скала.

Денес се употребуваат четири различни температурни скали. Тоа се Целзиусовата, Фаренхајтовата, Реомировата и Келвиновата (или апсолутната) скала. Во SI-системот се користи Келвиновата скала, а дозволена е и Целзиусовата. Големината на нивните поделци и нивната меѓусебна зависност е прикажана на живините термометри на сл. 8.4.



Сл. 8.4. Келвинова и Целзиусова скала

Термометрите прикажани на сл. 8.4 се идентични, со тоа што секој има изгравирани различна скала.

За означување на поделците на еден термометар избаждарен со Целзиусовата скала тој се става во смеса на вода и мраз, тогаш висината на живата означува нула степени Целзиусови (0°C). Потоа се става во пареа веднаш над вода што врие и повторно се обележува висината на живата. Таа точка означува 100°C . Помеѓу овие две точки се нанесуваат 100 поделци.

Најниската температура што може да се достигне изнесува нешто над $-273,16\text{ }^{\circ}\text{C}$. Тоа е и најниската можна температура на која престанува хаотичното движење на атомите и молекулите во супстанцијата и се нарекува *ајсолујна нула*. Келвиновата скала започнува токму со таа температура. Поради тоа многу често Келвиновата температурна скала се нарекува и *ајсолујна скала* или *термодинамичка скала*, а еден поделок од неа се нарекува *Келвинов сѝејен* или само *келвин*, како што е наречена мерната единица за температурата во SI-системот (ознака K).

Запомни! Еден келвин е $1/273,16$ дел од термодинамичката темпериатура на тројната точка на водата.

Тројната точка на водата е температурата при која водата се наоѓа едновременно во тврда, течна и гасовита состојба.

Според Келвиновата скала водата врие на 373 K, а мразот се топи на 273 K, па можеме да заклучиме дека *големината на еден Келвинов сѝејен е еднаква со големината на еден Целзиусов сѝејен* ($1\text{ }^{\circ}\text{C} = 1\text{ K}$).

Претворањето на температурата од Целзиусови степени во Келвинови може да се направи според равенката:

$$T = 273,16 + t, \quad (8.4)$$

каде што T е температура изразена во келвини, а t е температура изразена во Целзиусови степени.

Пример 2. Температурата на воздухот во една просторија, прочитана на живин термометар, изнесува $28\text{ }^{\circ}\text{C}$. Пресметај ја оваа температура во келвини!

Решение: Позната е Целзиусовата температура $t = 28\text{ }^{\circ}\text{C}$. Оваа температура изразена во келвини ќе ја пресметаме од равенката (8.4):

$$T = 273,16 + t = 273,16 + 28 = 301,16\text{ K}.$$

☒ Прашања и задачи

1. Која точка е почеток на Целзиусовата температурна скала, а која на Келвиновата?
2. Дали големината на еден Келвинов степен а еднаква со големината на еден Целзиусов степен?
3. Едно тело е загреано на 650 K. Колку изнесува температурата на телото во Целзиусови степени? [Одговор: $376,84\text{ }^{\circ}\text{C}$.]

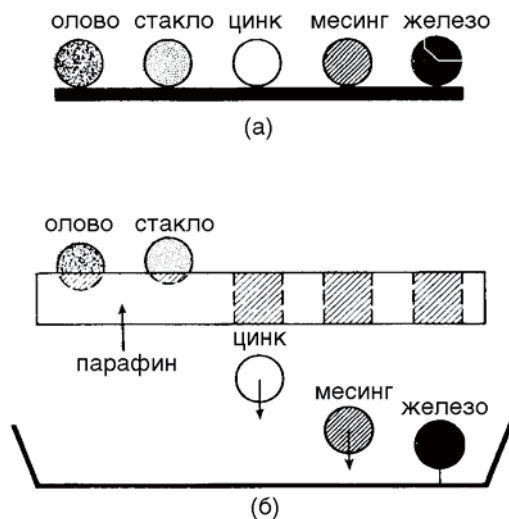
8.4. СПЕЦИФИЧЕН ТОПЛИНСКИ КАПАЦИТЕТ

Според молекуларно-кинетичката теорија за материјата, атомите и молекулите од кои се составени сите супстанции хаотично се движат. *Кога едно тело се загрева на повисока темпериатура, движењето на атомите се зголемува и телото се шири. Кога телото се лади, движе-*

њето на атомите се намалува и телото се собира. Во втората половина на XVIII век физичарот Бенџамин Томсон утврдил дека топлината претставува еден вид енергија што се јавува како резултат на кинетичката енергија на молекуларното движење.

Понекогаш на ученикот не му е едноставно да прави разлика помеѓу температурата и количеството топлина. Разликата може да се илустрира со загревање на два сада со вода. За загревање на поголемиот сад е потребно поголемо количество гас или електрична енергија отколку за помалиот сад. Иако двата сада на почетокот имаат иста температура и двата се загреваат до 100°C , потребно е на поголемиот сад да му се донесе повеќе топлинска енергија, т.е. топлина.

Разликата помеѓу температурата и количеството топлина можеме да ја прикажеме со следниот експеримент (види сл. 8.5).



Сл. 8.5. Топчиња направени од различни материјали имаат различни топлински капацитети

Четири мали топчиња со иста големина, но од различни материјали, се загреват во врела вода на температура од 100°C . Потоа тие се ставаат на тенка парафинска плоча со дебелина од околу

0,5 cm, така што сами ќе го истопат својот пат низ плочата. Топчињата од железо, цинк и месинг ќе поминат низ парафинот и ќе паднат во садот, додека топчињата од олово и стакло нема да поминат и да паднат во садот. Овој експеримент укажува на фактот дека топлината што ја содржат железото, цинкот и месингот, иако загреани на иста температура, е значително поголема од топлината што ја содржат стаклото и оловото.

Количеството топлина потребно да се зголеми температурата на некое тело за еден келвин се нарекува топлински капацитет (C). Единица за топлинскиот капацитет според оваа дефиниција е џул на келвин (J/K).

Ако е потребно количество топлина од 130 J за температурата на 1 kg олово да се зголеми за 1 K, за 1 kg месинг потребно е 380 J, а за 1 kg железо 460 J. Со други зборови, топлинските капацитети на еднакви маси од различни материјали имаат различни вредности.

Поради тоа, од големо значење е да се дефинира колкаво количество топлина е потребно да се даде на определено количество маса на телото за неговата температура да се зголеми за еден K. Таа физичка величина се нарекува специфичен топлински капацитет (c). Според тоа, специфичен топлински капацитет c на некоја супстанција е количеството топлина ΔQ што треба да се даде на еден килограм маса од супстанцијата за нејзината температура да се зголеми за еден келвин.

Специфичниот топлински капацитет може да се пресмета од равенката:

$$c = \frac{\Delta Q}{m\Delta T}. \quad (8.5)$$

Единицата за специфичниот топлински капацитет од SI-системот можеме да ја определиме од равенката (8.5). Таа изнесува $1 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$.

Пример 3. Колкаво количество топлина е потребно за загревање на 5 kg бакар од собна температура од 27°C до температура на топење од 1063°C ?

Решение: Познати се температурите $t_1 = 27^\circ\text{C}$ и $t_2 = 1063^\circ\text{C}$. Оваа температурна разлика, изразена во келвини, согласно со равенката (8.4) изнесува:

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 1036 \text{ K}.$$

Количеството топлина можеме да го пресметаме користејќи ја равенката (8.5), ако знаеме дека специфичниот топлин-

ски капацитет за бакарот изнесува $c = 380 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$:

$$\Delta Q = c m \Delta T = 380 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \cdot 5 \text{ kg} \cdot 1036 \text{ K}$$

$$\Delta Q = 1968,4 \text{ kJ}.$$

✓ Прашања и задачи

1. Која е разликата помеѓу температурата и топлината на едно тело?
2. Како се дефинира топлинскиот капацитет на тело?
3. Пресметај го специфичниот топлински капацитет на тело со маса 20 kg , ако е потребно количество топлина од 24 kJ за неговата температура да се промени за 3 K . [Одговор: $400 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$.]

8.4. ОСНОВНА РАВЕНКА НА МОЛЕКУЛАРНО-КИНЕТИЧКАТА ТЕОРИЈА

За да се изведат основните равенки на молекуларно-кинетичката теорија, основен претпоставките коишто ги кажавме во поглавјето 8.1, во неа се применува модел на идеален гас, кој ги има следните својства:

1. Димензиите на молекулите се занемарливо мали, т.е. ги сметаме како материјални точки.
2. Растојанијата меѓу молекулите се многу големи и нема заемно дејство меѓу нив.
3. Меѓумолекуларните сили се занемарливи. Молекулите се движат хаотично и се ослободени од какви било заемни дејства.
4. При судир молекулите се однесуваат како идеално еластични честичи.

Моделот на идеален гас не се разликува многу од реалните гасови, особено

кога тие се на ниски температури и под мали притисоци.

Состојбата на секој гас се опишува со неговите три основни параметри: *температура, притисок и волумен*. Волуменот и масата се физички величини кои ги карактеризираат сите тела, независно од нивната агрегатна состојба, додека пак молекуларно-кинетичката теорија дава објаснување за притисокот и температурата на гасот како последица на движењето на молекулите. Ние овде ќе ја изведеме равенката за притисок, којашто претставува *основна равенка на молекуларно-кинетичката теорија*.

Како што веќе кажавме, според молекуларно-кинетичката теорија притисокот што го врши гасот врз ѕидовите на садот се должи на континуираното удирање на молекулите на гасот на ѕидовите. Ако

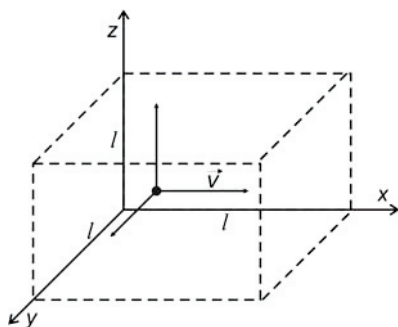
температурата на гасот се зголеми, молекулите ќе се движат побрзо, бројот на удари врз сидовите ќе се зголеми, а со тоа ќе се зголеми и притисокот. Аналогно со намалување на температурата притисокот ќе се намали.

Запомни! Ајсолуџнатаа шемѣраџура на гасот е ѣроѣорѣонална со среднаџа кинетѣчка енерџѣја на ѣтранслѣорноџо движење на молекулиѣе од гасот.

Колку повеќе гас има во садот при константен волумен толку повеќе молекули ќе ги удираат сидовите и резултантниот притисок ќе биде поголем.

Во кој било даден момент некои молекули се движат во една насока, а некои во друга; некои се движат брзо, некои бавно, а некои во тој момент мируваат. Бидејќи 1 m^3 гас содржи околу $3 \cdot 10^{25}$ молекули при нормален атмосферски притисок, мора да се користат статистички закони, т.е. треба да се одреди некоја *средна брзина* која би ја имале сите молекули. Средната брзина ќе ја означиме со $\bar{v}$.

За да ја изведеме равенката за притисокот според молекуларно-кинетичката теорија, ќе разгледаме еден сад со форма на коцка со волумен l^3 , прикажан на сл. 8.6.



Сл. 8.6. Молекулите од гас во затворен сад вршат притисок како резултат на нивните удари на сидовите од садот

Бидејќи вкупниот број на молекули n е многу голем, пресметките се упростуваат со претпоставката дека една третина од нив се движат во правец x , една третина во правец y и една третина во правец z .

Од молекулите што се движат во правецот x секој молекул што се приближува кон десниот сид на садот се движи со брзина $\bar{v}$ и по судирот еластично се одбива со брзина $\bar{v}$. Промената на брзина изнесува $2\bar{v}$. Бидејќи импулсот на сила $F_1 t$ со кој молекулот дејствува на сидот е даден со промената на неговиот импулс (види равенка 3.9), можеме да напишеме:

$$F_1 t = 2m\bar{v}. \quad (8.6)$$

Одбивајќи се напред и назад од спротивните сидови на садот, секој молекул во единица време ќе прави многу судири со истиот сид. Ако t е средното време потребно за молекулот да измине пат $2l$ од десниот до левиот сид и назад, тоа може да се пресмета како:

$$t = \frac{2l}{\bar{v}}. \quad (8.7)$$

Од равенките (8.6) и (8.7) за силата со која еден молекул дејствува на сидот од садот добиваме:

$$F_1 = \frac{m\bar{v}^2}{l}. \quad (8.8)$$

За $1/3 n$ молекули силата ќе биде $n/3$ пати поголема од онаа за еден молекул, или:

$$F = \frac{nm\bar{v}^2}{3l} \quad (8.9)$$

Бидејќи притисокот се дефинира како силата на единица површина, што во овој случај претставува површина на сидот на садот l^2 , следува:

$$p = \frac{F}{l^2} = \frac{nm\bar{v}^2}{3l^3}. \quad (8.10)$$

Или, ако го дефинираме односот $N = n/l^3$ како број на молекули во единица волумен, равенката (8.10) можеме да ја напишеме како:

$$p = \frac{1}{3} N m \bar{v}^2. \quad (8.11)$$

Оваа равенка се нарекува *основна равенка на молекуларно-кинетичката теорија*.

Со оглед на тоа што бројот на молекули n помножен со масата на еден молекул m ја определува вкупната маса на гасот во волумен l^3 , густината на гасот можеме да ја пресметаме од равенката:

$$\rho = \frac{nm}{l^3}. \quad (8.12)$$

Со замена на густината од равенката (8.12) во (8.10) за притисокот добиваме:

$$p = \frac{1}{3} \rho \bar{v}^2. \quad (8.13)$$

Тогаш средната брзина на молекулите од гасот при даден притисок p изнесува:

$$\bar{v} = \sqrt{3p/\rho}. \quad (8.14)$$

Пример 4. Пресметај ја средната брзина на молекулите од водород на температура 0°C при нормален атмосферски притисок (101,3 kPa). Густината на водородот на таа температура изнесува $0,09 \text{ kg/m}^3$.

Решение: Познати се притисокот $p = 101,3 \text{ kPa}$ и густината на гасот $\rho = 0,09 \text{ kg/m}^3$. Со директна замена на овие величини во равенката (8.14), за средната брзина на водородните молекули добиваме:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3 \cdot 101,3 \cdot 10^3}{0,09}} = 1838 \text{ m/s}.$$

Оваа брзина е многу поголема од брзината со која куршум се истрелува од пушка.

Равенката (8.14) покажува дека колку е поголема густината на гасот, толку помала ќе биде средната брзина на неговите молекули. За еден гас како што е кислородот, со 16 пати поголема густина од водородот, молекулите ќе се движат со една четвртина од средната брзина на водородните молекули.

Притисокот на гасот можеме да го изразиме и преку средната кинетичка енергија $\bar{E}_k$ на молекулите. За еден молекул со средна брзина $\bar{v}$ кинетичката енергија на неговото транслаторно движење изнесува:

$$\bar{E}_k = \frac{m\bar{v}^2}{2}. \quad (8.15)$$

Тогаш основната равенка на молекуларно-кинетичката теорија, согласно со равенката (8.11), можеме да ја напишеме како:

$$p = \frac{2}{3} N \bar{E}_k. \quad (8.16)$$

Од равенката (8.16) се гледа дека притисокот на гасот зависи од средната кинетичка енергија на транслаторното движење на молекулите од гасот и нивниот број во единица волумен.

☒ Прашања и задачи

1. Кои карактеристики ги има моделот на идеален гас?
2. Кои физички величини ги поврзува основната равенка на молекуларно-кинетичката теорија?

3. Пресметај ја средната кинетичка енергија на молекулите на гас што содржи $14 \cdot 10^{23}$ молекули во волумен од 1 m^3 , ако неговиот

притисок изнесува 200 kPa . [Одговор: $21,4 \cdot 10^{-20} \text{ J}$]

8.6. ИЗОПРОЦЕСИ КАЈ ИДЕАЛЕН ГАС

Во претходното поглавје кажавме дека состојбата на идеален гас се опишува со три параметри: *притисок* p , *волумен* V и *температура* T . Овие параметри ја отсликуваат состојбата на гасот поврзана со неговата молекуларна структура, но истовремено можат да се измерат во експериментални услови. *Со определувањето на три основни параметри се определува и состојбата на гасот*. Притоа, кога се менува состојбата на некој гас, можат да се променат сите три параметри. *Поминувањето на состојбата од една состојба во друга кога параметрите на состојбата се менуваат со темпото на времето се нарекува процес*.

Процес при кој, во експериментални услови, еден од овие три параметри се задржува константен, а другите два се менуваат, се *нарекува изопроцес*. Според тоа, за идеалните гасови би постоеле три вида изопроцеси.

Во услови кога температурата на гасот се задржува константна ($T = \text{const.}$), волуменот и притисокот се менуваат согласно со Бојл-Мариотовиот закон:

$$pV = \text{const.} \quad (8.17)$$

Овој изопроцес се нарекува *изотермен процес*.

Кога притисокот има константна вредност ($p = \text{const.}$), при промена на волуменот и температурата, состојбата на гасот се менува според Геј-Лисаковиот закон:

$$V_t = V_0(1 + \gamma t), \quad (8.18)$$

каде што V_t е волуменот на гасот на температура t , а V_0 е волуменот на гасот на 0°C , γ е *термички коефициент на волуменското ширење на гасот*.

Според Геј-Лисаковиот закон волуменот на гасот се зголемува со зголемување на температурата. Овој процес се нарекува *изобарен процес*.

Исто така, ако волуменот на гасот се задржува константен ($V = \text{const.}$), притисокот на гасот се зголемува со зголемување на температурата според Шарловиот закон:

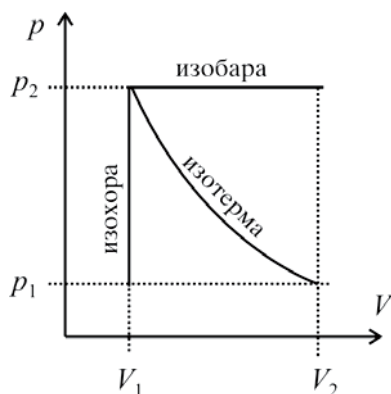
$$p_t = p_0(1 + \gamma t), \quad (8.19)$$

каде што p_t е притисокот на гасот на температура t , а p_0 е притисокот на гасот на 0°C , γ е *термички коефициент на притисокот на гасот*. Овој процес се нарекува *изохорен процес*.

Термичкиот коефициент на волуменското ширење на гасот и термичкиот коефициент на притисокот за идеални гасови имаат иста вредност и иста ознака γ . Неговата вредност изнесува:

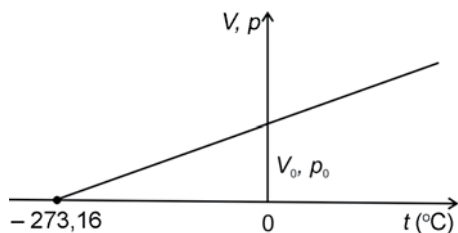
$$\gamma = \frac{1}{273,16^\circ\text{C}} = 0,00366^\circ\text{C}^{-1}. \quad (8.20)$$

Овие изопроцеси можат графички да се претстават во $p - V$ дијаграм (сл. 8.7), т.е. дијаграм на кој е дадена зависноста на притисокот од волуменот на гасот во процесот.



Сл. 8.7. p - V -дијаграм на изопроцесите

Линеарната зависност на притисокот, односно, волуменот од температурата, дадена согласно со Геј-Лисаковиот, односно Шарловиот закон, е претставена на сл. 8.8.



Сл. 8.8. Дијаграм на Геј-Лисаковиот и Шарловиот закон

Пресекот на правата со оската x е на температура $t = -273,16^\circ\text{C}$, на која $p = V = 0$. Тоа значи дека гасот нема волумен и не врши притисок на ѕидовите на садот. Оваа состојба практично е недостижна.

Тоа кажува дека овие два експериментални закони имаат свои граници до кои можат да се применуваат. Тие се применливи само кога меѓумолекуларните растојанија се далеку поголеми од димензиите на молекулите. На температура од $-273,16^\circ\text{C}$ волуменот на системот од молекули станува толку мал што повеќе не е можно да се намалува. Веќе кажавме дека таа температура е почетната точка на термодинамичката (Келвинова) скала и е наречена *ајсолујна нула* ($T = 0\text{ K}$). При апсолутната нула системот се наоѓа во состојба на најмала возможна енергија.

✓ Прашања и задачи

1. Како се дефинира поимот процес?
2. Кои се трите изопроцеси на идеален гас?
3. Колку изнесуваат вредностите на термичкиот коефициент на волуменското ширење на гасот и термичкиот коефициент на притисокот за идеални гасови?

8.7. РАВЕНКА ЗА СОСТОЈБА НА ИДЕАЛЕН ГАС

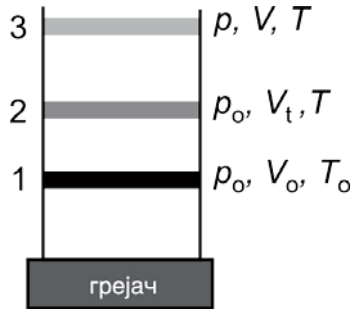
Изопроцесите на идеален гас можат да се обединат во една равенка која ги содржи сите три параметри (p , V , T) и што ќе ја определи состојбата на гасот. Таа равенка се нарекува *равенка за состојба на идеален гас*. За да ја изведеме равенката, ќе направиме еден едноставен експе-

римент. Во цилиндар кој има подвижен клип и е поставен на грејач се затворени n молекули од идеален гас (сл. 8.9).

Почетната состојба 1 на гасот е дефинирана со параметрите p_0 , V_0 , T_0 . Ако гасот се загрева, а притоа неговиот притисок се задржува константен, состојбата

на гасот може да се опише со параметрите p_0 , V_0 , T_0 . Бидејќи ширењето на гасот се одвива со изобарен процес, согласно со равенката (8.17) добиваме:

$$V_t = V_0 \frac{T}{T_0}. \quad (8.21)$$



Сл. 8.9. Цилиндар во кој може да се менува состојбата на идеален гас

Волуменот на гасот V_t во состојбата 2 можеме да го определиме од Геј-Лисаковиот закон, знаејќи дека коефициентот γ има константна вредност. Тогаш за волуменот V_t од равенката (8.18) добиваме:

$$V_t = V_0 \left(\frac{273,16 + t}{273,16} \right) = V_0 \frac{T}{T_0}. \quad (8.22)$$

Потоа гасот се шири (состојбата 3), а неговата температура се задржува константна. Тогаш процесот ќе се одвива според Бојл-Мариотовиот закон:

$$pV = p_0V_t. \quad (8.23)$$

Ако во равенката (8.23) се замени волуменот V_t , од равенката (8.22) добиваме равенка која ги поврзува трите параметри на состојбата при даден процес:

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_0V_0}{T_0}, \quad (8.24)$$

Според равенката (8.24) односот $\frac{pV}{T}$ при промена на состојбата на гасот се задржува константен, па равенката може да се напише како:

$$\frac{pV}{T} = \text{const}. \quad (8.25)$$

Константата во равенката (8.25) е еднаква на производот од бројот на молекули n на гасот и универзалната гасна константа R . Тогаш равенката (8.25) можеме да ја напишеме како:

$$pV = nRT. \quad (8.26)$$

Оваа равенка е равенка на состојбата на идеален гас, или Клапејронова равенка.

Вредноста на универзалната гасна константа може да се определи од Клапејроновата равенка ако се земат вредностите за притисокот ($p_0 = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$), температурата ($T_0 = 273,16 \text{ K}$) и волуменот ($V_0 = 22,41 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$) при нормални услови на 1 mol гас. Нејзината вредност изнесува $8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$.

☒ Прашања и задачи

1. Кои параметри на состојбата на идеален гас ги содржи Клапејроновата равенка?
2. Пресметај ја вредноста на универзалната гасна константа!
3. Колкав волумен зафаќаат 3 mol кислород на температура од 20°C и притисок $5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$? [Одговор: $0,146 \text{ m}^3$.]

8.8. ФАЗНИ ПРЕМИНИ

Супстанцијата во природата, во зависност од физичките услови, може да се најде во три агрегатни состојби: *гасна*, *течна* и *тврда*. Во физиката овие три состојби се нарекуваат *фази*.

При определени физички услови, специфични за секоја супстанција, фазите можат да се најдат во рамнотежа една со друга. Имено, при определен притисок и температура една супстанција може да се најде едновременно во две фази. Во тие услови велиме дека супстанцијата има *фазен премин*. Преминот од една во друга фаза секогаш се случува со донесување или давање на топлина.

Преминот на супстанцијата од тврда во течна фаза се нарекува топење, а преминот од течна во тврда фаза стврднување, односно кристализација. Температурата на која се топи телото е температура на топење (T_T). Сè додека трае процесот на топење, иако на телото му се додава топлина, неговата температура сепак е константна. Од гледиште на молекуларно-кинетичката теорија причина за тоа е потребата на молекулите да им се додаде количество топлина за нивната структура од тврда состојба да премине во течна и обратно, од течна да премине во тврда состојба. Таа топлина се нарекува *топлина на топење* Q_T и е пропорционална со масата m на супстанцијата:

$$Q_T = \lambda m. \quad (8.27)$$

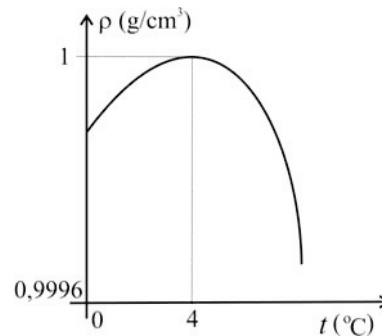
каде што λ е *специфична топлина на топење*, односно *стврднување*. Нејзината единица се изведува од равенката (8.27) и изнесува 1 J/kg.

Кај најголем број супстанции волуменот на супстанцијата со топењето се зголемува, а при кристализацијата се намалува. Меѓутоа, постојат супстанции, меѓу кои и водата, кај кои, поради специјална молекуларна структура, волуменот на телото при топење се намалува.

Пример 5. Аномалија на водата

Својството на водата да има најголема густина, односно најмал волумен на 4 °C, се нарекува *аномалија на водата*. Графички зависноста на густината на водата од температурата е прикажана на сл. 8.10.

Во природата појавата *аномалија на водата* е од огромно значење за животот во морињата и езерата. При температури пониски од 0 °C водата мрзне. Мразот има помала густина од водата и плива на површината. Тогаш водата од внатрешноста, под мразот, е поволна средина за живите организми.



Сл. 8.10. Аномално однесување на густината на водата во зависност од температурата

Во предходните поглавја кажавме дека на ниски температури сите гасови имаат приближно исто однесување. Таквиот гас се нарекува *пареа*.

Запомни! Претинои на суйсџанџијата од тџечна во џасна состојба се нарекува испарување, а претинои на суйсџанџијата од џасна во тџечна фаза се нарекува кондензација.

Претинот на супстанџија од течна во џасна состојба може да настане и со вриење, што претставува специјален процес на испарување.

При испарувањето џустината на супстанџијата во џасна состојба е помала поради поголемиот волумен на џасот. Тоа значи дека при испарувањето треба да се врши работа за да се совладаат силите на надворешниот притисок. Затоа количеството топлина што треба да џ се додаде на течноста за да испари при константна температура, е многу поголемо од топлината при претин од тврда во течна состојба. Таа топлина ја нарекуваме топлина на испарување Q_I . Нејзината вредност е пропорционална со масата m на супстанџијата:

$$Q_I = r m, \quad (8.28)$$

каде што r се нарекува специфична топлина на испарување (кондензација). Неј-

зината мерна единица е иста со единицата на специфична топлина на топење, односно стврдување, и изнесува 1 J/kg .

Пример 6. Пресметај го количеството топлина што е потребно да џ се даде на 2 kg вода за таа да испари. Специфична топлина на испарување на водата изнесува 2260 J/kg .

Решение: Познати се масата $m = 2 \text{ kg}$ и $r = 2260 \text{ J/kg}$. Со директна замена на овие величини во равенката (8.28) добиваме:

$$Q_I = r m = 2260 \text{ J/kg} \cdot 2 \text{ kg} = 4,52 \text{ kJ}.$$

☒ Прашања и задачи

1. Кои се трите состојби на супстанџијата? Што претставува фазен претин?
2. Опиши ја појавата на аномалија на водата!
3. Пресметај го количеството топлина што е потребно да му се даде на 6 kg мраз за тој да се истопи. Специфична топлина на топење на мразот изнесува $3,3 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$. [Одговор: $19,8 \cdot 10^5 \text{ J}$]

8.9. ВЛАЖНОСТ НА ВОЗДУХОТ

Делот од физиката што се занимава со проучувањето на Земјината атмосфера се нарекува *метеорологија*. Таа ги проучува физичките појави поврзани со времето како што се: движењето на воздушните маси, загревањето и ладењето на воздухот, испарувањето и кондензацијата, создавањето облаци и појава на атмосферски талози. Познавањето на временската ситуација е од големо значење за многу стопански гранки.

За опишување на состојбата во атмосферата во даден момент служат голем број метеоролошки параметри: атмосферскиот притисок, температурата на воздухот, брзината и правецот на ветерот, дождот и влажноста на воздухот.

Влажноста на воздухот ја определува количеството водна пара во воздухот.

Количеството водна пара во воздухот се мери преку физичките величини апсолутна влажност и релативна влажност.

Апсолутната влажност ρ_p се определува со густината на водната пара што е присутна во воздухот. Таа претставува маса од водна пара на метар кубен воздух и се мери во kg/m^3 .

Максималната влажност ρ_m во воздухот настапува кога воздухот е наситен со водна пара. Таа се определува со густината на заситената водна пара што е присутна во воздухот и има иста мерна единица со апсолутната влажност (kg/m^3).

Релативната влажност R на воздухот е однос од апсолутната влажност ρ_p при дадена температура и максималната влажност ρ_m при истата температура. Нејзината вредност, изразена во проценти, можеме да ја определиме од равенката:

$$R = \frac{\rho_p}{\rho_m} \cdot 100\% . \quad (8.29)$$

Температурата τ , при која воздухот е наситен со водна пара од воздухот ќе стане заситена, се вика точка на роса. Ако е позната точката на роса, со помош на таблица може да се определи апсолутната влажност на воздухот.

Пример 7. Пресметај ја релативната влажност на воздухот на температурата од 28°C , ако измерената максимална влаж-

ност изнесува $0,0272 \text{ kg/m}^3$, а апсолутната влажност $0,0167 \text{ kg/m}^3$.

Решение. Познати се величините на максималната и апсолутната влажност $\rho_m = 0,0272 \text{ kg/m}^3$ и $\rho_p = 0,0167 \text{ kg/m}^3$. Со директна замена на овие величини во равенката (8.29) добиваме:

$$R = \frac{\rho_p}{\rho_m} \cdot 100\% = \frac{0,0167}{0,0272} \cdot 100\% = 61\% .$$

За човекот најпријатна влажност на воздухот е помеѓу 60 и 70%.

Влажноста на воздухот е од огромно значење за живиот свет на Земјата. Растенијата, животните и човекот ја испуштаат водата од своите организми повеќе или помалку во зависност од тоа колкава е влажноста на воздухот. Преку сопственото испарување живите организми ја регулираат својата телесна температура.

Влажноста на воздухот се мери со инструменти наречени *хигрометри* и *психрометри*. Поимот хигрометар доаѓа од грчкиот збор *хигро* што значи влага, психрометар од грчкиот збор *психро*, што значи студено.

☒ Прашања и задачи

1. Како се дефинира влажноста на воздухот?
2. Што претставува апсолутната, а што максималната влажност?
3. Како влажноста на воздухот влијае врз живите организми?

РЕЗИМЕ

Основните единици од кои се состојат материјалите се атомите и молекулите. Атомите и молекулите во телата се наоѓаат во постојано хаотично движење познато како *броуновско движење*. Мера за

интензитетот на хаотичното движење на молекулите е температурата на телата.

Вистинската маса што ја поседува атомот или молекулот се нарекува *апсолутна маса*. За да можат практички да се

решаваат проблеми со толку мали големина, тие се споредуваат со унифицираната единица за атомска маса (u):

$$1 u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}.$$

Апсолутната маса на атомите односно молекулите поделена со унифицираната единица за атомска маса се нарекува релативна атомска маса (A_r), односно релативна молекулска маса (M_r).

Претворањето на температурата од Целзиусови степени во Келвинови може да се направи по равенката:

$$T = 273,16 + t.$$

Количеството топлина потребно да се зголеми температурата на некое тело за еден келвин се нарекува топлински капацитет (C).

Специфичен топлински капацитет c на некоја супстанција е количеството топлина ΔQ што треба да се даде на еден килограм маса на дадена супстанција за нејзината температура да се зголеми за еден келвин:

$$c = \frac{\Delta Q}{m \Delta T}.$$

Моделот на идеален гас ги има следните својства:

1. Димензиите на молекулите се занемарливо мали, т.е. ги сметаме како материјални точки.
2. Растојанијата меѓу молекулите се многу големи и нема заемно дејство меѓу нив.
3. Меѓумолекуларните сили се занемарливи. Молекулите се движат хаотично и се ослободени од какви било заемни дејства.
4. При судир молекулите се однесуваат како идеално еластични честичи.

Основната равенка на молекуларно-кинетичката теорија е:

$$p = \frac{2}{3} N \bar{E}_k.$$

Во услови кога температурата на гасот се задржува константна ($T = \text{const.}$), волуменот и притисокот се менуваат согласно Бојл-Мариотовиот закон:

$$p \cdot V = \text{const.}$$

Кога притисокот има константна вредност ($p = \text{const.}$) при промена на волуменот и температурата, состојбата на гасот се менува според Геј-Лисаковиот закон:

$$V_t = V_0(1 + \gamma t).$$

Ако волуменот на гасот се задржува константен ($V = \text{const.}$), притисокот на гасот се зголемува со зголемување на температурата според Шарловиот закон:

$$p_t = p_0(1 + \gamma t).$$

Равенката за состојбата на идеален гас или Клапејроновата равенка гласи:

$$pV = nRT.$$

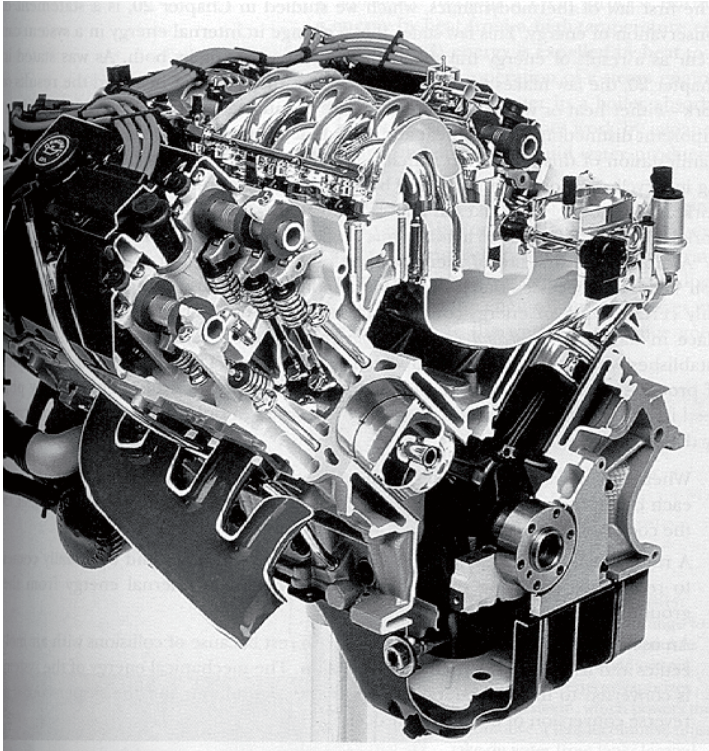
Преминот на супстанцијата од тврда во течна фаза се нарекува топење, а преминот од течна во тврда фаза стврднување, односно кристализација.

Преминот на супстанцијата од течна во гасна состојба се нарекува испарување, а преминот на супстанцијата од гасна во течна фаза се нарекува кондензација.

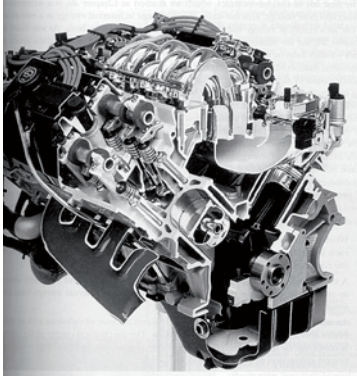
Влажноста на воздухот ја определува количеството водна пареа во воздухот.

Абсолютната влажност ρ_p се определува со густината на водната пареа што е присутна во воздухот.

Максималната влажност ρ_m во воздухот настанува кога настапува рамнотежа меѓу водата и водната пареа што испарува од неа во услови на заситување.



9. ТЕРМОДИНАМИКА



9.1. Основни принципи на термодинамиката	155
9.2. Термодинамички системи и параметри	156
9.3. Внатрешна енергија	156
9.4. Работа на гасот и количество топлина	157
9.5. Прв закон на термодинамиката.....	159
9.6. Работа при изопроцеси	161
9.7. Втор принцип на термодинамиката.....	163
9.8. Ентропија	166
Резиме	168

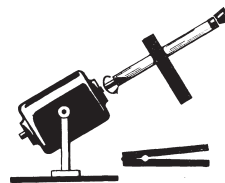
9.1. ОСНОВНИ ПРИНЦИПИ НА ТЕРМОДИНАМИКАТА

Термодинамиката е гранка од физиката што го проучува претворањето на механичката енергија во топлинска и обратниот процес – претворањето на топлината во работа. Постојат многу начини за изведување на секоја од овие трансформации. На пример, со триење на дланките на рацете се произведува топлина; со триење на две дрвени стапчиња може да се запали оган. Ако едно тело слободно паѓа од некоја висина, при неговиот удар на земја се развива топлина. Ако лежиштата на автомобилскиот мотор или тркалата не се подмачкуваат, ќе се вжештат и можат да се блокираат или да прегорат. Сето ова се примери за трансформација на механичката енергија во топлина.

Обратниот процес – трансформацијата на топлината во механичка енергија, се применува кај современите парни, дизел, бензински и млазни мотори. Во сите овие мотори со согорување на горивото се произведува топлина и со ширење на гасовите топлината се претвора во работа.

Претворањето на механичката енергија во топлина и обратно е прикажано на сл. 9.1. Мала шуплива месингана цевка поставена на вратилото од електричен мотор има неколку капки вода во долниот дел и чеп набиен во отворениот крај. Една дрвена штипка, како онаа прикажана на сликата, се стегнува околу цевката. Со вртење на цевката се јавува триење, таа се загрева и водата почнува да врие. Поради вриењето се зголемува притисокот на пареата и таа наеднаш го исфрла

чепот нанадвор, како да е исфрлен со пушка.



Сл. 9.1. Топлината што се јавува поради триење ја зоврива водата, а создадената пареа го исфрла чепот надвор

Термодинамиката се заснова на три основни принципи, односно законитости, добиени по експериментален пат. Со помош на овие закони се опишува термодинамичкото однесувањето на системите составени од многу честици.

Првиот закон го објаснува запазувањето на енергијата и го дефинира начинот на претворање на топлината во работа и обратно.

Вториот закон го определува односот на вложената топлина и добиената работа. Според овој закон не се можни процеси при кои целата топлина се претвора во работа. Топлината може сама по себе да поминува од потопло кон поладно тело, но не и обратно.

Третиот закон зборува за состојбата на телата во близина на најниската температура – апсолутната нула. Овој закон покажува дека не е можно да се постигне таа температура. За да изладиме некое тело до апсолутната нула, таа топлина треба да ја предадеме на друго тело кое е поладно од него, а тоа е невозможно.

9.2. ТЕРМОДИНАМИЧКИ СИСТЕМИ И ПАРАМЕТРИ

Термодинамиката ги изучува системите составени од голем број честици, наречени макроскопски системи, меѓу кои е можна размена на енергија. Притоа не е важно да се разгледува молекуларната структура на честичите што ги сочинуваат системите.

Термодинамички систем е систем од голем број тела или честици во кои може да настане претворање на енергија од еден вид во друг. Најчесто систем претставува количество гас затворен во определен дел од просторот. Друг пример за макроскопски систем е човечкото тело, кое е составено од голем број клетки (околу 10^{16}). Исто така, и секоја одделна клетка е составена од голем број атоми, па може да се разгледува како макроскопски систем.

Состојбата на секој систем се дефинира преку неговите основни термодинамички параметри: температура, притисок, волумен, густина и др.

Еден макроскопски систем се наоѓа во состојба на термодинамичка рамнотежа ако неговите параметри не се менуваат со текот на времето.

Преминувањето на системот од една во друга состојба се вика *термодинамички процес*. На пример, ако се менува притисокот на гасот во еден балон, настанува

процес на ширење (експанзија) на гасот во балонот. При тоа може да се смени и температурата на гасот, волуменот или некоја друга величина.

Повраќен процес е таков процес при кој постојат услови системот да се врати во спротивна насока, т.е. да се врати назад во почетната состојба по истиот пат. Таквите процеси се рамнотежни и протекуваат бескрајно бавно.

Ако процесот се одвива со поголема брзина, тогаш обично е неповратен. Пример за такви процеси се предавање топлина од потопло на поладно тело, брзите испарувања и други брзи процеси. Повратните процеси протекуваат еднакво лесно во двете насоки: на пример топењето на мразот и мрзнењето на водата. Кај неповратните процеси двете насоки се различни.

☒ Прашања и задачи

1. Наведи некои примери од секојдневниот живот за претворање на механичка енергија во топлинска и обратно.
2. Како се опишува состојбата на еден макроскопски систем?
3. Што е разликата меѓу повратни и неповратни процеси?

9.3. ВНАТРЕШНА ЕНЕРГИЈА

Внатрешната енергија на еден систем е поврзана со неговите атоми и молекули. Внатрешната енергија ги вклучува: кинетичката енергија на ротационото, транслаторното и вибрационото движење

на атомите и молекулите, потенцијалната енергија во молекулите и потенцијалната енергија на заемното дејство меѓу молекулите.

Важна големина за секој термодинамички систем е неговата вкупна енергија, која се определува како збир од кинетичката енергија E_k , од потенцијалната енергија E_p и од внатрешната енергија U на системот:

$$E = E_k + E_p + U. \quad (9.1)$$

Многу често во реалните физички проблеми се разгледуваат макроскопски системи кои не се движат и чија потенцијална енергија во надворешното поле на некоја сила е занемарливо мала. За такви случаи ќе важи:

$$E_k = E_p = 0, \quad (9.2)$$

што значи дека вкупната енергија на системот ќе биде еднаква само на неговата внатрешна енергија. Во тој случај од равенката (9.1) следува:

$$E = U. \quad (9.3)$$

Промената на внатрешната енергија на системот е директно врзана за промената на неговата температура:

$$\Delta U = n \frac{j}{2} k \Delta T, \quad (9.4)$$

каде што n е количество на супстанција, j е број на степени на слобода, k е Болцманова константа, T е термодинамичка температура.

Промената на внатрешната енергија може да се изрази и преку специфичниот топлински капацитет:

$$\Delta U = m c_V \Delta T \quad (9.5)$$

Значи, внатрешната енергија е функција од температурата.

Од друга страна, температурата на гасот е поврзана со волуменот и притисокот, што значи дека внатрешната енергија зависи од параметрите на состојбата на системот $U = f(p, V, T)$.

Состојбата на системот може да се промени само со трошење на енергија од страна на системот или со внесување на енергија во системот. Во термодинамиката тоа се постигнува или со вршење работа или со одземање количество топлина од системот.

9.4. РАБОТА НА ГАСОТ И КОЛИЧЕСТВО ТОПЛИНА

Промената на внатрешната енергија за сметка на давање или примање на енергија од околината со промена на надворешните параметри на гасот се вика работа.

Работата што се врши над еден термодинамички систем е мера за количеството енергија што се пренесува од околината на системот.

Да разгледаме, на пример, гас затворен во цилиндар (сл. 9.2), кога се наоѓа на притисок p .

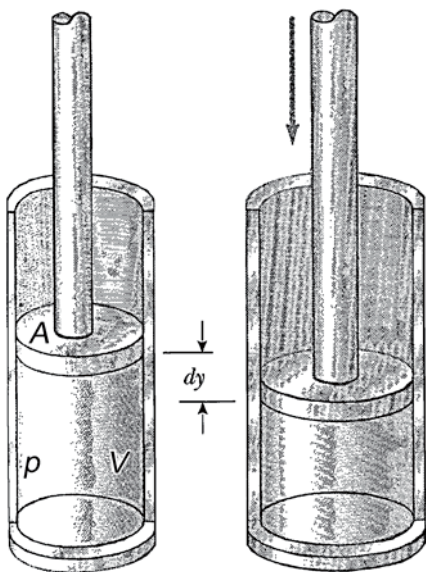
Туркајќи го клипот надолу, се врши работа над гасот и настанува компресија. Ако клипот се помести за Δy , тој ќе изврши работа:

$$A = F \cdot \Delta y$$

$$A = p \Delta y = p \Delta V. \quad (9.6)$$

Во случај кога $\Delta V > 0$ и работата е $A > 0$, доаѓа до ширење на гасот.

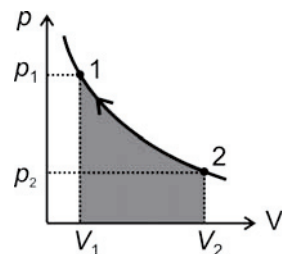
Ако $\Delta V < 0$ и $A < 0$ – настанува компресија.



Сл. 9.2. При спуштање на клипот надолу настанува компресија (збивање) на гасот затворен во цилиндарот на притисок p , па велиме дека се врши работа над гасот.

Во случај кога $\Delta V = 0$ и $A = 0$, гасот не врши работа.

Вкупната работа е прикажана графички во p - V -дијаграмот на сл. 9.3, со површината ограничена со ординатите подигнати од V_1 и V_2 и кривата $p = f(V)$.



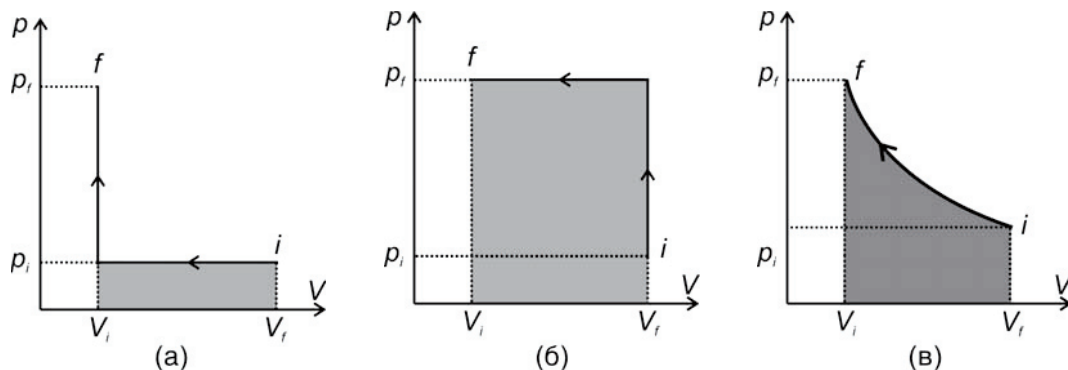
Сл. 9.3. Извршената работа над гасот е еднаква на негативна вредност од површината зафатена под кривата PV

Извршената работа зависи од патот по кој минува системот од една во друга состојба (сл. 9.4). Патот може да биде произволен.

Количеството топлина се дефинира како пренесување енергија како резултат на температурна разлика меѓу системот и неговата околина.

Значи, количеството топлина Q претставува мера за енергијата што се пренесува од околината на системот и обратно.

Кога системот се наоѓа во непроменета состојба, топлината во тој случај е нула. Топлината е различна од нула само ако системот ја менува состојбата, т.е. ако настанува некој процес на размена.



Сл. 9.4. Извршената работа над гасот, кога се менува неговата состојба, ќе зависи од патот меѓу почетната и крајната состојба

За системот не може да се каже дека содржи повеќе или помалку топлина, туку дека има помала или поголема енергија.

Елементарното количество топлина се бележи со ΔQ и претставува мера за енергијата што поминала од еден систем на друг. Пренесувањето на енергијата настанува не само меѓу системите кои се во непосреден допир, туку и преку некој посредник, и тоа преку конвекција, топло-спроводност (кондукција) и зрачење.

Прашања и задачи

1. Што е разликата меѓу температура, топлина и внатрешна енергија?
2. Како може графички да се претстави работата?
3. Од што зависат извршената работа и количеството топлина во термодинамичкиот процес?

9.5. ПРВ ЗАКОН НА ТЕРМОДИНАМИКАТА

Првиот закон на термодинамиката го изразува односот помеѓу два вида енергија и обично е опишан преку *механичкиот еквивалент на топлина*. Овој закон претставува потврда на универзалниот закон за запазување на енергијата, а за негово објаснување најпрво треба да го дефинираме поимот механички еквивалент на топлина.

Стара мерна единица за енергијата кај топлинските процеси е калоријата (cal). Таа е воведена во раните проучувања на топлинските процеси и се дефинира како количество енергија што треба да се пренесе на 1 g вода за температурата на водата да се зголеми од 14,5 до 15,5 °C.

Денес за квантитативно опишување на топлинските процеси се користи единицата за енергија од SI-системот џул (J). Топлината, работата и внатрешната енергија кај топлинските процеси се мерат во исти мерни единици – џули.

Калоријата како единица за топлинска енергија е еквивалентна на определен број џули механичка енергија.

Во многу експерименти е покажано дека постојат загуби на механичката

енергија (најчесто поради триење). Таа не исчезнува, туку се претвора во внатрешна енергија на системот. Тоа можеме да го видиме на примерот со чекан кој удира на клинец поставен на парче дрво. При удирањето на чеканот неговата кинетичка енергија во текот на процесот се трансформира во работа извршена за забивање на клинецот во дрвото. Кога ќе престане удирањето со чеканот, можеме да забележиме дека дел од неговата кинетичка енергија преминала во клинецот како внатрешна енергија, што се гледа од фактот дека клинецот станал значително потопол.

Врската меѓу механичката и внатрешната енергија на системот била проучувана експериментално од Џул (James P. Joule) и тој го поставил односот меѓу овие две форми на енергија. Со својот експериментален уред Џул во 1834 год. покажал дека, ако едно тело што се движи се доведе во состојба на мирување, енергијата што се губи е пропорционална со количеството произведена топлина.

Односот меѓу вложената енергија (работа) и добиеното количество топли-

на се вика вика механички еквивалент на топлината.

Изразено како равенство:

$$\frac{\text{работа}}{\text{топлина}} = \text{механички еквивалент на топлина}$$

$$\frac{A}{H} = J. \quad (9.7)$$

Во 1879 година познатиот американски физичар Хенри Роуленд, користејќи модификувана форма на Џуловата апаратура, експериментално ја добил вредноста за тој однос

$$J = 4186 \frac{\text{J}}{\text{kcal}}. \quad (9.8)$$

Пример 1: Еден ученик изел храна за појадок со енергетска вредност од 500 kcal. Тој сака да направи еквивалентна работа во салата за фитнес со подигање на тегови од 50 kg. Колку пати треба да ги подигне теговите за да ја постигне еквивалентната енергија. Да се земе дека тој ги подига теговите на висина $h = 2 \text{ m}$ и дека не добива енергија при спуштање на теговите.

Решение: Вкупната работа што треба да ја изврши ученикот треба да биде еквивалентна на енергетската вредност на изедената храна.

Енергетската вредност на храната треба да се претвори во единица J (џул), па добиваме:

$$H \cdot J = 500 \text{ kcal} \cdot 4186 \text{ J/kcal} = 2093 \cdot 10^3 \text{ J}.$$

Работата што треба да ја изврши ученикот за подигање на тегот на висина h е еднаква со промената на потенцијалната енергија на тегот $E = mgh$.

Бидејќи тој треба да го подигне тегот n пати, вкупната работа што треба да ја изврши ќе биде:

$$A = nmgh.$$

Со примена на релацијата за механички еквивалент на топлина (равенка 9.7), се добива:

$$A = HJ; \quad nmgh = HJ$$

$$n = \frac{HJ}{mgh} = \frac{2093 \cdot 10^3 \text{ J}}{50 \text{ kg} \cdot 9,80 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \text{ m}} = 2136 \text{ пати.}$$

Во реалност, човечкото тело нема 100% ефикасност. Тоа значи дека целата енергија трансформирана во телото од појадокот не се претвора во работа за подигање на теговите. Дел од оваа енергија се користи за пумпање на крвта и за други функции во внатрешноста на телото

Запомни! Првиот принцип или првиот закон на термодинамиката го изразува законот за зачувување на енергијата во термодинамичките системи. Тој гласи:

Количеството топлина Q предадено на системот се троши за промена на внатрешната енергија на системот ΔU и за вршење работи A со вршење надворешните сили:

$$Q = \Delta U + A. \quad (9.9)$$

Внатрешната енергија зависи од состојбата на системот и за дадена состојба има точно определена вредност.

Промената на внатрешната енергија ΔU е дадена со разликата од вредностите на внатрешната енергија на системот во крајната и почетната состојба: $\Delta U = U_2 - U_1$. Првиот закон на термодинамиката може да се напише и вака:

$$Q = U_2 - U_1 + A. \quad (9.10)$$

Тој покажува дека еден дел од топлината која се предава на гасот оди на зголемување на кинетичката енергија на неговите молекули, а тоа значи се зголемува температурата на гасот, додека други-

от дел се користи за вршење на надворешна работа. Првиот принцип на термодинамиката е применлив за сите системи и за сите заемни дејства меѓу нив. Тој важи за сите процеси во природата.

9.6. РАБОТА ПРИ ИЗОПРОЦЕСИ

Во случај кога системот не ја менува температурата, туку само ја менува состојбата и повторно се враќа назад во почетната состојба, велиме дека врши *кружен процес* или *кружен циклус*. Тргувајќи од првиот закон на термодинамиката, можеме да запишеме:

$$Q = \Delta U + A.$$

Ако $U_1 = U_2$, тогаш $\Delta U = 0$, т.е.

$$Q = A. \quad (9.11)$$

Во p - V -дијаграмот циклусот графички се претставува со затворена крива линија (сл. 9.5).



Сл. 9.5. pV -дијаграм за затворен кружен процес кај топлинска машина. Вкупната работа што ја врши машината во текот на еден циклус е еднаква на површината затворена од кривата

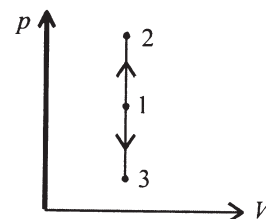
Машина која работи на кружен циклус може да извршува работа само ако

добива енергија, односно количество топлина однадвор. Перпетуум мобиле од прв ред не постои. Не може да се направи машина која ќе врши работа не користејќи никаква енергија, односно топлина однадвор.

Изохорен процес. Изохорни процеси се процеси при постојан волумен на системот.

Топлината што ја апсорбира системот при изохорниот процес оди целосно на зголемување на неговата внатрешна енергија.

Значи, за изохорен процес извршената работа $A = 0$, што значи $Q = \Delta U$. Во овој случај, кога целото количество топлина предадена на системот се троши за зголемување на неговата внатрешна енергија, се вели дека системот е механички затворен. Внатрешната енергија на идеален гас зависи само од температурата и расте линеарно со неа. Притоа гасот не врши работа (сл. 9.6).



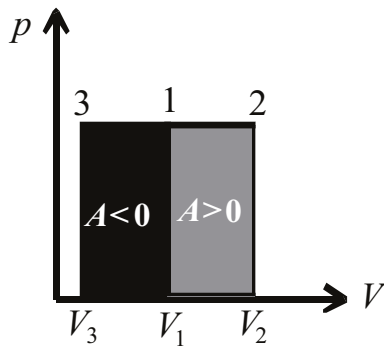
Сл. 9.6. Извршената работа при изохорен процес е еднаква на нула

Изобарен ѝроцес. При изобарните процеси притисокот останува постојан, а се менуваат волуменот и температурата на гасот. Изобарните процеси обично се одвиваат во отворени садови, каде што атмосферскиот притисок се менува многу бавно со текот на времето, или кога садот е затворен со лесно подвижен клип.

Работата што ја извршува гасот кога неговиот волумен се менува од V_1 до V_2 е:

$$A = p(V_2 - V_1). \quad (9.12)$$

Графички работата при изобарен процес е претставена со површината на правоаголникот зафатен меѓу ординатите V_1 и V_2 и изобарата (сл. 9.7).



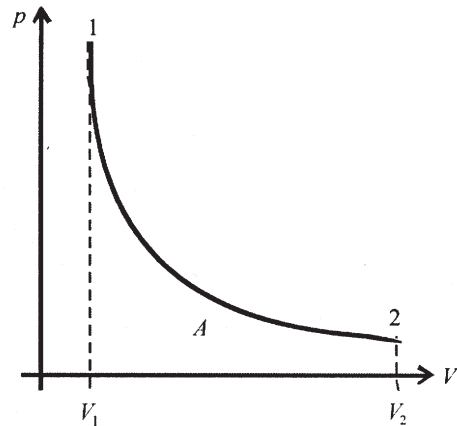
Сл. 9.7. Извршената работа при изобарен процес е еднаква на површина на правоаголник

Изотермичкиѝе ѝроцеси протекуваат при постојана температура. Бидејќи промената на температурата $\Delta T = 0$, $T = \text{const.}$, следува:

$$Q = A = RT \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (9.13)$$

При изотермичките процеси температурата, па и внатрешната енергија на идеалните гасови не се менуваат. Ако

$V_2 > V_1$ (изотермичко ширење), $Q > 0$ гасот апсорбира топлина и целосно ја претвора во механичка работа; ако $V_2 < V_1$ (изотермичко збивање), $Q < 0$, гасот добива механичка енергија (врши негативна работа) и ја претвора во топлина која што ја предава во околната средина (сл. 9.8).

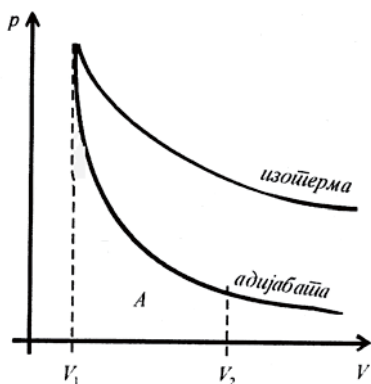


Сл. 9.8. Извршената работа A при изотермички процес е еднаква на површината зафатена под кривата $p = f(V)$

Изотермичките процеси се рамнотежни процеси кои протекуваат многу бавно.

Адијабатски ѝроцес. Адијабатските процеси протекуваат при целосна топлинска изолација, што значи системот ниту прима ниту дава топлина на околната средина, т.е. $Q = 0$.

Ако $Q = 0$, тогаш $A = -\Delta U$, што значи системот може да врши работа за сметка на неговата внатрешна енергија. Или обратно, ако над системот вршат работа надворешни сили, тогаш сета работа се троши за зголемување на внатрешната енергија на системот (сл. 9.9).



Сл. 9.9. Разлика меѓу адијабатски и изотермички процес. Извршена работа A при адијабатски процес

Адијабатските процеси се нерамно-тежни и протекуваат многу брзо.

Работата која се врши при адијабатскиот процес изнесува:

$$A = mc_v(T_1 - T_2). \quad (9.14)$$

✓ Прашања и задачи

1. Зошто е важен Првиот закон на термодинамиката?
2. Што значи перпетуум мобиле од прв ред?
3. За кои изопроцеси извршената работа е нула, а за кои внатрешната енергија е нула?

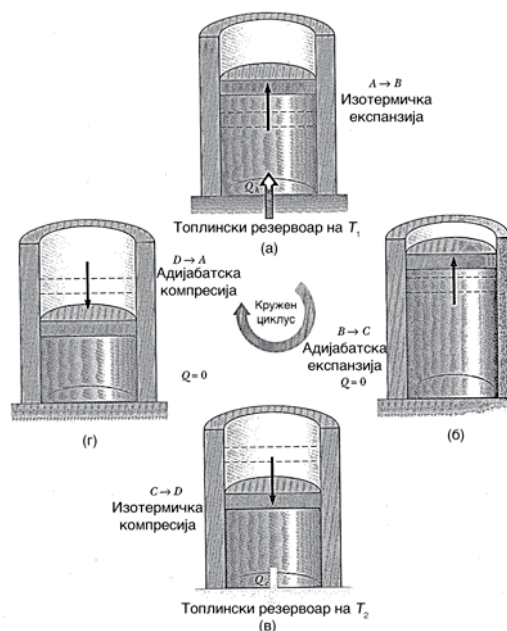
9.7. ВТОР ПРИНЦИП НА ТЕРМОДИНАМИКАТА

За да го изразиме вториот принцип на термодинамиката во математичка форма, ќе го искористиме Карноовиот кружен циклус. Тоа е повратен кружен циклус кој се состои од четири дела (сл. 9.10):

- а) изотермичко ширење на температура T_1 ,
- б) адијабатско ширење,
- в) изотермичко збивање на температура T_2 ,
- г) адијабатско збивање.

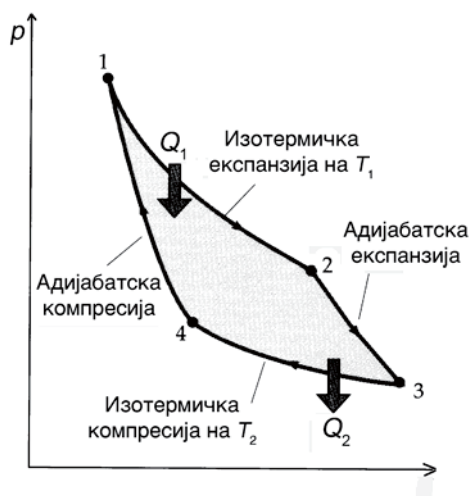
Карноовиот циклус може да се објасни на следниов начин (сл. 9.11):

а) Во цилиндар со лесно подвижен клип се наоѓа идеален гас. Гасот е во термички контакт со топлински резервоар на температура T_1 . Гасот почнува да се шири изотермички од волумен V_1 до волумен V_2 . При ширењето тој апсорбира топлина од резервоарот и врши работа за подигање на клипот. Применото количество топлина целосно се претвора во работа.



Сл. 9.10. Карноов кружен процес:

- а) изотермичка експанзија; б) адијабатска експанзија; в) изотермичка компресија; г) адијабатска компресија



Сл. 9.11. p - V -дијаграм на Карноовиот процес

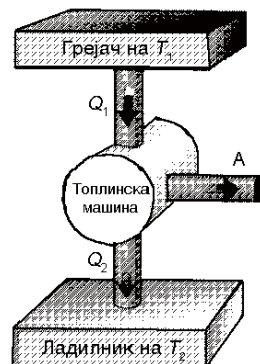
б) Основата на цилиндарот (топлинскиот резервоар) се отстранува и заменува со топлински изолирана подлога. Во тој случај гасот е термички изолиран и почнува да се шири адијабатски, сè до волумен V_3 . Притоа тој врши работа за сметка на неговата внатрешна енергија, а неговата температура се намалува од T_1 на T_2 .

в) Во третиот дел гасот се поставува во термички контакт со резервоар на температура T_2 . Потоа гасот го збиваме изотермички. Волуменот на гасот се намалува од V_3 на V_4 и тој извршува негативна работа еднаква по големина на позитивно извршената работа. Таа работа целосно се претвора во топлина. Затоа гасот му оддава топлина на резервоарот, а клипот врши работа над гасот.

г) Во крајниот дел од процесот основата на цилиндарот што е во контакт со резервоарот се заменува со подлога од термички изолатор. Поради тоа волуме-

нот на цилиндарот се намалува, температурата се зголемува и тој се враќа повторно во почетната состојба. Кружниот процес е завршен и може да се повтори на ист начин произволен број пати.

При изотермичкото ширење гасот од првиот резервоар (грејач) прима количество топлина Q_1 . Еден дел од неа, Q_2 , се предава на вториот резервоар (ладилник), а останатиот дел $Q_1 - Q_2$ се претвора во механичка работа (сл. 9.12).



Сл. 9.12. Шематски приказ на топлинска машина. Извршената работа е A . Горната стрелка ја покажува енергијата Q_1 што ја прима машината од грејачот, долната стрелка ја покажува енергијата Q_2 што се ослободува во текот на процесот

Запомни! Односот η што ја покажува колкав дел од добиената топлина се претворила во механичка работа, се нарекува коефициент на полезно дејство.

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}, \quad (9.15)$$

$$A = Q_1 - Q_2 \Rightarrow \eta = \frac{A}{Q_1}. \quad (9.16)$$

Ако ги замениме Q_1 и Q_2 со нивните равенки за одделните процеси, се добива

коефициент на полезно дејство за Карноовиот кружен процес:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \leq 1. \quad (9.17)$$

Повратниот циклус на Карно може да тече еднакво лесно како во директна така и во спротивна насока. Во првиот случај уредот работи како топлинска машина, претворајќи ја топлината во механичка работа, а во вториот како ладилна машина, пренесувајќи топлина од постудено тело кон потопло.

Во реалните топлински машини дел од топлината се претвора во работа, а еден дел преминува во околината. Секогаш постои загуба на енергија при претворањето на топлината во работа, што не важи за обратниот процес.

Запомни! Невозможни се процеси при кои топлината би се претворала во механичка работа без да има и давање во околината (загуба). Машина која целосно би ја претворала топлината на кој било систем во работа без загуби се вика перпетуум мобиле од втор ред. Таа се вика и вечна машина.

Вториот закон на термодинамиката може да се изрази:

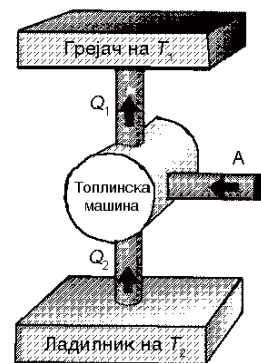
Кога термодинамичкиот систем не врши механичка работа, премин на топлина е можен само од тело со повисока температура на тело со пониска температура. Обратното не е можно.

Значи, не е можно енергијата спонтано да се пренесе преку топлина од поладно тело кон потопло. За да се случи тоа, мора да вложиме енергија во системот однадвор.

Токму на тој принцип се заснова работата на топлинските пумпи, во секојд-

невниот живот познати како фрижидери. На истиот принцип работат и системите за воздушно ладење (климатизерите). Тие вршат пренос на енергија од ладните простории во домовите, користејќи топлински пумпи, во надворешниот топол воздушен простор.

Топлинските пумпи долго време се користеа за разладување на домовите и зградите, но сега сè повеќе се користат за нивно затоплување (сл. 9.13).



Сл. 9.13. Шематски приказ на топлинска пумпа која пренесува енергија $Q_1 > 0$ од ладниот резервоар и предава енергија $Q_2 < 0$ на топлиот резервоар. Притоа топлинската пумпа врши работа A . Фрижидерите работат на истиот принцип

Топлинските пумпи содржат два система од метални цевки низ кои струи течност, кои можат да вршат размена на топлина со околната средина. Едниот систем е поставен надвор, во контакт со воздухот, а другиот систем во внатрешноста на зградата. Кога се поставени да работат за загревање, течноста што циркулира низ цевките ја апсорбира енергијата однадвор и ја пренесува во внатрешноста на зградата преку внатрешниот систем од цевки. Течноста е ладна и под низок притисок кога струи во надворешниот систем, каде што ја апсорбира енергијата од

воздухот. Потоа течноста се компримира и влегува во внатрешните цевки како топла течност, под висок притисок. На тој начин, кога се наоѓа во внатрешните цевки може да ја ослободи складираната енергија и да ја предаде во воздухот внатре во просториите.

✓ Прашања и задачи

1. Како може да се зголеми коефициентот на полезно дејство на реалните топлински машини?
2. Топлинска машина прима енергија 360 J од топол резервоар, при што врши вкупна ра-

бота од 25 J за време од еден циклус. Да се определи: а) коефициентот на полезно дејство на топлинската машина; б) предаденото количество топлина на ладилникот, за секој циклус. [Одговор: а) $\eta = 0,07 = 7\%$; б) $Q_2 = 335 \text{ J}$.]

3. Парна машина има грејач кој работи на температура 500 K. Енергијата од горивото ја загрева водата и ја претвора во пареа, а таа го придвижува клипот. Температурата на ладилникот е иста како на надворешната средина, околу 300 K. Колкав е максималниот коефициент на полезно дејство на оваа парна машина? [Одговор: $\eta_{\max} = 0,4$.]

9.8. ЕНТРОПИЈА

Особено важна физичка величина во термодинамиката е ентропијата. Исто како што температурата на системот и внатрешната енергија зависат само од состојбата на системот, така и ентропијата зависи само од неговата состојба, а не од патот по кој се врши промената на состојбата.

Бидејќи состојбата на изолираниот систем секогаш се стреми кон неопределеност (хаос), ентропијата се воведува како мера за оваа неопределеност.

Да видиме како може математички и физички да се објасни ентропијата.

Промената на внатрешната енергија кај повратните процеси секогаш е еднаква на нула, затоа што системот се враќа во почетната состојба. При еден таков процес системот може да прими или даде определено количество топлина, како на пример во Карноовиот кружен процес.

Коефициентот на полезно дејство за овој кружен процес е:

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \quad (9.18)$$

Од ова равенство може да се заклучи дека:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}; \quad \frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}. \quad (9.19)$$

Величината која го дава односот на применото или предаденото количество топлина со соодветната температура на која протекува процесот, се нарекува *редуцирана топлина*. Последната равенка покажува дека при секој кружен процес збирот од редуцираните топлини е еднаков на нула.

Клаузиус воведува физичка величина која што претставува промена на реду-

цираната топлина, во физиката наречена **енџропија**:

$$\frac{\Delta Q}{T} = \Delta S. \quad (9.20)$$

Енџропијата зависи единствено од џочейната и крајната состојба на системот.

Ако ги разгледаме реалните процеси во природата кои се неповратни, можеме да видиме како ќе се менува ентропијата во тој случај. Да претпоставиме дека сме фрлиле врел камен во студена вода. Каменот и водата ги разгледуваме како затворен термодинамички систем. Температурата на каменот ќе ја обележиме со T_1 , а на водата со T_2 , така што $T_1 > T_2$. Врелиот камен загреан на температура T_1 на студената вода со температура T_2 ќе ѝ предаде количество топлина ΔQ за време Δt . Притоа неговата ентропија ќе се намали за величината $\frac{\Delta Q}{T_1} = S_1$. Водата

пак ќе го апсорбира тоа количество на топлина при температура T_2 и ќе ја зголеми ентропијата за величина $\frac{\Delta Q}{T_2} = S_2$.

Промената на ентропијата ќе биде разликата меѓу ентропиите на почетната и крајната состојба на системот:

$$\Delta S = S_2 - S_1, \quad (9.21)$$

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T_2} - \frac{\Delta Q}{T_1} > 0. \quad (9.22)$$

Бидејќи $T_1 > T_2$, промената на ентропијата ќе биде поголема од нула, т.е. ентропијата на системот расте.

Ако температурата на каменот е пониска од таа на водата ($T_1 < T_2$), ентропијата на системот повторно ќе расте. Во

тој случај топлата вода на студениот камен ќе му предаде количество топлина

ΔQ на температура T_2 ($\frac{\Delta Q}{T_2} = S_1$), а студениот камен ќе прими количество топлина ΔQ на температура T_1 ($\frac{\Delta Q}{T_1} = S_2$).

Промената на ентропијата ќе биде:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \Delta Q \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) > 0. \quad (9.23)$$

И во овој случај ентропијата на системот расте.

Значи, при неповратните процеси ентропијата секогаш расте.

Запомни! Во реалните системи, каде што процесите се нејовратни, ентропијата секогаш расте. Во идеализирани системи, каде што процесите се јовратни, ентропијата е констатна величина.

Да го разгледаме сега физичкото значење на ентропијата. Од примерот со каменот и водата се гледа дека температурата на двата предмета станува иста, а ентропијата расте. Растењето на ентропијата покажува дека системите во природата спонтано преминуваат од состојба со поголем ред во состојба со помал ред. Во таа смисла *енџропијата може да се дефинира како мера за безредието или нејодреденоста во еден систем*

Максимална подреденост на молекулите се постигнува кога термодинамичкиот систем се наоѓа на температура ($T = 0 \text{ K}$), при што ентропија е еднаква на нула. Во тој случај престанува хаотичното движење на молекулите, состојба која во реалност не може да се постигне.

РЕЗИМЕ

Термодинамички систем е систем составен од голем број тела или честици во кои може да настане претворање на енергија од еден вид во друг.

Внатрешната енергија на термодинамичкиот систем се дефинира преку промената на температурата на системот.

Промената на внатрешната енергија за сметка на давање или примање енергија од околината со промена на надворешните параметри на гасот се вика *работ*.

Топлината се дефинира како пренесување на енергија како резултат на температурна разлика меѓу системот и неговата околина. Значи количество топлина Q претставува мера за енергијата што се пренесува од околината на системот и размена на енергија меѓу честичите од еден систем на друг.

Првиот закон на термодинамиката гласи: *Количеството топлина Q предадено на системот се троши за промена на внатрешната енергија на системот ΔU и за вршење работ A сојдејќи надворешните сили.*

Односот што покажува колкав дел од добиената топлина се претвора во ме-

ханичка работа, се нарекува *коэффициент на полезно дејство на топлинска машина*.

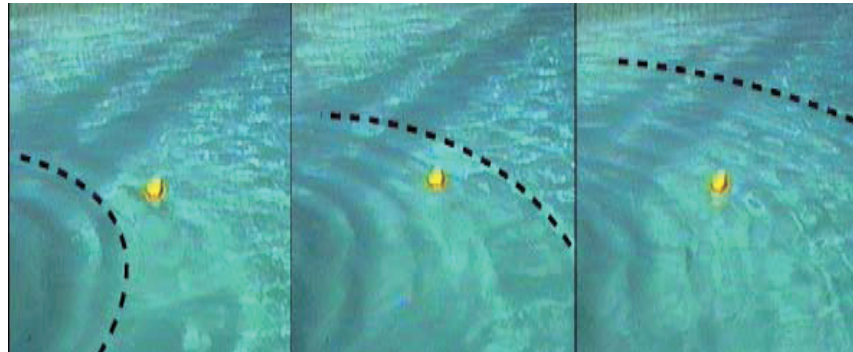
Не се можни процеси при кои топлината би се претворала во механичка работа без да има предавање (загуби) на топлина во околината. Машина која целосно би ја претворала топлината на кој било систем во работа без загуби се вика *перпетуум мобиле од втор ред*. Таа се вика и вечна машина.

Вториот закон на термодинамиката гласи: *Кога термодинамичкиот систем не врши механичка работ, времето на топлина е можено само од тело со повисока температура на тело со пониска температура. Обратно не е можно.*

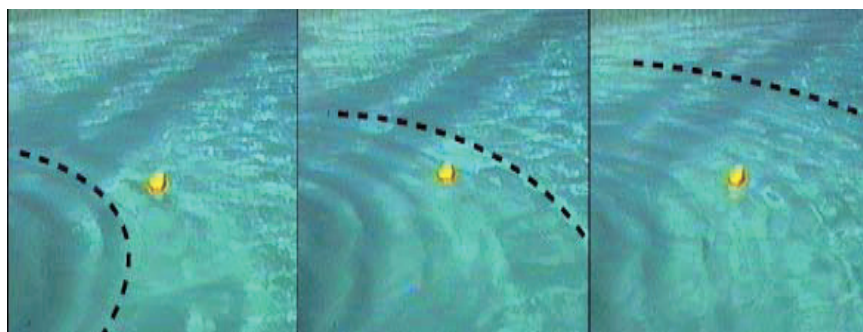
Ентропијата се дефинира како мера за безредието или неподреденоста во еден систем. Ентропијата зависи само од почетната и крајната состојба на системот.

Во реалните системи, каде што процесите се неповратни, ентропијата секогаш расте. Во идеализираните системи, каде што процесите се повратни, ентропијата е постојана величина.

Да научиме повеќе: <http://www.hazelwood.k12.mo.us/~grichert/sciweb/thermo.htm>



10. МЕХАНИЧКИ ОСЦИЛАЦИИ И БРАНОВИ

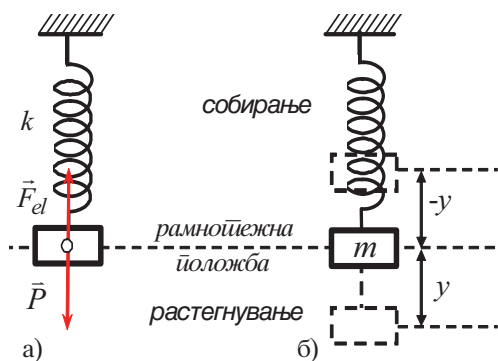


10.1. Периодично движење. Основни поими и елементи на осцилаторното движење	171
10.2. Карактеристични величини на хармониските осцилации	173
10.3. Енергија на хармониски осцилатор	175
10.4. Придушени осцилации	176
10.5. Присилени осцилации. Механичка резонанција	178
10.6. Математичко нишало	179
10.7. Бранови појави	181
10.8. Брзина на бранови	183
10.9. Равенка на рамен бран	184
10.10. Звучни бранови	185
10.11. Интензитет и гласност на звукот	186
10.12. Звучна резонанција	188
10.13. Бучава и заштита од бучавата	189
10.14. Инфразвук, ултразвук и примена	191
10.15. Доплеров ефект	194
10.16. Физички основи на генерирање и прием на звучни бранови кај човекот	196
Резиме	198

10.1. ПЕРИОДИЧНО ДВИЖЕЊЕ

Основни поими и елементи на осцилаторното движење

Под поимот *периодично* движење се подразбира повторување на положбата или на движењето на телото по една иста траекторија. Со други зборови, движењето е периодично, ако тоа се повторува во еднакви временски интервали.



Сл. 10. 1. Осцилирање на пружина

Многу појави во природата се периодични, на пример: движењето на нишалото на часовникот, движењето на тег прицврстен на пружина, треперењето на жиците од музичките инструменти, работата на срцето, осцилациите на честичките од материјалната средина низ која се шири звукот, движењето на планетите околу Сонцето, осцилациите на атомите и молекулите, кај наизменичната струја има периодична промена на електричниот напон и струја и др.

Посебен вид периодични движења претставуваат осцилаторните движења. *Периодичното движење при кое телото се отклонува ту на едната ту на другата страна од рамнотежната положба, се вика осцилаторно движење.* Во зависност од физичката природа на осцилациите и начинот на нивно добивање, разликуваме: **механички** и **електромагнетни осцилации**. Услов да настане осцилаторно движење е да постои сила која постојано ќе го враќа

телото во рамнотежната положба. Таа може да биде *надворешна* или *внатрешна*. Меѓу различните видови осцилаторни движења наједноставно е *хармониското осцилаторно движење*. Кај ваквите движења времетраењето на една осцилација е **период**.

Да разгледаме една пружина на чиј крај е закачен тег (сл. 10.1). Притоа пружината се истегнува сè додека нејзината внатрешна еластична сила $\vec{F}_{el}$ не се урамнотежи со Земјината тежа $\vec{P}$, тогаш тегот е во рамнотежа. Оваа положба е наречена **рамнотежна положба** (сл.10.1a).

Ако тегот под дејство на некоја сила се извади од рамнотежната положба, се зголемува и еластичната сила $\vec{F}_{el}$ на пружина. Оваа сила настојува да го врати тегот во рамнотежната положба, поради што е наречена и *повратна* сила.

Повратната сила кај осцилаторните движења е насочена кон рамнотежната положба. Така системот тег-пружина започнува да осцилира околу рамнотежната положба. За време на осцилирањето телото постојано го менува растојанието од рамнотежната положба.

Системот што го сочинуваат еластичната пружина и тегот се нарекува **осцилаторен систем** или **осцилатор**.

Движењето на тело (со димензии занемарливо мали) кое може да се опише со величините (пат, брзина, забрзување) кои се во облик на синусна или косинусна функција е **хармониско осцилаторно движење**. Хармониско осцилаторно движење може да настане под дејство на променлива сила (или резултантна сила), чиј интензитет е пропорционален со растојанието од рамнотежната положба и која секогаш е насочена кон рамнотежната положба.

Хармониско осцилаторно движење има и кога телото е закачено на конец. Ако телото се извади од рамнотежната положба, тоа под влијание на компонентата на силата на Земјината тежа одново се враќа во таа положба. Оваа сила иако е различна по природа од силата на еластичност секогаш е насочена кон рамнотежната положба и е аналогна на неа.

Хармониските осцилации математички лесно се опишуваат преку следење на проекцијата на топче Р што ротира рамномерно со аголна брзина ω во насока спротивна на движењето на стрелката на часовникот. За таа цел е погодно да се набљудува сенката на топче (ако е со мали димензии, може да се смета како честица – материјална точка) врз екранот кој е поставен нормално на рамнината на ротација (сл. 10.2). *Сенката на топчето врши хармониско осцилаторно движење.*

Нека во координатниот систем XOY кружницата има радиус еднаков на големината на амплитудната вредност на хармониското осцилаторно движење. Проекцијата на материјалната точка Р се разгледува врз оската Y' .

Да ја означиме почетната положба на точката со P_0 . Додека точката изведува

рамномерно кружно движење и поминува низ положбите P_1, P_2, P_3, P_4 итн., проекцијата (сенката) на точката Р поминува низ положбите P'_0, P'_1, P'_2, P'_3 , итн. Според тоа, положбата P'_0 е рамнотежната положба на осцилаторното движење.

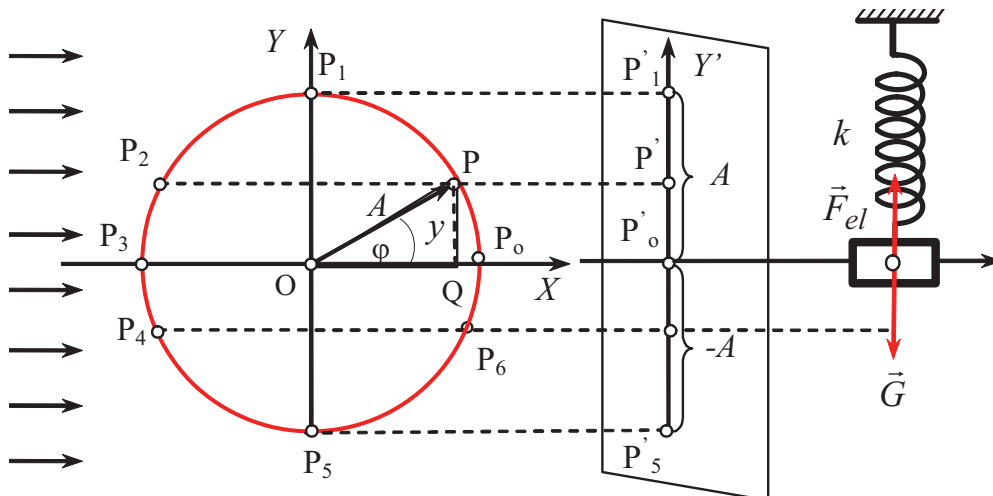
Оддалеченоста на проекцијата на материјалната точка Р од координатниот почеток врз оската Y' во произволен момент се вика *елонгација*. *Максималната елонгација, односно најголемото растојание од рамнотежната положба, е амплитуда А.* Притоа елонгацијата прави хармониско осцилаторно движење, осцилирајќи меѓу точката со максимална елонгација $+A$ и $-A$.

Времето за кое материјалната точка (нејзината проекција) ќе направи една полна осцилација е *период на осцилирање Т*. Бројот на полните осцилации изведени во единица време е *фреквенција f*. Единицата за фреквенција е 1 Hz (херц).

$$1\text{ Hz} = \frac{1}{1\text{ s}} = \text{s}^{-1}. \quad (10.1.1)$$

Фреквенцијата е поврзана со периодот така што важи равенката:

$$f = \frac{1}{T}. \quad (10.1.2)$$



Сл. 10.2.

Во кој било момент t отсечката $OP=A$ со оската X на правоаголниот координатен систем зафаќа агол φ . Тој ја определува големината на елонгацијата на проекцијата на точката и велиме дека ја определува *фазата на осцилирање*.

За време од еден период опишува околу точката O полн агол од 2π радијани. Бидејќи движењето е рамномерно, аголот φ се менува пропорционално со времето. Затоа може да се напише пропорцијата:

$$\varphi : 2\pi = t : T \quad (10.1.3)$$

Времето t , периодот на осцилирање T и кружната фреквенција ω се поврзани со:

$$\varphi = \frac{2\pi}{T} t = 2\pi f t = \omega t. \quad (10.1.4)$$

Од последната равенка се гледа дека аголот φ зависи од времето. Производот ωt е

една од карактеристиките на осцилаторното движење која ја определува елонгацијата на осцилаторното движење. Кружната фреквенција е зададена со равенката:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f. \quad (10.1.5)$$

Кружната фреквенција е број на осцилации во 2π секунди.

✓ Прашања и задачи

1. Кои движења се периодични, а кои осцилаторни?
2. Што е амплитуда, елонгација и фреквенција на осцилаторното движење?
3. Која е врската меѓу периодот и фреквенцијата и кои се нивните единици?
4. Што е тоа повратна сила кај осцилаторните движења?

10.2. КАРАКТЕРИСТИЧНИ ВЕЛИЧИНИ НА ХАРМОНИСКИТЕ ОСЦИЛАЦИИ

Карактеристични величини кои се менуваат со текот на хармониското осцилирање се: *елонгација, брзина, сила и забрзување*. Од сл. 10.2 (шрафиран триаголник) се гледа дека:

$$\frac{PQ}{OP} = \frac{y}{A} = \sin \varphi.$$

Според тоа, положбата на проекцијата на материјалната точката на оската Y , со текот на времето се менува по законот:

$$y = A \sin \varphi = A \sin 2\pi f t = A \sin \omega t. \quad (10.2.1)$$

Тоа е равенката на хармониското осцилирање на телото (точка). Тоа графички е прикажано на сл. 10.3. Односно, полож-

бата на телото (материјална точка), кое изведува хармониско осцилаторно движење во однос на рамнотежната положба, во текот на времето се менува по синусен закон. Равенката (10.2.1) важи во услови кога осцилаторното периодично движење нема почетна фаза $\varphi_0 = 0$.

Бидејќи функцијата $\sin \omega t$ ($\cos \omega t$) е периодична функција која прима вредности помеѓу ± 1 , тогаш вредноста за елонгацијата y е во границите $\pm A$. Равенката (10.2.1) математички може да се изрази и на следниот начин:

$$y = A \sin \omega t = A \sin \omega (t + kT), \quad (10.2.2)$$

каде што $k = 1, 2, 3, \dots$ е цел број, што значи за точно определени временски интер-

вали: $t = T, 2T, 3T, \dots$, функцијата добива еднакви вредности. На пример, $\sin \omega t = +1$ за $t = \pi/2\omega, 5\pi/2\omega$ итн.

Променливата ωt која фигурира како аргумент на синусната (косинусната) функција во равенката за хармониско осцилаторно движење се вика **фаза на осцилирање**.

Од друга страна, ако се разгледува проекцијата на материјалната точка Р врз оската X , таа прави хармониско осцилаторно движење зададено со равенката

$$x = A \cos \varphi = A \cos \omega t \sin(\omega t + \pi/2),$$

односно таа фазно се разликува од равенката (2) за $\pi/2$.

Освен поместувањето (елонгацијата) и фазата, моменталната состојба на тело (точка) кое осцилира ја катактеризираат и брзината и забрзувањето. Брзината на хармониските осцилаторни движења се менува како по својот модул така и по својата насока. До законот за брзината на хармониското осцилаторно движење може да се дојде ако се следи постапката што веќе ја користевме за законот за елонгација, т.е. брзината ја бараме како проекција од векторот на линиската брзина на кружното движење во правец на осцилаторното движење.

Брзината на точка при хармониско осцилаторно движење е:

$$v_y = \omega A \cos \omega t. \quad (10.2.3)$$

Забрзувањето на материјалната точка која врши хармониско осцилаторно движење е:

$$a_y = -\omega^2 A \sin \omega t. \quad (10.2.4)$$

Во равенката (10.2.4) знакот минус покажува дека забрзувањето секогаш е во обрватна насока од елонгацијата:

$$a_y = -\omega^2 y. \quad (10.2.5)$$

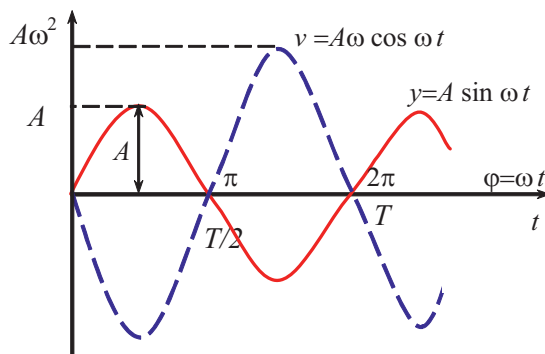
На сл. 10.3 е прикажана графичката зависност на елонгацијата и брзината на хармониски осцилатор со текот на времето.

Како најпрост пример за периодично движење повторно да го разгледаме осцилирањето на тег со маса m , односно со тежина mg , обесен на крајот на една еластична пружина.

Нека системот тег-пружина под дејство на надворешна сила F се изведе од рамнотежната состојба. Според Хуковиот закон надворешната сила е пропорционална со промената на должината на пружината, односно со оддалеченоста на тегот од рамнотежната положба.

$$F = ky, \quad (10.2.6)$$

каде што k е коефициент на пропорционалност. Доколку коефициентот k е поголем, пружината е покрута. Односно, за општ случај константата k е позната како **константа на повратна сила на хармонискиот осцилатор**.



Сл. 10.3. Графички приказ на елонгацијата и брзината. Тие фазно се поместени.

Ако пружината се растегне за некоја должина $y = A$ и се пушти, како резултат на тоа како повратна сила на пружината дејствува еластичната сила $F_{el} = -ky$ која се

стреми да го врати тегот во рамнотежна состојба (состојба $y = 0$). Односно, системот тег–пружина започнува да осцилира околу рамнотежната положба. Знакот минус покажува дека еластичната сила е спротивна на насоката на поместувањето y .

Оваа сила на тегот му соопштува забрзување и тој низ рамнотежната положба ќе помине со некоја максимална брзина. Според Вториот Њутнов закон може да се напише:

$$F = ma_y = -ky, \quad (10.2.7)$$

па забрзувањето е:

$$a_y = -\frac{k}{m}y. \quad (10.2.8)$$

Со изедначување на равенките (10.2.5) и (10.2.8) се добива $-\omega^2 y = -ky/m$, односно:

$$\omega = \sqrt{k/m}. \quad (10.2.9)$$

Овде почетното поместување од рамнотежната состојба е амплитудата A .

Според напред изнесеното за фреквенцијата на осцилирање f_0 , наречена **сопствена фреквенција** на хармонискиот осцилатор, се добива: $f_0 = \frac{\omega}{2\pi}$, каде што ω е зададено со (10.2.9).

$$\text{односно} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad (10.2.10)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (10.2.11)$$

Од равенките (10.2.10) и (10.2.11) се гледа дека **фреквенцијата и периодот на осцилирање не зависат од амплитудата, но зависат само од масата на хармонискиот осцилатор и коефициентот на пропорционалност k .**

Пример 1. Топче со маса $m = 200$ g, прицврстено на пружина со коефициент $0,2$ kN/m, врши осцилаторно движење. Колкав е модулот на забрзувањето кога топчето има поместување 2 cm од рамнотежната положба?

Решение. Со замена на дадените вредности во равенката $a_y = -\frac{k}{m}y$ во која го испуштаме знакот минус, се добива:

$$a = \frac{k}{m}y = \frac{200 \text{ N/m}}{0,2 \text{ kg}} 0,02 \text{ m} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Пример 2. Да се напише равенката на хармониско осцилаторно движење ако модулот на амплитудата $A = 0,4$ m, кружната фреквенција $\omega = 4$ Hz и почетната фаза $\phi_0 = \pi/2$.

Решение. Со замена на дадените вредности во равенката $y = A \sin(\omega t + \phi_0)$ се добива:

$$y = 0,4 \sin(4t + \pi/2).$$

☒ Прашања и задачи

1. Кои се карактеристични величини на едно хармониско движење?
2. Како најлесно се опишуваат хармониските движења? Изведете ја равенката за елонгација!
3. Ако функциите $\sin \omega t$ и $\cos \omega t$ се периодични функции, како ќе ја запишете елонгацијата по kT периоди?
4. Од што зависи константа на повратна сила на хармониски осцилатор кога хармонискиот осцилатор е тег–пружина?

За да го набљудувате резонантното рушење на мостот Toscana Narrows, погледајте го видеоклипот

<http://www.youtube.com/watch?v=POFilVcbpAI>

10.3. ЕНЕРГИЈА НА ХАРМОНИСКИ ОСЦИЛАТОР

Секој хармониски осцилатор, на пример тег со маса m кој осцилира обесен на пружина, поседува механичка енергија (сл.10.4). Тегот на почетокот се повлекува надолу под дејство на некоја сила која е еднаква и спротивна на повратната сила која се стреми системот да го задржи во рамнотежната состојба. Притоа системот располага со одредена потенцијална енергија која во зависност од времето се менува според законот на една периодична функција. Притоа потенцијалната енергија за $y = 0$ има вредност нула, $E_p(\min) = 0$, а за $y = A$ има максимална вредност, еднаква на $E_p(\max) = kA^2/2$.

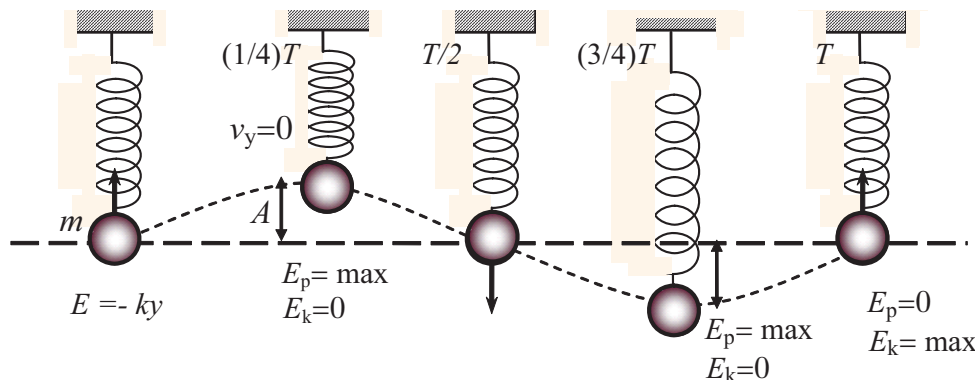
Кинетичката енергија има максимална вредност за $y = 0$, а вредност нула за $y = A$. Очигледно е дека во сите други положби системот истовремено ќе има и по-

тенцијална и кинетичка енергија. Вкупната механичка енергија на системот кој осцилира е збир од кинетичка E_k и потенцијална енергија E_p .

$$E = E_k + E_p = \frac{k}{2} A^2 \quad (10.3.1)$$

$$E = E_k + E_p = \text{const.}$$

Според тоа, во системот каде што дисипативните сили (такви се силите на триење) можат да се занемарат, вкупната механичка енергија е константна величина која со текот на времето не се менува. Таа зависи само од константата на пружината k и квадратот на амплитудата.



Сл. 10.4.

10.4. ПРИДУШЕНИ ОСЦИЛАЦИИ

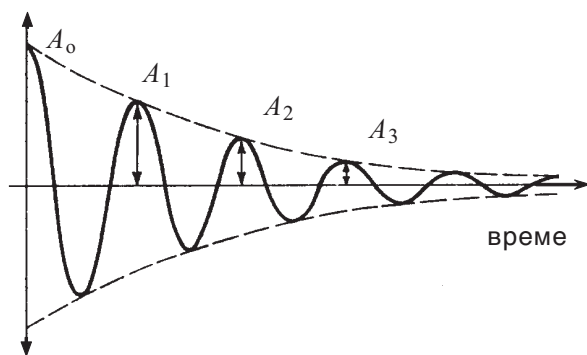
Во досегашните изведувања се претпоставуваше дека системот кој осцилира нема загуби на механичката енергија, па осцилирањето се одвива со константна амплитуда A само со промена на потенцијалната и кинетичката енергија. Во реални услови енергијата се губи поради дејството

на силите на триење или силите на отпорот на средината во која осцилаторот се движи, па амплитудата на осцилаторниот систем со текот на времето опаѓа сè додека системот не престане да осцилира.

Опаѓањето на амплитудата одговара на загубата на енергијата затоа што енер-

гијата секогаш е пропорционална со квадратот на амплитудата. Времетраењето на слободните осцилации освен од големина-та на загубите на енергијата зависи и од големината на почетната енергија.

Графички приказ на експоненцијалното опаѓање на амплитудата со текот на времето е даден на сл. 10.5. За таков систем се вели дека осцилира придушено хармониски.



Сл. 10.5. Опаѓање на амплитудата при придушени осцилации

Кај механичките осцилации енергијата постепено поминува во внатрешна. Кај осцилаторите од немеханичка природа дел од енергијата поминува во внатрешна, а дел се зрачи во околината.

Коефициентот на придушување зависи од средината во која системот врши осцилирање и од потрошената енергија поради еластичноста на пружината. На пример, придушувањето на системот тело-пружина многу е поголемо кога тој систем

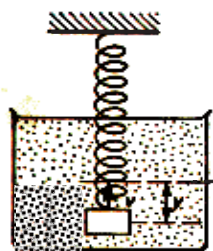
осцилира во вода или масло отколку кога осцилира во воздух (сл. 10.6).

На сл. 10.7 е прикажано осцилаторно движење на систем со различни вредности на коефициентот на придушување. На кривата 1 системот осцилира придушено околу својата рамнотежна состојба. Ако вредноста на коефициентот на придушување е многу голема, движењето станува апериодично.

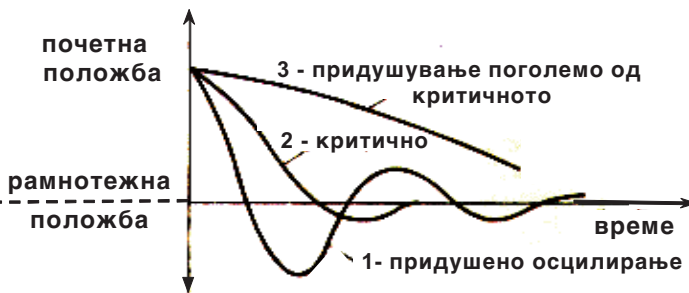
Кога коефициентот на придушувањето расте и достигнува некоја критична вредност (кривата 2), телото постепено се приближува до својата рамнотежна состојба, но не осцилира. Систем во кој коефициентот на придушувањето достигнува вредност поголема од критичната (кривата 3) бавно се приближува кон својата рамнотежна состојба.

Критичното придушување се користи кај многу мерни инструменти кои имаат стрелка, на пример волтметри, амперметри, брзинометри, ваги и слично.

Ако придушувањето е многу мало, стрелката ќе осцилира околу вистинската вредност на мерената величина, што значи дека инструментот практично е некорисен. Кај систем каде придушувањето е многу поголемо од критичното, таа ќе осцилира така бавно, што мерената величина може да се промени пред да се прочита. Но кога придушувањето е близу до критичното, стрелката стигнува брзо и без осцилирање ја покажува вистинската вредност на мерената величина.



Сл. 10.6.



Сл. 10.7

☒ Прашања и задачи

1. Од што зависи дали ќе има периодично придрушено осцилирање?
2. Кога едно движење е аperiodично?
3. Графички прикажи го опаѓањето на амплитудата со текот на времето кај едно придрушено осцилаторно движење!
4. Дали придрушените осцилации се корисни?

10. 5. ПРИСИЛЕНИ ОСЦИЛАЦИИ. МЕХАНИЧКА РЕЗОНАНЦИЈА

Секој осцилаторен систем во реални услови, поради совладување на силите на триење и надворешните отпори, врши придрушени осцилации. За осцилаторниот систем да изведува непридрушени осцилации, потребно е континуирано да му се доведува енергија.

Системите кои не подлежат на надворешни периодични сили *слободно осцилираат*. Фреквенцијата на системот што слободно осцилира е наречена *сопствена фреквенција* f_0 . Таа зависи од механичките својства на системот.

Системот може да осцилира и кога врз него дејствува некоја надворешна сила која периодично се менува со времето. Нека надворешната хармониска сила со амплитуда F_0 и фреквенција f што побудува на осцилирање, е зададена со равенката:

$$F = F_0 \sin 2\pi f t. \quad (10.5.1)$$

Кога надворешната хармониска сила наизменично ја продолжува и собира пружината, системот врши *присилени хармониски осцилации*.

Со примена на таква сила системот се присилува да осцилира со фреквенцијата на надворешната сила. Амплитудата, а со тоа и енергијата на присилените осцилации, зависи од разликата меѓу фреквенцијата f на надворешната периодична сила и сопствената фреквенција f_0 на самиот осцилатор. Колку разликата меѓу овие две фреквенции е поголема толку амплитуда-

та на присилените осцилации е помала.

Кога фреквенцијата на надворешната хармониска сила f се приближува до сопствената фреквенција на системот f_0 , амплитудата на осцилирање расте и наедно расте и енергијата. Кога ќе се постигне $f - f_0 = 0$, односно за:

$$f = f_0,$$

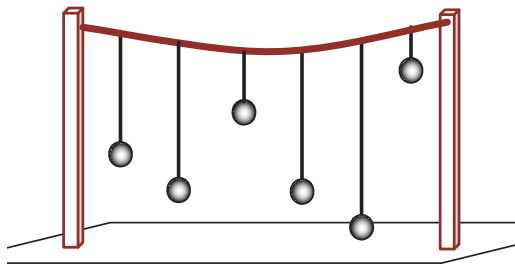
амплитудата на присилените осцилации достигнува максимална вредност.

Оваа појава е наречена **механичка резонанција**. $f = f_0$ е **резонантна** фреквенција. Колкава ќе биде амплитудата на присилените осцилации зависи од *коэффициентот на придрушување* δ . Кога коэффициентот на придрушување е $\delta \approx 0$ при $f = f_0$ амплитудата станува бесконечно голема.

Телото или системот што се јавува како причина некој осцилаторен систем да врши присилени осцилации, се вика *осцилатор*. Осцилаторот кој ја прифаќа фреквенцијата на надворешната периодична сила во овој случај е *резонатор*.

Ако масата на осцилаторот m_0 во споредба со масата на резонаторот m_r е многу поголема ($m_0 \gg m_r$), повратното дејство на резонаторот кон осцилаторот е толку слабо што може да се занемари. Меѓутоа, ако тие имаат приближно еднакви маси ($m_0 \approx m_r$), доаѓа до израз повратното дејство на резонаторот. При вакви услови има појава на наизменично пренесување на осцилаторната енергија од осцилаторот кон резонаторот и обратно.

Појавата на резонанција најдобро може да се демонстрира на следниот начин: на тенко и еластично гумено црево, прицврстено на краевите, се закачени еднакви нишала со различна должина, а само две се со еднаква должина (сл. 10.8).



Сл. 10.8. Резонанција на нишала

Ако кое било од нив се извади од рамнотежната состојба, осцилациите ги прифаќаат само нишалата кои се со еднаква должина (второто и четвртото). За овие две нишала се вели дека се во резонанција. Слично може да се покаже и со пружини закачени на еластична метална шипка. На краевите на секоја од пружините има тегови со еднаква маса. Имено, телата ќе бидат во резонанција само ако им се совпаѓаат сопствените фреквенции.

Освен механичка резонанција има и акустичка резонанција, електромагнетна резонанција, нуклеарна магнетна резонанција, оптичка резонанција. Поради големиот коефициент на придушување што го има телото на човекот, кај него тешко се остварува резонанција.

Присилените осцилации и резонанцијата наоѓаат широка примена во акустиката (за засилување на звук) во радиоелектрониката (за засилување на електрични осцилации) итн.

Освен позитивни, резонанцијата може да има и штетни ефекти. Затоа при конструкцијата на градежни објекти, мостови, машини и нивни делови *се внимава нивната сопствена фреквенција да не се совпаѓа со фреквенцијата на надворешните периодични сили*. Резонанцијата се користи и за конструкција на инструменти за мерење на фреквенцијата на наизменичната струја – *фреквенцетри*.

☒ Прашања и задачи

1. Кога настанува механичка резонанција?
2. Кои се позитивните, а кои негативните ефекти на резонанцијата?

10.6. МАТЕМАТИЧКО НИШАЛО

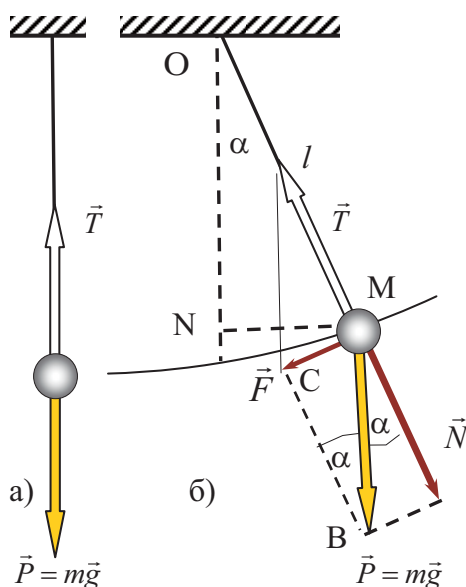
Математичко нишало може да биде секое тело (топче) со мала маса обесено на конец. Всушност, математичкото нишало е идеален поим и претставува материјална точка со занемарливо мала маса m обесена на нерастеглив конец со должина l .

Ако под дејство на надворешна сила топчето се извади од рамнотежната положба, под влијание на една од компонентите на Земјината тежа топчето почнува да осцилира. Осцилациите се хармониски

само кога аголот на отклонување од рамнотежната положба е мал (сл. 10.9).

Кога нишалото е во положба М, на него дејствуваат две сили: Земјината тежа $\vec{P} = m\vec{g}$ насочена вертикално надолу и силата на затегнувањето на конецот $\vec{T}$ насочена кон точката на обесување на конецот (сл. 10.9б). Само кога нишалото е во рамнотежната положба овие две сили се еднакви по модул (сл. 10.9а). Во секоја друга

положба оваа рамнотежа е нарушена (сл. 10.9б). Резултанта на тие две сили е силата $\vec{F}$. $\vec{F}$ е силата која настојува да го врати нишалото во рамнотежната положба. Оваа сила е всушност неурамнотежената компонента на Земјината тежа $\vec{P}$, бидејќи нејзината друга компонента $\vec{N}$ е урамнотежена со силата на затегнувањето $\vec{T}$. Според тоа, сила $\vec{F}$ по својот катактер е аналогна на силата на еластичност. Значи, при определени услови ($\alpha < 5^\circ$) и математичкото нишало изведува хармониски осцилации.



Сл. 10.9. Математичко нишало

Да ги разгледаме триаголниците $\triangle MBC$ и $\triangle MNO$ кои како триаголници со еднакви агли се слични, па следува:

$$\frac{MN}{ON} = \frac{F}{G} \text{ или } \frac{F}{G} = \frac{y}{l}. \quad (10.6.1)$$

Имајќи предвид дека $P = mg$ и дека y (елонгација) за мали агли е приближно еднакво со должината на лакот, односно со

поместувањето од рамнотежната положба, за повратната сила се добива:

$$F = -\frac{mg}{l} y. \quad (10.6.2)$$

Знакот минус покажува дека повратната сила секогаш е насочена кон рамнотежната положба. Знаеме дека повратната сила кај хармониските осцилаторни движења е дадена со:

$$F = -ky. \quad (10.6.3)$$

Од равенките (10.6.2) и (10.6.3) за дадено нишало константата на пропорционалноста е дадена со:

$$k = \frac{mg}{l}. \quad (10.6.4)$$

Во 10.2, равенката (10.2.9), видовме дека константата на пропорционалност е дадена со $k = \omega^2 m$. Сега со изедначување на овој израз за k и равенката (10.6.4) се добива:

$$\omega^2 = \frac{g}{l}.$$

Односно, периодот на математичкото нишало е:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (10.6.5)$$

Значи, на исти места на Земјата сопствениот период (со исти вредности на g) на математичкото нишало *зависи само од неговата должина*, но не и од масата на нишалото, односно важи:

$$T_1 : T_2 = \sqrt{l_1} : \sqrt{l_2}. \quad (10.6.6)$$

Се разбира, ако Земјиното забрзување се промени (на различни места на Земјата), ќе дојде и до промена на периодот на математичкото нишало:

$$T_1 : T_2 = \sqrt{g_2} : \sqrt{g_1}. \quad (10.6.7)$$

Нишалото чиј период на една осцилација изнесува една секунда, е наречено *секундно нишало*.

Пример 1. Колкава е должината на секундното нишало на географска ширина од 45° ($g = 9,806 \text{ m/s}^2$)?

Решение. Имајќи ја предвид равенката (10.6.5) во која $T = 1 \text{ s}$, произлегува дека должината на секундното нишало изнесува:

$$l = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{g}{4\pi^2} = 0,248 \text{ m}.$$

✓ Прашања и задачи

1. Колкав е периодот на осцилирање на математичкото нишало на Земјата, а колкав на Месечината, ако забрзувањето на Земјината тежа е $9,81 \text{ m/s}^2$, а на Месечината е $1,62 \text{ m/s}^2$?

(Одговор: $T_3 = 1,79 \text{ s}$; $T_M = 4,41 \text{ s}$)

2. Како се однесуваат должините на две математички нишала, ако нивните периоди се $1,6 \text{ s}$ и $1,25 \text{ s}$?

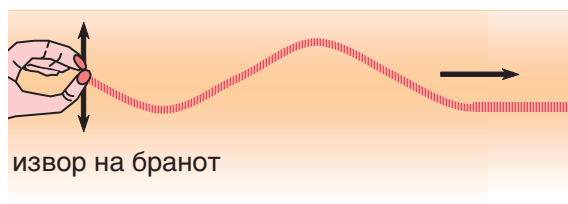
(Одговор: $T_1^2 : T_2^2 = l_1 : l_2$; $l_1 / l_2 = 1,64$)

10.7. БРАНОВИ ПОЈАВИ

Примери за браново движење има насекаде околу нас. Ако во мирна вода фрлиме камен, областа која непосредно е допрена од каменот почнува да осцилира, а потоа осцилирањето се шири создавајќи бранови по површината на водата. Звукот исто така е еден вид браново движење.

Трансверзални и лонгитудинални бранови. Во зависност од природата на брановиот процес и средината низ која бранот се пренесува постојат: *механички, електромагнетни и квантомеханички бранови*.

Што е тоа бран? Како се создава брановото движење? Одговорите се различни за разни видови бранови.



Сл. 10.10

Наједноставен пример за да покажеме браново движење е ако земеме едно долго јаже или гумено црево и со рака го придвижуваме горе–долу (сл. 10.10).

Кога во една материјална средина (тврда, течна или гасовита) се најде извор на осцилации (тоа е и *извор на бранот*), меѓу изворот и честичите на материјална

та средина се јавуваат еластични сили на заемно дејство. Под нивно влијание честичите од средината се присилени да осцилираат со фреквенција еднаква на фреквенцијата на изворот на бранот. Се разбира, најнапред ќе почнат да осцилираат оние честичи од средината кои се во непосреден контакт со изворот на бранот, а подалечните честичи доцнат по фаза од претходните и од изворот на бранот.

Процесот на ширење на осцилациите во просторот со текот на времето се вика **бранов процес**, *браново движење* или *бран*.

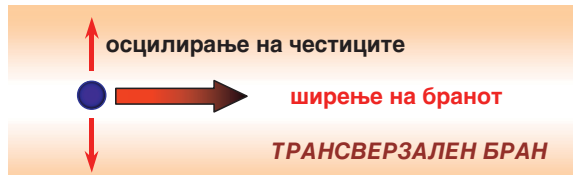
При брановиот процес честичите на еластичната средина осцилираат околу рамнотежната положба, а од една на друга честича во просторот *се пренесува само деформацијата, а со тоа и енергијата од изворот*. Во тоа можеме да се увериме ако во мирна вода на која има една топка или друг лесен предмет фрлиме камен. Топката ќе осцилира горе–долу, останувајќи речиси на истото место, без разлика што бранот видно се проширил.

Какви бранови разликуваме и како тие се шират во околината?

Во зависност од тоа како осцилираат честичите на еластичната средина, брановите можат да бидат:

– **трансверзални** – тоа се бранови

каде честиците од материјалната средина осцилираат нормално на насоката на ширење на бранот (такви бранови се прикажани на слика 10.11);



Сл. 10.11

– **лонгитудинални** – честиците на средината осцилираат во насока во која се шири бранот (сл. 10.12).

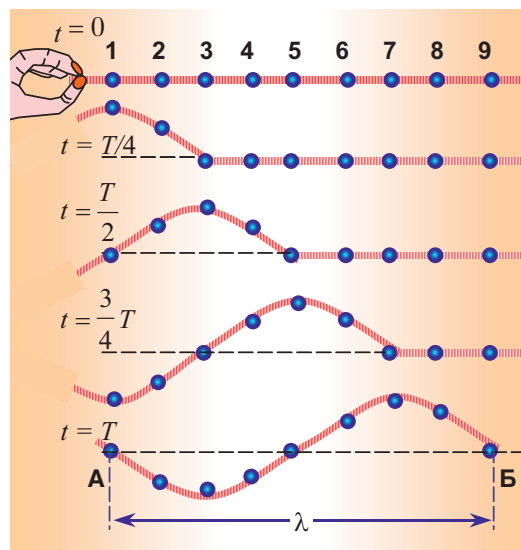


Сл. 10.12

Пример на лонгитудинален бран е ширењето на звучен бран во воздух. Лонгитудиналните бранови се шират во тврди, течни и гасовити средини. Трансверзалните бранови, кои се последица на посебен вид деформација својствена само за тврдите тела, се шират само во тврдите средини. Ширењето на трансверзален бран во еднодимензионална материјална средина графички е илустрирано со низа честици (молекули, атоми) на сл. 10.13.

Нека во моментот $t = 0$ бранот, којшто се шири одлево надесно, дошол до честицата 1. Таа почнува транслаторно осцилаторно да се движи повлекувајќи ја и честицата 2. Кога честицата 1 ја достигнува максималната оддалеченост од рамнотежната положба ($t = T/4$), бранот се проширил до честицата 3. За време $t = T/2$ честицата 1 повторно е во рамнотежната положба, додека честицата 3, повлекувајќи ја

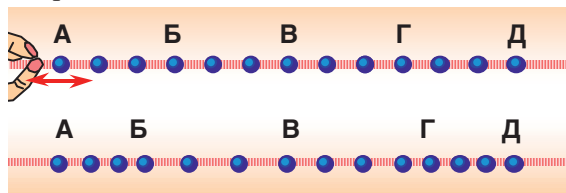
и честицата 4, ја достигнува максималната елонгација. За тоа време бранот се проширил до честицата 5 која сè уште е во рамнотежната положба. Се разбира, на истиот начин процесот продолжува понатаму.



Сл. 10.13. Ширење на трансверзален бран

Патот што го изминува деформацијата во еластичната средина за време од еден период на осцилирање на изворот (првата честица) е **бранова должина**. Обично таа се бележи со λ .

Постепеното формирање на лонгитудинален бран од повеќе честици (сл. 10.14) може да се објасни аналогно како и формирањето на трансверзален бран. И во овој случај осцилирањето на првата честица се пренесува на втората, а преку неа на третата итн.



Сл. 10.14. Ширење на лонгитудинален бран

При осцилирањето се менуваат само меѓусебните растојанија. Таквиот бран во

средината предизвикува периодични промени на густината (згуснувања и разредувања), кои се движат во насока на ширењето на бранот.

Дел од просторот во кој сите честици се вклучени во осцилаторниот процес се вика **браново поле**. Границата која ги одделува честичките кои осцилираат од оние што сè уште не почнале да осцилираат, се вика **фронт на бранот**.

Бранова површина е геометриско место на точки кои во текот на брановиот процес осцилираат со еднакви фази.

Брановата површина може да има произволна форма, но во најпрост случај таа може да биде рамна, сферна или цилиндрична. Според тоа, во неограничена хомогена и изотропна средина, каде брзината на ширењето во сите насоки е иста, бранот се шири по концентрични површини чиј центар е во изворот на бранот. Таквите бранови се **сферни бранови**, а фронтот на бранот е сферна површина. Димензиите на изворот на таков бран се мали, па може да се смета дека изворот на ваков бран е точкест.

Ако брановите површини се рамни нормални на насоката на ширењето на бранот, тоа е **рамен бран**. Рамен бран на површината на водата може да се добие при треперење на линијар со димензии значително поголеми од брановата должина на бранот.

Брановите можат да бидат *просторни, површински и еднодимензионални (линиски)*. Ако осцилациите на изворот се пренесуваат по еден однапред утврден правец, во тој случај станува збор за простирање на линиски бранови. Такви бранови се шират, на пример, по должината на една права (жица, прачка, јаже).

За поедноставно прикажување и опишување на брановите се воведува поимот **зрак**. Зрак е линија чија тангента во секоја точка се поклопува со насоката на ширењето на бранот. Во хомогена средина зраците се прави нормални на фронтот на бранот. Насоката на зраците е определена од насоката на ширењето на бранот. Повеќе зраци формираат **сноп**.

☒ Прашања и задачи

1. Какви бранови се разликуваат според тоа како осцилираат честичките?
2. Дали кајче, кое ќе се најде на бранот на морската шир, плива заедно со бранот? Зошто?
3. При брановиот процес честичките на еластичната средина осцилираат околу рамнотежната положба. Што се пренесува во просторот?

10.8. БРЗИНА НА БРАНОВИ

Нека во хомогена еластична средина изворот на бранот произведува хармониски осцилации. Секоја честица, до која стигнал бранот, присилно ќе осцилира со фреквенција на изворот. Од тие причини карактеристиките на изворот: **фреквенцијата** f , **периодот** T и **амплитудата** A , се карактеристики и на бранот што се создава.

Ако **брзина на ширењето на бранот** е v , за време додека изворот направи една полна осцилација (еден период T) бранот ќе го помине патот vT , односно тој поминал растојание λ еднакво на:

$$\lambda = vT, \quad (10.8.1)$$

каде што λ е **бранова должина**. Тоа е нај-

мало растојание во насока на ширењето на бранот меѓу две честици од еластичната средина кои осцилираат во фаза.

Од формулата за бранова должина (10.8.1) се добива и брзината на бранот:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f . \quad (10.8.2)$$

Покрај овој општ израз за брзината на бранот, постојат и посебни формули за брзината на трансверзални и лонгитудинални бранови. Со нив непосредно се изразуваат својствата на средината низ која бранот поминува. Уште Њутн покажал дека брзината на ширењето на бранови во цврсти и течни средини зависи од својствата на средината. Брзината на ширењето на лонгитудиналните бранови е дадена со:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} ; \text{ или } v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} , \quad (10.8.3)$$

каде што ρ е густина на средината, E е Јунгов модул на еластичност, кој е величина карактеристична за својствата на цврстите тела, додека B е коефициент на волуменско ширење на течните средини. E и B се изразени во N/m^2 .

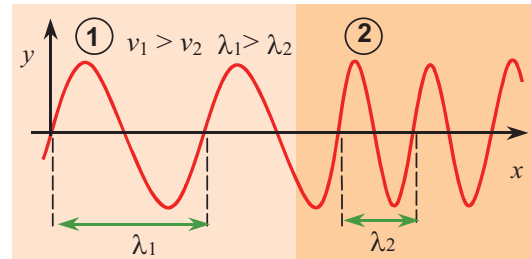
Брзината на ширење на *трансверзални* механички бранови (бранови низ

жица или конец затегнати на двата краја) зависи од силата на затегнување F и својствата на средината низ која се шири бранот:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} . \quad (10.8.4)$$

Имено, брзината зависи од силата на затегнување на материјалот и од линиската густина μ ($\mu = m/l$ – маса на единица должина).

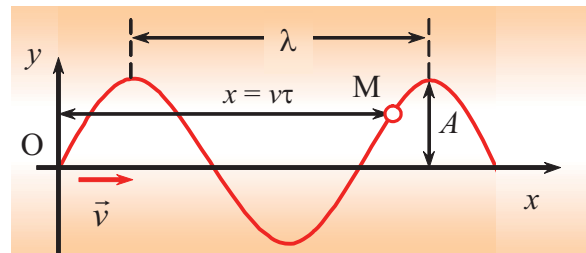
Кога бранот преминува од една во друга средина, тој ја променува својата брзина, а со тоа и брановата должина, меѓутоа **неговата фреквенција останува непроменета** (сл. 10.15).



Сл. 10.15. Брзината на ширењето на бранот во дадена хомогена средина е константна величина

10.9. РАВЕНКА НА РАМЕН БРАН

За да ја изведеме равенката на рамен бран, да претпоставиме дека изворот на бранот се наоѓа во координатниот почеток на правоаголниот координатен систем и изведува хармониски осцилации. Бранот се шири во насока на оската x , а честиците на средината осцилираат во насока на оската y (сл. 10.16).



Сл. 10.16

Нека со A е означена амплитудата, со T период, а со $f = 1/T$ фреквенцијата на бранот.

Равенката на изворот на бранот може да се прикаже со:

$$y = A \sin \frac{2\pi}{T} t . \quad (10.9.1)$$

Честиците кои се подалеку од изворот ќе почнат да осцилираат со некое задоцнување во однос на изворот, значи фазно заостануваат. За да се прошири бранот до честицата М, која е на растојание x од изворот на бранот, треба да помине време τ . Според тоа, равенката на таа честица е дадена со:

$$y = A \sin \frac{2\pi}{T} (t - \tau) . \quad (10.9.2)$$

Ако брзината на ширењето на бранот во дадена материјална средина е v , а времето τ еднакво на $\tau = x/v$, а имајќи предвид дека $vT = \lambda$, се добива:

$$y = A \sin \left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right) .$$

Воведувајќи ги величините $k = 2\pi/\lambda$, која се вика **бранов број**, и $\omega = 2\pi/T$, **кружна фреквенција**, равенката на рамен бран може да се напише и во следниов облик:

$$y = A \sin(\omega t - kx) . \quad (10.9.3)$$

Со kx се изразува фазната разлика помеѓу осцилациите што ги прави точката оддалечена за x од изворот на бранот и осцилациите на изворот на бранот.

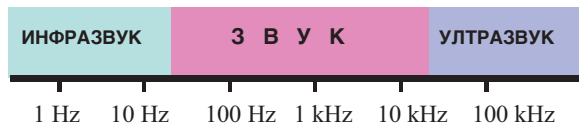
✓ Прашања и задачи

1. Што е браново движење и што е бран?
2. Зошто во средини со поголеми еластични сили брзината на брановите е поголема?
3. Колкава е брзината на ширење на лонгитудинален бран низ вода, ако коефициентот на волуменско ширење е $2,1 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$ и густината 10^3 kg/m^3 ?

(Одговор: $v=1449 \text{ m/s}$)

10.10. ЗВУЧНИ БРАНОВИ

Звучното поле, односно создавањето, ширењето и начинот според кој се пријема звукот, се изучува во посебна област од физиката – **акустиката**.



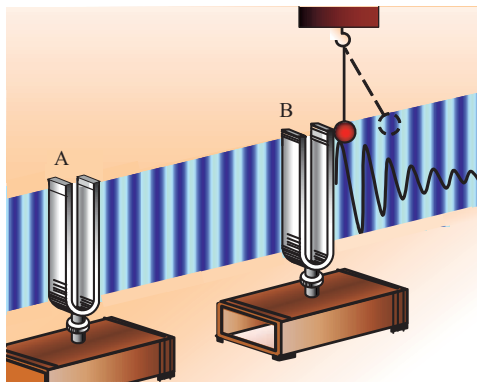
Звучните бранови се механички бранови со фреквенции од 16 до 20000 Hz. Физиолошката конструкција на човечкото уво е таква што тоа не е способно да ги регистрира звуците со фреквенција помала

од 16 Hz, т.е. **инфразвукот**, и звуците со $f > 20000 \text{ Hz}$, т.е. **ултразвукот**. Меѓутоа, постојат животни кои го слушаат ултразвукот и инфразвукот. Во општ случај, секое тело кое е способно да осцилира во наведен фреквенциски интервал, може да биде извор на звук.

Постоењето на звучни бранови најлесно може да се утврди со нашето уво. За таа цел направете го следниот опит:

Земете две звучни виљушки А и В кои осцилираат со еднакви фреквенции (сл. 10.17). Нивните резонантни кутии поставете ги една спроти друга, а растојанието меѓу нив нека е околу половина метар.

Мало топче поставете така што лесно да го допира едниот крај на виљушката В. Со гумено чеканче побудете ја (удрете ја) виљушката А. Забележете: топчето на нишалото почнува видно да отскокнува.



Сл. 10.17

Иако виљушката В не сме ја побудиле, таа сепак почнува да осцилира. Звучните осцилации на виљушката А создаваат периодична промена на притисокот и густината на воздухот што стигнува до виљушката В и ја присилува да осцилира. Велиме, меѓу двете виљушки настапила **звучна резонанција**. Меѓутоа, ако на едниот крак на една од виљушките се додаде парче метал, со што ќе се промени фреквенцијата, условите за резонанција нема да се исполнети. Осцилациите на втората виљушка ќе бидат слаби, што практично значи да не се слуша тон.

Овие осцилаторни промени на притисокот и густината во материјалната средина настануваат според правилата што важат за механичките бранови.

Во течностите и гасовите звукот се шири само како лонгитудинален бран. Во тврдите еластични средини звукот може да се шири и како лонгитудинален и како трансверзален бран. Во вакуум не постојат услови за ширење на акустичките бранови.

Основни карактеристики на звучните бранови. Звучите кои секојдневно ги слу-

шаме се разновидни. Меѓу нив доволно јасно се разликуваат **музичките тонови** од **шумовите**.

По што се разликуваат музичките тонови од шумовите и што е тоа што ја предизвикува различноста што постои меѓу разните музички тонови?

Звукот што се добива од извор кој произведува хармониски осцилации се вика чист тон или само **тон**. Основни физички карактеристики на звучните бранови кои ги регистрира нашето уво се: **висина, боја на тонот и гласност**.

Висината на тонот е определена со фреквенцијата. Поттикнати на осцилирање виљушки со различни фреквенции даваат различни по висина тонови. Колку фреквенцијата е поголема, поголема е и висината. На секој од тоновите од музичката скала му одговара точно определена фреквенција. На пример, тонот А (ла) има фреквенција од 440 Hz. Фреквенцијата на тонот што е за октава повисок е двојно поголема од фреквенцијата на првиот и изнесува 880 Hz.

Сложени тонови можат да се прикажат како збир од хармониски осцилации чии фреквенции се целобројни вредности од најниската фреквенција. Звукот на таа најниска фреквенција е познат како **основен** (прост) или **прв хармониски тон**, а сите други се **повисоки хармониски тонови (обертонови)**.

Бојата на тонот е специфична карактеристика по која се разликува изворот на тонови. Бојата на тонот зависи од видот и бројот на повисоките хармониски тонови.

Шумовите се резултат од многу сложени, непериодични осцилации и по амплитуда и по фреквенција. Шумовите не можат да се разложат на прости хармониски компоненти.

Силниот и краткотраен шум е познат како **тресок**. Такви се, на пример, разни експлозии, кршење на стакло и др.

10.11. ИНТЕНЗИТЕТ И ГЛАСНОСТ НА ЗВУКОТ

Покрај фреквенцијата, објективната јачина (интензитетот) е еден од параметрите со кои се карактеризира звукот.

Интензитет или **јачина** I на звучниот бран се дефинира на ист начин како и интензитетот на секој бран. Тоа е енергија E на звучниот бран што се пренесува во единица време t низ единица плоштина S на површина поставена нормално на правецот на ширењето на бранот, т.е.

$$I = \frac{E}{St} = \frac{P_{\text{ср}}}{S}, \quad (10.11.1)$$

каде што $P_{\text{ср}} = \frac{E}{t}$ е средна моќност. Интензитетот I на звучниот бран се изразува со единицата

$$\frac{\text{J}}{\text{m}^2 \text{ s}} = \frac{\text{W}}{\text{m}^2}.$$

Интензитетот на звукот како енергетска карактеристика е пропорционален со квадратот на амплитудата на притисокот што се создава.

Звукот чиј интензитет е земен како единица, $I_{\text{max}} = 1 \text{ W/m}^2$, предизвикува болка во човечкото уво. На пример, таков звук слушаме од мотор на млазен авион на растојание од 5 m. Звукот со десет пати поголем интензитет (10 W/m^2) не го слушаме, имаме само чувство на болка.

Максималниот интензитет на звукот што увото го регистрира со чувство на болка се вика **граница на болка** или **горна граница на чујност**.

Минималната вредност на интензитетот на звучниот бран кој предизвикува осет за слух на дадена фреквенција е **праг на чујност**. Овој праг за различни фреквенции е различен. На пример, при фрек-

венција од $f = 1000 \text{ Hz}$ тој изнесува $I_{\text{min}} = 10^{-12} \text{ W/m}^2$.

При **субјективна** процена на интензитетот со органите за слух наместо интензитет се воведува поимот **ниво на гласност на звукот** или само **гласност**. Нивото на гласност L за произволен интензитет I се определува со равенката:

$$L = k \log \frac{I}{I_{\text{min}}}, \quad (10.11.2)$$

каде што k е константа, I е интензитет на звукот, $I_{\text{min}} = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ е интензитет на референтниот звук – праг на чујност за фреквенција $f = 1000 \text{ Hz}$.

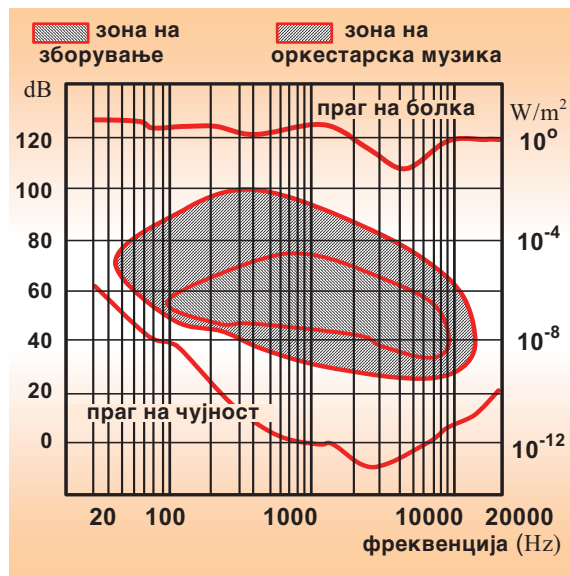
Кога за константата се земе $k = 1$, нивото на гласност се изразува со единицата бел (B), а кога $k = 10$, ова ниво се изразува со десет пати помала единица – децибел (dB).

Во овие единици најтихиот звук, прагот на чујноста, има гласност 0 dB.

За интензитет на звукот кој предизвикува чувство на болка максималното ниво на гласност изнесува 120 dB.

На сл. 10.18 се прикажани кривите на еднаква гласност кои покажуваат дека прагот на чујноста многу повеќе се менува со промена на фреквенцијата, а границата на болка послабо.

Површината меѓу прагот на чујноста и границата на болка се вика **слушно поле**. Од графикот на сл. 10.18 се гледа дека меѓу 2 и 4 kHz увото е најосетливо, додека при повисоките и пониските фреквенции осетливоста е помала. На пример, на 100 Hz прагот на чујност е околу 10^{-8} W/m^2 , што е 10^4 пати поголем интензитет од интензитетот за фреквенција од 1000 Hz.



Сл. 10.18. Fletcher-Mansson-ови криви на еднаква гласност

И за звучните бранови како механички бранови важат законите за рефлексија, прекршување, дифракција, интерференција.

Брзината на звукот зависи како од својствата на средината низ која поминува така и од температурата.

И за звучните бранови важат формулите за брзина на трансверзални и лонгитудинални бранови.

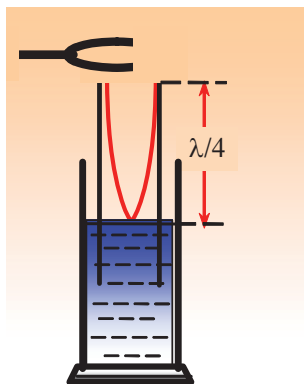
Брзината на звукот при ширење во гасовита средина со зголемување на температурата се зголемува. Брзината на звукот во воздух на $0^\circ C$ е $331,5 \text{ m/s}$, а во гранит е 6000 m/s .

Пример 1. Да се определи брзината на звукот низ алуминиумот ако Јунговиот модул на еластичност е $E = 7 \cdot 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$, а густината $\rho = 2.7 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$.

Решение: Брзината на звукот се определува од равенката: $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$. Таа изнесува:

$$v = \sqrt{\frac{7.0 \cdot 10^{10}}{2.7 \cdot 10^3}} \approx 5.1 \text{ km/s}.$$

10.12. ЗВУЧНА РЕЗОНАНЦИЈА



Сл. 10.19. Експеримент за звучна резонанција

Звучните извори, како механички осцилатори, можат да вршат присилени осцилации и да се доведат во состојба на резонанција.

Резонанција кај звучен извор освен со примерот прикажан со звучна виљушка поставена на резонантна кутија може да се покаже со опитот прикажан на сл.10.19. Во поширок сад со вода е потопена стаклена цевка која е отворена на двата краја. (Вие можете да го направите тоа и со една поголема мензура во која полека додавате вода.)

Кога над отворот на цевката се донесе звучната виљушка што осцилира, воздушниот столб во цевката присилно ќе осцилира. Менувајќи ја должината на воздушниот столб (со издигање и спуштање на цевката) за одредена висина, звукот ќе се слуша посилено. Звукот се засилува, т.е. настанува резонанција, кога должината на воздушниот столб има сопствена фреквенција што се совпаѓа со фреквенцијата на звучната виљушка, или кога едната фреквенција е цел број пати поголема. На отворот на цевката се создава стоен бран (таква е и резонантната кутија на која е поставена звучната виљушка).

Сопствената фреквенција на воздушниот столб зависи од неговата должина L :

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{(2n+1)}{4L} v; n=1, 2, 3, \dots \quad (10.12.1)$$

каде што n е цел број, v е брзина на звукот во воздух. На сликата 10.19 е при должина на воздушниот столб $L = \lambda/4$. Освен тоа, резонанција може да настане за кој било непарен број четвртинки бранови должини на стојниот бран формиран во воздушниот столб затворен од едниот крај, т.е. ако должината е $L = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$.

Звучната резонанција се користи кај дувачките инструменти. Некои инструменти (гитара, виолина), за да дадат поголем интензитет, користат тела со кои може да се предизвика резонанција. Таквите тела се *резонатори*. На пример, звучната виљушка е поставена на резонантна кутија.

Дувачкиот инструмент дава основен тон кога има само еден јазол.

Појавата на резонанција се користи за мерење на брзината на звучните бранови. (Обидете се да ја определите брзината на звукот според експериментот од сл. 10.19.)

Звукот може да биде извор на информации и за состојбата на внатрешните

органи на човекот.

Звучниот метод, познат како **аускултација** (ослушување на звуци во организмот), е еден од најстарите акустички методи за дијагностика во медицината. За таа цел се користи стетоскоп. Тој се состои од резонантна капсула покриена со еластична мембрана која се поставува на телото на болниот. Од капсулата водат гумени цевки кон увото на лекарот. Во празната капсула настанува резонанција, при што звукот се засилува и се подобрува аускултацијата.

Пример 1. Звучна виљушка со фреквенција $f = 735 \text{ Hz}$ е поставена над воздушен столб затворен од едниот крај. Најсилен звук најпрво ќе чуete кога воздушниот столб има должина: а) 11,3 cm, а потоа и на б) 33,5 cm. Да се определи брзината на звукот во воздух.

Решение. Имајќи ја предвид равенката:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{(2n+1)}{4L} v,$$

за брзината се добива

$$v = \frac{4Lf}{(2n+1)} \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

а) Со замена на бројчените вредности во оваа равенка при $n = 0$, за воздушен столб чија должина е $L = 11,3 \text{ cm}$ за брзината се добива:

$$v = 4Lf, \quad \text{односно} \quad v_1 = 332 \text{ m/s}.$$

б) За воздушен столб чија должина е $L = 33,5 \text{ cm}$ треба да е $n = 1$. Брзината изнесува:

$$v = \frac{4Lf}{3}, \quad \text{односно} \quad v_2 = 328 \text{ m/s}.$$

Брзината на звукот ќе се добие како средна вредност од v_1 и v_2 .

10.13. БУЧАВА И ЗАШТИТА ОД БУЧАВАТА

Звучните бранови со голем интензитет што ги имаат сите можни фреквенции од областа на слушањето, се викаат **бучава**. Постојат два вида бучава: **урбана** и **индустриска**. Допуштено ниво на гласност за повисоките фреквенции е од 70 до 80 dB, а за ниските фреквенции од 90 до 100 dB. За одредени места е пропишана и помала гласност на звук. На пример, во болниците е допуштено до 15 dB, во библиотеките до 20 dB, во спални соби од 20 dB до 30 dB.

Интензивната, а особено долготрајната бучава штетно дејствува врз човечкиот организам: го ослабнува слухот, ја намалува работоспособноста, има и други несакани ефекти. На пример, луѓето кои изработуваат казани обично страдаат од делумна глупост за опсегот на фреквенциите на звукот кој одговара на бучавата создавана од ударите на чеканот во сидовите на казанот. Луѓето кои имаат работни места каде што бучавата е долготрајна и поголема од дозволената, треба да се заштитат со соодветна опрема.

За заштита на човековата околина од бучава се неопходни мерења на бучавата кои се прават со акустички уред што се вика **фонометар**, односно **сонометар**.

Интензитетот на звукот I се намалува со **квадратот на растојанието**:

$$I \sim \frac{1}{r^2}. \quad (10.13.1)$$

Тоа значи дека најдобра заштита од бучавата е што подалеку од неа.

При заштита од бучава треба да се има предвид дека најдобри звучни изолациони својства имаат порозните материјали.

Интензитетот на звукот експоненцијално опаѓа со дебелината на материјалот. Но интензитетот на звукот во затворени

простории зависи од коефициентот на апсорпција. Така, на пример, малтерот има коефициент на апсорпција 0,02, а завесите 0,23.

За намалување на бучавата денес често сидовите се обложуваат со материјали кои имаат својство да го апсорбираат звукот. Во близина на аеродромите се прават високи сидови на кои најчесто се засадуваат растенија (ползавци) кои со повеќекратна рефлексија на звучните бранови го намалуваат нивниот интензитет.

Процесот на рефлектирање и апсорпцијата на брановите имаат посебна улога при ширењето на брановите во затворени простори. Овие процеси ги определуваат акустичките својства на просториите. При проектирање на амфитеатри, предавални, концертни и театарски сали, ТВ студија, се користат посебни техники кои се дел од **архитектонската акустика**.

Сте се запрашале ли зошто сидовите во оперската сала се обложени со ткаенина или каков е просторот над кој е поставена бината? Ако апсорпцијата на звукот не е голема, рефлексијата на звукот во затворени простории може да биде повеќекратна. Таа појава се вика **реверберација**. Затоа при конструкција на концертни сали, театри, аудиториуми и др. треба да бидат исполнети условите за добивање оптимално време за реверберација.

☒ Прашања и задачи

1. Автомобилска сирена дава звук со интензитет 10^{-3} W/m^2 , односно гласност од 90 dB; десет такви сирени даваат интензитет 10^{-2} W/m^2 , односно гласност од 100 dB; две

- сирени пак 93 dB. Зошто?
2. За колку децибели ќе се промени гласноста на звукот ако интензитетот се зголеми два пати?
(Одговор: 3 dB)
3. Да се определели фреквенцијата на звучен извор, ако звучните бранови имаат бранова должина 0,68 m, а се шират со брзина 340 m/s.
(Одговор: $f = 500$ Hz)
4. Метална цевка со должина 931 m по должината е удрена со чекан. На другиот крај со временска разлика од $t = 2,5$ s ќе чуete два звука. Објасните на што се должи појавата! Да се определи брзината на звукот во металот, ако брзината на звукот во воздух е 340 m/s.
(Одговор: 3900 m/s)
5. Колкава енергија пренесува звучен бран за време од една минута низ плошина од 1 m^2 , ако има интензитет 10 W/m^2 ?
(Одговор: 600 J)

10.14. ИНФРАЗВУК, УЛТРАЗВУК И ПРИМЕНА

Инфразвук. Механичките бранови со фреквенција помала од 20 Hz спаѓаат во областа на инфразвукот. Извор на инфразвук во принцип може да биде секое тело кое осцилира во даден фреквенциски интервал. Такви можат да бидат, на пример, големи лошо центрирани машини кои работат со мал број завртувања, тешки транспортни камиони, пили за сечење дрва, осцилациите на големите градежни конструкции. Природни извори на инфразвук се електричните празнења во атмосферата, бурите, земјотресите, вулканите, морските бранови. Инфразвуци настануваат, на пример, и при пукање од тешки артилериски орудија, при експлозии на гранати, мини и др. Во сите примери, покрај чујната компонента, се создаваат и инфразвуците.

Овие нискофреквентни бранови, дејствувајќи на резонантен начин, врз организмите на човекот можат да предизвикаат несакани ефекти: мачнина, замор, главоболка, растројство. Од нив тешко се заштитуваме затоа што инфразвуците не се примаат само преку осетот за слух, туку и преку целото тело. Осцилациите се пренесуваат преку сидовите, подовите и др.

Големата бранова должина овозможува инфразвукот лесно да ги совладува пре-

преките. Тој едноставно ги обиколува. Инфразвуците посебно се применуваат при воени извидувања за откривање на маскирани предмети кои не е можно визуелно да се откријат.

Посебно осетливи на инфразвук се некои морски животни. Медузите бегаат од брегот, а некои риби кои живеат во длабочините излегуваат на површината и на тој начин сигнализираат за приближување на урагани, цунами бранови и др.

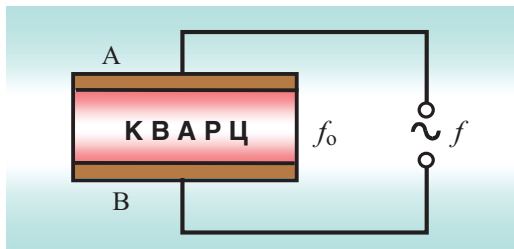
Ултразвук. Под ултразвук се подразбираат механичките бранови со фреквенции поголеми од горната граница на чујност. Ултразвучните бранови имаат фреквенции од $2 \cdot 10^4$ до 10^9 Hz. Звукот со фреквенции поголеми од 10^9 Hz се вика **хиперзвук**. Човечкото уво не може да ги перципира овие звучни бранови. Поради големата фреквенција, произлегува дека ултразвукот има многу мала бранова должина.

Извори на ултразвук. За добивање ултразвук се користат *механички* и *електромеханички* генератори. Механичките генератори претставуваат еден вид специјално конструирани свирки и сирени. Со нив се добива ултразвук со мали фреквенции и мала моќност.

Кај електромеханичките генератори се користат **инверзниот пиезоелектричен ефект** и **магнетостриктивниот ефект**. Два-та ефекта се реверзибилни, поради што се користат не само при ултразвучни генератори туку и при приемниците на ултразвук.

Пиезоелектричниот ефект се состои во следното: под дејство на еластична деформација кај некои диелектрични кристали настанува електрична поларизација. Имено, едната страна од страните на кристална плочка врз која дејствува силата се електризира со позитивно количество електрицитет, а спротивната страна со негативно. Со промена на насоката на деформацијата (на пример, наместо збивање се врши издолжување) настанува поларизација со спротивна насока. Такво својство имаат *кварц, турмалин, бариев титанат, Сегнетова сол, некои полимери* и др.

Инверзен пиезоелектричен ефект. Ако на плочка од кварц (сл. 10.20) се нанесат метални облоги (тенки филмови од злато или сребро) и таа се подложи на периодично променливо електрично поле, нејзините диполи ќе настојуваат да се ориентираат во насока на полето, што доведува до механичко напрегање во кристалот. Притоа кварцната плочка се издолжува при една насока на полето, а се собира при спротивна насока на полето. На тој начин плочката предизвикува присилени осцилации кои се пренесуваат и на честичите во околната средина во вид на ултразвучни бранови.



Сл. 10.20. Инверзен пиезоелектричен ефект

Воспоставените механички осцилации во кристалот ќе бидат со максимална амплитуда кога помеѓу променливото електрично поле и кристалната плочка ќе се воспостави резонанција, т.е. кога фреквенцијата на полето ќе се изедначи со сопствената фреквенција на плочката. Плочката тогаш осцилира со максимално можна амплитуда. Со добар избор на дебелината на плочката и начинот на кој таа е изрежана, можно е да се добијат ултразвучни бранови со фреквенција од 50 до 100 MHz.

Поради реверзибилноста на ефектот истата плочка може да се користи и за добивање и за детекција на ултразвукот. Така, ако на кварцната плочка падне ултразвучен бран, се создаваат електрични импулси кои можат да се детектираат.

Примена на ултразвукот

Основните физички карактеристики и закони за ширење на звучните бранови важат и за ултразвукот (УЗ). Меѓутоа, тој има низа специфични својства. Тие својства се следните:

1. Ултразвучните бранови, поради малата бранова должина (голема фреквенција), се шират приближно праволиниски, што овозможува со посебни акустички огледала да се насочуваат.

2. Ултразвучните бранови пренесуваат повеќе енергија од звучните бранови, т.е. имаат поголем интензитет ($I \propto \omega^2$, интензитетот I е пропорционален со фреквенцијата). Кога УЗ ќе се фокусира на мала површина, може да предизвика: *механички, топлински, физичко-хемиски и физиолошки ефекти*.

3. Амплитудата на честичите и амплитудата на притисокот во материјалната средина низ која поминува ултразвукот се големи и можат да предизвикаат големи напрегања и трајни деформации.

Праволиниското ширење на ултра-

звучните бранови се користи при *ултразвучна дефектоскопија* за испитување на хомогеноста на примероци и за откривање на разни дефекти во нив. Ова се базира на рефлексјата на УЗ од дефектите во примерокот. Според големината на сигналот се лоцира местото и обликот на дефектот.

Фокусирањето на мала површина овозможува *механичка обработка на материјали* (ладно заварување на тешкотопиви материјали, бушење, фина обработка). УЗ се користи во стоматологијата за отстранување на забен камен.

Со примена на интензивни ултразвучни бранови во течните системи, на местото каде што интензитетот е најголем може да се создаде „шуплина“ и да дојде до нејзино откинување, т.е. до *кавитација*. Со помош на кавитацијата некои течни или тврди системи се ослободуваат од гасни молекули, како и од некои нечистоти.

Способноста на ултразвукот да ги ситни телата и да формира емулзии од течности кои не се мешаат, се користи во фармацевтската индустрија за производство на лекови, во козметиката и во хемиската индустрија. Со помош на ултразвукот се забрзуваат хемиски реакции, дифузијата и растворањето. Овие ефекти под дејство на ултразвук се проследени со загревање на средината.

Ултразвукот дејствува *стимулативно врз развојот на разни видови семиња*, т.е. ги стимулира оксидационите процеси во клетката. Тој се користи во физиотерапијата за загревање. Методите ултразвучна *дефектоскопија* и *метод на сенка* се користат во градежништвото за контрола на градежните материјали..

Ултразвучните бранови имаат особина, како и другите бранови, при рефлексјата од подвижна препрека да си ја променат фреквенцијата. Промената на фреквенцијата зависи од брзината на движењето на препреката и од тоа дали таа се приближу-

ва или се оддалечува од приемникот (*Доплеров ефект*).

Благодарение на ултразвучната локација со помош на портабл прибор „*ориентир*“ слепите лица можат да ги лоцираат предметите на растојание од 10 m.

Ултразвукот се користи и за хидролокација – *ехолокатор*, на подводни карпи, јата риби, подморници и др. Врз основа на измереното време поминато од испраќањето до враќањето на ултразвучниот сигнал може да се определи длабочината на морското дно.

Ултразвукот го користат и некои животни. На пример, лилјакот се ориентира во просторот и го лови пленот врз база на ултразвучна рефлексја. Ултразвукот за ориентација го користат делфините, китовите и некои други животни. Иако може да се каже дека ултразвукот не е штетен, при долготрајна примена на ултразвук со голем интензитет најосетливи се централниот и периферниот нервен систем.

Пример 1. Рибарот применувајќи ехолокатор забележал дека рефлектираните ултразвучни сигнали се враќаат по 0,15 s и 0,20 s.

Ако брзината на звукот во водата изнесува 1450 m/s, да се определи длабочината на која настанала рефлексјата.

Решение: При претпоставка дека рефлексјата е од морското дно и од јато риби, подолгото време одговара на сигналот рефлектиран од морското дно, додека по краткото време од јато риби.

(1) $t = 0,15 \text{ s}$	(2) $t = 0,20 \text{ s}$
$s_{\text{риби}} = ?$	$s_{\text{дно}} = ? \quad v = \frac{2s}{t}$
$2s_{\text{риби}} = vt$	$2s_{\text{дно}} = vt$
$= 1450 \cdot 0,15$	$= 1450 \cdot 0,20$
$= 217,5 \text{ m}$	$= 290 \text{ m}$
$s_{\text{риби}} \approx 109 \text{ m}$	$s_{\text{дно}} = 145 \text{ m}$

✓ Прашања и задачи

1. При летањето лилјакот се ориентира така што емитува ултразвучни сигнали и потоа го детектира звукот кој се рефлектира од предметот што му е на патот. Фреквенцијата на звукот е 50 kHz, а звучниот сигнал трае 2,0 ms. Ако брзината на звукот е 340 m/s, колку време патува сигналот од лилјакот до пред-

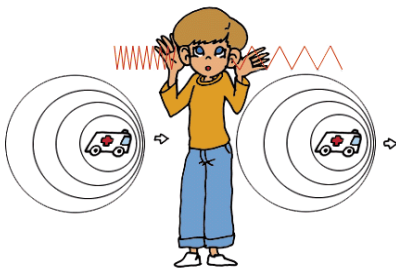
метот кога лилјакот е оддалечен од предметот: а) 1,0 m и б) 0,2 m? Објаснете зошто лилјакот го смалува времетраењето на звучниот сигнал кога се приближува до предметот.

(Одговор: а) 5,8 ms; б) 1,2 ms)

Ultrasound physics

[www.indyrad.iupui.edu/public/lectures/physics/10ultras/-3k-Cached-Similar pages](http://www.indyrad.iupui.edu/public/lectures/physics/10ultras/-3k-Cached-Similar%20pages)

10.15. ДОПЛЕРОВ ЕФЕКТ



Кога изворот на звук и приемникот се неподвижни во однос на средината низ која звукот се пренесува, фреквенцијата на звучните бранови што ги прима приемникот е еднаква со фреквенцијата на изворот на брановите. Меѓутоа, ако изворот на бранови или приемникот се движат релативно еден во однос на друг, приемникот ќе регистрира подруга фреквенција од таа што ја емитува изворот на бранови.

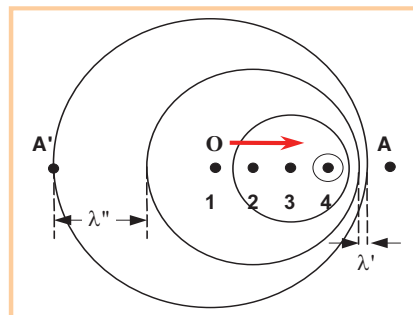
Сигурно сте забележале, кога чамец се движи наспроти разбранувана вода, фреквенцијата со која брановите удираат во чамецот да е поголема отколку кога чамецот мирува или се движи во насока на простирање на брановите. Или, кога звучниот извор се движи кон набљудувачот, а околината мирува, набљудувачот слуша поголема висина на тонот (поголема фреквенција) од таа што ја дава изворот. Во спротивен случај, кога звучниот извор се оддалечува, набљудувачот слуша помала висина на тонот (помала фреквенција).

Овој ефект се забележува и кога автомобил или локомотива кои даваат звучни сигнали поминуваат брзо покрај набљудувачот. Оваа појава прв ја објаснил во 1842 година Кристијан Доплер.

Доплеров ефект е промена на фреквенцијата на звукот при релативно движење на изворот во однос на приемникот.

Доплеровиот ефект е појава карактеристична за сите бранови движења – бранови на водата, звучни и ултразвучни бранови, а исто така и при простирање на светлински бранови, радиобранови и други електромагнетни бранови.

За да го објасниме овој ефект, ќе претпоставиме дека звучниот извор О (сл. 10.21) се движи со брзина v кон набљудувачот кој стои во точката А, а точките 1, 2, 3, 4 ... ја покажуваат положбата на звучниот извор О за еднакви временски интервали.



Сл. 10.21

Кога звучниот извор е во положбата 1, од него тргнува сферен бран и во даден момент во вид на сфера чиј центар е точката 1 се проширува до точката А. Нешто подоцна, кога звучниот извор е во точката 2, тргнува друг бран кој во даден момент се проширува до А со помалата сфера чиј центар е точката 2. Потоа иде бранот од точката 3 итн. Притоа во насоката ОА брановата должина λ' на звучниот бран ќе биде помала од брановата должина λ на бранот кога звучниот извор не би се движел. Обратно, во насоката ОА' брановата должина λ'' ќе биде поголема од λ' .

Притоа треба да се потсетиме дека брановата должина λ и фреквенцијата f се поврзани со равенката $f = v_z / \lambda$, каде што v_z е брзина на звукот.

Ако со v се означи брзината со која се движи звучниот извор кој има фреквенција f , а со v_z брзината на звукот, фреквенцијата што притоа ќе се регистрира е:

$$f' = \frac{v_z}{v_z \mp v} f . \quad (10.15.1)$$

Знакот минус (–) се однесува на состојбата кога звучниот извор се приближува, при што приемникот ќе регистрира (набљудувачот слуша) звук со поголема фреквенција од фреквенцијата f што ја дава звучниот извор. Знакот плус (+) важи ако звучниот извор се оддалечува со брзина v , при што се регистрира звук со помала фреквенција.

Во случај кога набљудувачот се движи со брзина v , а звучниот извор мирува, фреквенцијата што се регистрира е:

$$f' = \frac{v_z \pm v}{v_z} f , \quad (10.15.2)$$

при што знакот плус важи кога приемникот на звук (набљудувачот) се приближува

кон изворот, а минус кога приемникот се оддалечува.

Исто така, кога брановите се одбиваат од подвижна препрека, фреквенцијата на рефлектираниот бран, поради Доплеровиот ефект, се променува и се разликува од фреквенцијата на упадниот бран. Оваа појава може да се искористи за определување на брзината на подвижни препреки (на пример на брзината на еритроцитите во крвните садови и др.).

Оваа техника може да се користи кај сите видови бранови. На пример, ултразвучните бранови рефлектирни од крвните телца како подвижни препреки даваат информации за брзината на крвта во крвните садови. Со помош на оваа техника можат да се регистрираат и промените во градниот кош при дишењето или пулсирањето на срцето на плодот во мајката.

Бидејќи равенките (10.15.1) и (10.15.2) важат за какви било бранови, поместувањето на брановата должина на некоја позната спектрална линија може да се искористи за да се определи брзина на движење на некоја ѕвезда или галаксија во однос на Земјата. Светлината што доаѓа од ѕвезда која се оддалечува од Земјата има фреквенција пониска од светлината емитувана од атомите на истиот елемент кога тие мируваат. Се вели дека спектралните линии на светлината од таа ѕвезда *се поместени кон црвеното*.

Затоа црвеното поместување за подалечните галаксии од нас е поголемо. Поголем број од ѕвездите имаат црвено поместување. Од тоа се заклучува дека поголем број од ѕвездите се оддалечуваат од нас, т.е. космосот се шири.

На принципот на Доплеров ефект полициските радары при контрола на сообраќајот ја определуваат брзината на возилата. Специјален случај на Доплеров ефект е „пробивањето на звучната бариера“.

☑ Прашања и задачи

1. Што е Доплеров ефект? Дали е карактеристичен само за звучните бранови?
2. На магистрален пат стои набљудувач. Автомобил, кој се движи со брзина 20 m/s, иде

кон набљудувачот и го одминува со притиснатата сирена чија фреквенција е 540 Hz.. Колкава фреквенција регистрира набљудувачот при приближување и при оддалечување на автомобилот?

(Одговор: 574 Hz, 510 Hz)

10.16. ФИЗИЧКИ ОСНОВИ НА ГЕНЕРИРАЊЕ И ПРИЕМ НА ЗВУЧНИ БРАНОВИ КАЈ ЧОВЕКОТ

Аудиометрија. Аудиометријата е метод со кој се испитува слухот. При овие испитувањата се користат уреди кои се викаат аудиометри. Тие имаат мошне чувствителни генератори на звук (тонгенератори). Со нив има можност континуирано и прецизно да се регулира фреквенцијата и нивото на гласност на звукот во целиот интервал на звучните фреквенции почнувајќи од најниските, па сè до 20 000 Hz.

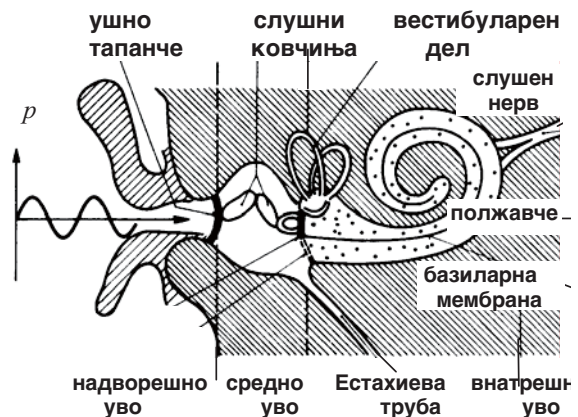
Со аудиометриските методи најчесто се определува кривата на прагот на слушање при различни фреквенции. Добиениот график се вика **аудиограм**. Загубите во слухот се определуваат како разлика меѓу добиената крива и нормалната крива при прагот на слушање.

Апаратот за зборување кај човекот претставува систем за создавање звук по пат на осцилирање на гласните жици, мекото непце, јазикот, усните. Усната и носната празнина и дишните патишта се резонатори, кои го засилуваат и модифицираат звукот.

Апаратот за слушање кај човекот се состои од делови за прифаќање и регистрирање на звукот (сл. 10.22).

Преносот на звучните бранови од звучниот извор до рецепторите во внатрешното уво наједноставно може да се објасни на следниот начин: Звучните бранови, простирајќи се низ воздухот, со својот

притисок дејствуваат на ушното тапанче и тоа почнува да осцилира со амплитуда пропорционална со амплитудата на звучниот притисок.



Сл. 10.22. Дијаграм на апаратот за слушање: надворешното и средното уво се исполнети со воздух, а внатрешното уво е исполнето со биолошки течности.

Ушниот канал, како воздушен столб затворен на едниот крај, има должина од $\lambda/4$ на фреквенција за која увото е најосетливо. Способноста на увото да слуша интензитети помали од 10^{-12} W/m^2 на фреквенции од 3000 Hz до 9000 Hz се објаснува со резонанција.

Бидејќи резонанцијата настанува ако должината на цевката е цел број од $\lambda/4$, на фреквенцијата, на пример, од 3000 Hz, за

која увото е најосетливо, ѝ одговара следната бранова должина:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340 \text{ m/s}}{3000 \text{ s}^{-1}} = 0,11 \text{ m},$$

каде што $v = 340 \text{ m/s}$ е брзина на звукот во воздух. Должината $\lambda/4 = 0,0275 \text{ m}$ одговара на должината на ушниот канал кај човековото уво.

Во ушниот канал со резонанцијата звучниот притисок може да се зголеми за 2 до 3 пати. Промените на звучниот притисок од ушното тапанче преку трите слушни ковчиња, кои дејствуваат како лостови, се пренесуваат на овалниот отвор од каде почнува внатрешното уво.

Најважни делови на внатрешното уво се полукружните канали исполнети со течност, кои го градат вестибуларниот апарат – системот за рамнотежа и полжавчето, односно кохлеата, каде се наоѓаат слушните сензори.

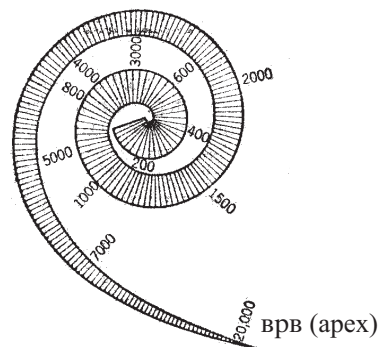
Внатрешноста на полжавчето, исполнета со лимфа, е поделена на три канали, а тука е и *базиларната мембрана*. Таа е составена од над 25 000 еластични влакненца чија должина расте, а напречниот пресек заедно со крутоста опаѓаат кога се оди кон врвот на полжавчето. Константата на крутоста k и масата m на влакненцата на базиларната мембрана се менуваат по нејзината должина, така што различни влакненца на мембраната резонираат на различни фреквенции f дадени со:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (10.16. 1)$$

Затоа деловите на базиларната мембрана кои се на врвот се покрути и резонираат на високите фреквенции на бранот, а кога се оди кон овалниот отвор, влакненцата имаат голема маса и резонираат на ниските фреквенции, што следува и од равенката (10.16.1).

Деформацијата на базиларната мем-

брана на нејзиниот почеток, поради осцилирањето на овалниот отвор, создава бран што се шири сè додека не најде на дел од мембраната што има сопствена фреквенција еднаква со фреквенцијата на бранот. Имено, доаѓа до резонанција



Сл. 10.23. Базиларна мембрана.
Броевите ги покажуваат фреквенциите

Базиларната мембрана е прекриена со Кортиевиот орган кој ги препознава само оние фреквенции на местата каде што базиларната мембрана е во резонанција. Тука механичките осцилации се претвораат во електрични импулси, кои нервните влакна ги спроведуваат до мозокот, при што се добива осет за слух.

☒ Прашања и задачи

1. Како може да се прикаже ушниот канал и како се определува неговата должина?
2. Како според равенката (1) ќе се објасни на кои фреквенции реагира базиларната мембрана?
3. Најчесто децата имаат боја на гласот слична со родителите. Како се објаснува тоа?

<http://id.mind.net/~zona/mstm/physics/waves/waves.htm>
<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/Sound/beat.html>

РЕЗИМЕ

– Границата која ги одделува честичките кои осцилираат од оние што сè уште не почнале да осцилираат, се вика *фронт на бранот*.

– *Бранова површина* е геометриско место на точки, кои во текот на брановиот процес осцилираат со еднакви фази.

– Ако за време T бранот го помине патот vT , тој поминал растојание λ еднакво со *бранова должина* на бранот:

$$\lambda = vT .$$

– Равенката на рамен бран може да се напише и во следниов облик:

$$y = A \sin(\omega t - kx),$$

каде што со kx се изразува фазната разлика помеѓу осцилациите што ги предизвикува точката оддалечена за x од изворот на бранот и осцилациите на изворот на бранот.

– Фазата на осцилирање ϕ , времето t , периодот на осцилирање T и аголната брзина (кружната фреквенција) ω се поврзани со:

$$\phi = \frac{2\pi}{T} t = 2\pi f t = \omega t .$$

– Кружната фреквенција е број на осцилации во 2π секунди:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f .$$

– Повратната сила која се стреми да го врати осцилаторот во рамнотежна состојба е:

$$F_{el} = -ky,$$

каде што k е константа на повратна сила на хармонискиот осцилатор.

– Сопствената фреквенција на хармонискиот осцилатор и периодот на осцилирање се:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} ; T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} .$$

– Периодот на математичкото нишало е:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} .$$

На исти места на Земјата (со исти вредноста на g) периодот на математичкото нишало *зависи само од неговата должина*.

$$T_1 : T_2 = \sqrt{l_1} : \sqrt{l_2} .$$

– На различни места на Земјата ќе дојде до промена на периодот на математичкото нишало

$$T_1 : T_2 = \sqrt{g_2} : \sqrt{g_1} .$$

– Интензитетот I на звучниот бран е:

$$I = \frac{E}{St} = \frac{P_{cp}}{S} ,$$

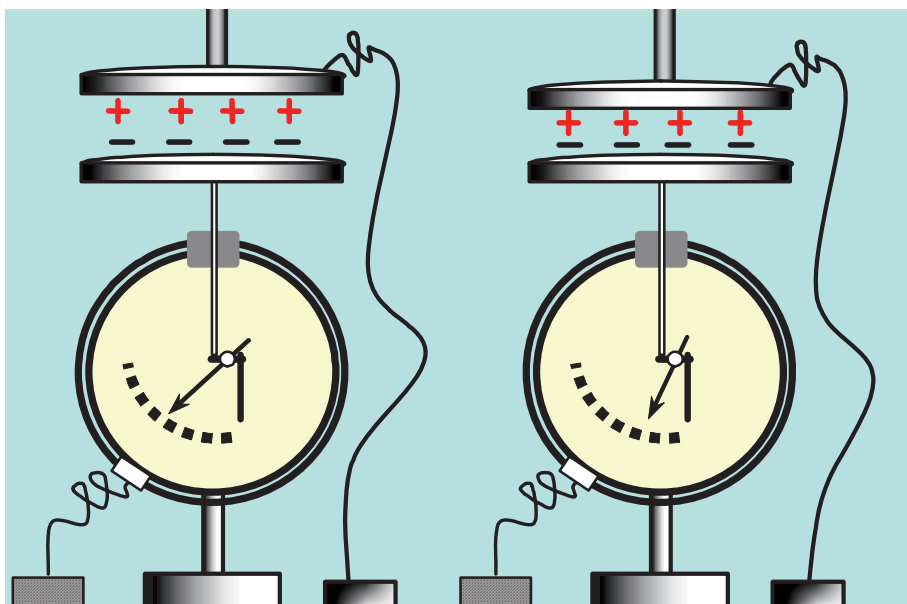
каде што $P_{cp} = \frac{E}{t}$ е средна моќност. Ин-

тензитетот се изразува со $\frac{J}{m^2 s} = \frac{W}{m^2} .$

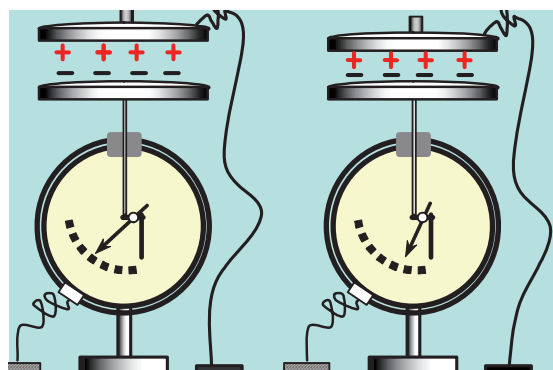
– Ниво на гласност на звукот е:

$$L = k \log \frac{I}{I_{min}} ,$$

каде што k е константа, I е интензитет на звукот, $I_{min} = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ е интензитет на референтниот звук – праг на чујност за фреквенција $f = 1000 \text{ Hz}$.



11. ЕЛЕКТРОСТАТИКА И ЕЛЕКТРИЧНА СТРУЈА



11. 1. Основи на електростатиката	201
11. 2. Кулонов закон	202
11. 3. Јачина на електрично поле.....	203
11. 4. Работа на силата во електрично поле. Електричен потенцијал и напон	204
11.5. Електричен капацитет. Кондензатори	206
11. 6. Поврзување на електрични кондензатори.....	208
11.7. Електрична струја	209
11.8. Омов закон.....	210
11.9. Омов закон за цело струјно коло	212
11.10. Кирхофови правила	213
11.11. Сериско и паралелно поврзување на отпори.....	214
11.12. Фарадееви закони за електролиза	215
11.13. Контактна потенцијална разлика	217
11.14. Термоелектромоторна сила. Термоелемент	218
11.15. Магнетни особини на супстанциите.	220
11.16. Биоелектрични потенцијали	222
11.17. Добивање и особини на наизменичната електрична струја	225
11.18. Омов закон за наизменична струја	227
11.19. Работа и моќност на наизменичната струја	228
Резиме	229

11. 1. ОСНОВИ НА ЕЛЕКТРОСТАТИКАТА

Делот од физиката што ги проучува интеракциите меѓу наелектризираните тела кои мируваат се вика **електростатика**. Познато е дека телата се изградени од атоми и молекули. Атомот пак, од своја страна е изграден од јадро, кое претставува позитивно наелектризирана честица, и од електрони, кои претставуваат негативно наелектризирани честици. Оние атоми кои изгубиле дел од своите електрони, ќе бидат позитивно наелектризирани. Атомите кои кон себе присоединиле дополнителни електрони ќе бидат негативно наелектризирани. Истата појава може да се реализира и кај молекулите. Електронот и протонот се носители на елементарен електричен полнеж. Според тоа, атомот како целина (кога не е јонизиран) е *електронеутрален* (позитивниот полнеж на јадрото е еднаков со негативниот полнеж на електроните). Кога во телото ќе преовладат позитивните полнежи тоа ќе биде *позитивно наелектризирано*, додека во обратен случај телото ќе биде *негативно наелектризирано*. Притоа истоимените електрични полнежи се одбиваат, а разноимените се привлекуваат.

Електричниот полнеж е дискретен, односно количеството електричество на кое и да било наелектризирано тело е цел број пати поголемо од *елементарниот електричен полнеж* e . Најмало количество електричество содржи електронот. Единица за количество електричество во SI е 1C (кулон).

Електричниот полнеж на електронот е наречен *елементарен електричен полнеж*. Неговото количество електричество изнесува

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}.$$

Познато е дека телата можат да се наелектризираат на неколку начини: со помош на

триење, допир и инфлуенца (влијание). При сите овие начини на наелектризирање се врши нарушување на рамнотежата меѓу позитивните и негативните електрични полнежи во телото. На пример, ако стаклена прачка се трие со кожа премачкана со амалгам, таа ќе изгуби извесен број електрони и ќе стане позитивно наелектризирана. Истовремено, пак, кожата ги прифаќа сите електрони и се електризира негативно.

Количеството електричество што го поседува едно наелектризирано тело може да биде еднакво само на цел број пати елементарни електрични полнежи:

$$Q = \pm Ne. \quad (11.1.1)$$

Познато е дека телата можат да се наелектризираат на неколку начини: со помош на *триење, допир и инфлуенца*.

При наелектризирање со *допир* се врши премин на електричните полнежи од наелектризираното тело во неутралното. Тоа може најдобро да се види при допир на наелектризирана стаклена или ебонитна прачка со електроскоп, при што неговите ливчиња ќе се рашират.

При наелектризирање со *инфлуенца* наелектризираното тело се доближува до неутралното и под негово влијание ќе се изврши прераспределба на полнежите во неутралното тело. Сето ова ни покажува дека при наелектризирањето на телата електричните полнежи не се создаваат, туку само се прераспределуваат.

Вкупното количество електричество во изолиран систем, независно од процесите што течат во системот, не се менува. Според *законот за запазување на електричните полнежи*, тие ниту се создаваат ниту исчезнуваат, туку само се прераспределуваат.

11.2. КУЛОНОВ ЗАКОН

Секој електричен полнеж го менува просторот околу себе создавајќи **електрично поле**. Електричното поле на неподвижен полнеж е постојано во текот на времето и е наречено **електростатичко поле**.

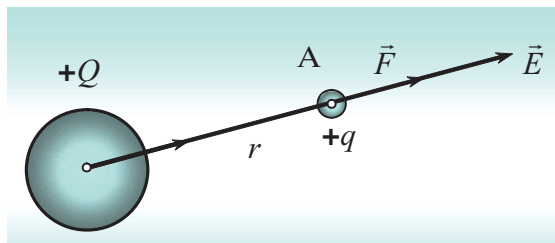
За да се испита електричното поле, се користи **позитивен точкест полнеж**, „пробен полнеж“, односно таков полнеж кој не го променува испитуваното поле (сл. 11.1). Ако во полето што го создава електричен полнеж Q на растојание r се постави пробен позитивен полнеж $+q$, меѓу овие два неподвижни полнежа, поставени во **вакуум**, постои сила на заемнодејство определена со Кулоновиот закон (Charles A. Coulomb, 1736–1806), кој гласи:

$$F_0 = k \frac{Qq}{r^2}. \quad (11.2.1)$$

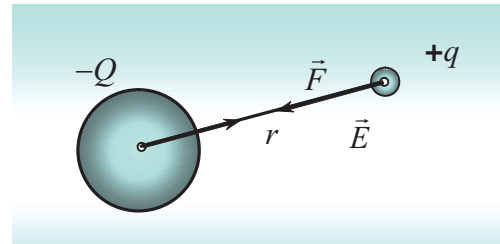
Во SI константата на пропорционалност k , која зависи од изборот на системот на единици, изнесува $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$. Односно:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}. \quad (11.2.2)$$

Новововедената константа ϵ_0 е наречена **диелектрична константа на вакуумот** или само **електрична константа**. Ако полнежите се истоимени, силата е одбивна (сл. 11.1), додека ако полнежите се разноимени, силата е привлечна (сл. 11.2).



Сл. 11.1



Сл. 11.2

Ако полнежите кои заемно си дејствуваат се во хомогена и изотропна средина, Кулоновата сила ослабнува за вредноста ϵ_r

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{\epsilon_r r^2}. \quad (11.2.3)$$

Величината ϵ_r е **релативна диелектрична константа** на материјалната средина, или само **диелектрична константа**:

$$\epsilon_r = F_0 / F. \quad (11.2.4)$$

Таа покажува колку пати силата F во материјална средина е помала од силата F_0 со која полнежите заемно си дејствуваат во вакуум. Релативната диелектрична константа е бездимензионална величина. Таа за вакуум изнесува $\epsilon_r = 1$.

Производот $\epsilon_0 \epsilon_r = \epsilon$ претставува **апсолутна диелектрична константа**.

☒ Прашања и задачи

1. Колкава е силата со која заемно си дејствуваат полнежи чие количество електрицитет е $q_1 = q_2 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$? Растојанието меѓу полнежите изнесува 0,6 cm.

(Одговор: $F = 10^3 \text{ N}$)

2. Колкава е силата на заемото дејство меѓу две топчиња со полнеж $6 \mu\text{C}$ кои се на растојание од 1 m, а се во диелектрик со $\epsilon_r = 6$?

(Одговор: $F = 0,054 \text{ N}$)

11.3. ЈАЧИНА НА ЕЛЕКТРИЧНО ПОЛЕ

Силовата карактеристика на електричното поле во дадена точка е **јачина на електрично поле**. За да се дефинира јачината на електричното поле, нека со Q се означат количеството електрицитет на полнеж кој во околината создава електрично поле. Во некоја точка А, која се наоѓа на растојание r од точкестиот полнеж, да поставиме пробно количество електрицитет $+q$ (сл. 11.1). На пробното количество електрицитет ќе дејствува сила дадена со Кулоновиот закон. Ако во точката А се постави два пати, три пати итн. поголемо количество електрицитет ($2q, 3q, \dots$), тогаш и силата ќе се зголеми два пати, три пати итн. ($2F, 3F, \dots$). Тоа покажува дека односот меѓу силата и големината на количеството електрицитет за дадена точка од електричното поле е константна величина, имено:

$$E = \frac{F}{q} = \frac{2F}{2q} = \frac{3F}{3q} = \dots = \text{const.} \quad (11.3.1)$$

Тоа е векторската величина **јачина на електрично поле**, дадена со:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}. \quad (11.3.2)$$

Насоката на векторот на полето $\vec{E}$ се совпаѓа со насоката на силата $\vec{F}$ (сл. 11.1 и сл. 11.2).

Јачината на електричното поле не зависи од големината на пробниот полнеж q , а величините Q и r се тие кои го одредуваат полето во дадената точка, т.е.:

$$E = \frac{F}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}. \quad (11.3.3)$$

Единица за јачина на електричното поле во SI, согласно со равенката (11.3.1), е N/C, која, како што подоцна ќе покажеме, може да се изрази и со V/m.

Графички електричното поле се прикажува со **електрични силиви линии**. Тоа се замислени линии чија тангента во соодветната точка од полето се совпаѓа со насоката на векторот на јачината на електричното поле $\vec{E}$. Бидејќи во секоја точка на полето векторот $\vec{E}$ има само една насока, електричните силиви линии не се сечат, тие излегуваат нормално од површината на позитивниот, а завршуваат нормално на негативниот полнеж.

На сликите 11.3 и 11.4 графички е прикажано електричното поле што го создава точкест полнеж. Силите линии се радијални прави кои излегуваат од полнежот ако тој е позитивен (сл. 11.3), а влегуваат во него ако тој е негативен (сл. 11.4).



Сл. 11.3.



Сл. 11.4.

Графички приказ на распределбата на електричните силиви линии и на екипотенцијалните линии (испрекинати) на електростатичко поле создадено од точкест позитивен (11.3) и негативен (11.4) електричен полнеж

За хомогено поле (кога векторот на електричното поле во која било точка од полето е еднаков по големина и насока) силите линии меѓусебно се паралелни и секаде се со еднаква густина. Хомогено електрично поле се добива со две блиски, големи, паралелни и спротивно наелектризирачки плочи.

☑ Прашања и задачи

два истоимени (позитивни или негативни) полнежа!

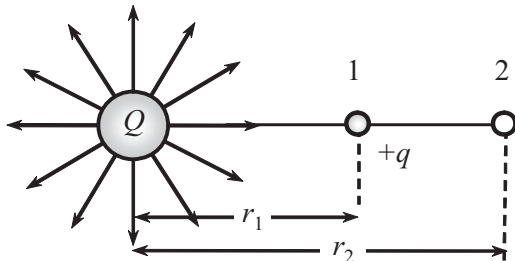
1. Нацртајте ги електричните силиви линии од

2. Како наједноставно се добива хомогено електрично поле?

11. 4. РАБОТА НА СИЛАТА ВО ЕЛЕКТРОСТАТИЧКО ПОЛЕ

Електричен потенцијал и напон

За опишување на електричното поле, покрај јачината на електрично поле $\vec{E}$ која е векторска величина, се воведува и скаларна величина *електричен потенцијал*. Електричниот потенцијал е енергетска карактеристика на полето во секоја негова точка.



Сл. 11.5.

Нека во точката 1 (сл. 11.5) од електричното поле на некој неподвижен електричен полнеж $+Q$ се постави пробен (единичен) позитивен полнеж $+q$. Знаејќи ја јачината на полето во точката 1, може да се определи силата со која полето ќе дејствува на пробното количество електрицитет $+q$. Силата со која електричното поле дејствува на пробното количество електрицитет е одбивна,

$$\vec{F} = q\vec{E} . \quad (11.4.1)$$

При поместување на пробниот полнеж $+q$ од точката 1 кон точката 2 кои соодветно се на растојание r_1 и r_2 од полнежот Q , силите на електричното поле кои

се одбивни вршат работа која се смета за *позитивна*. Тоа значи дека полето во точката 1 поседува извесна потенцијална енергија.

При поместување на електричниот полнеж $+q$ во спротивна насока на силата F (од 2 кон 1), се врши работа за совладување на силите на полето. Оваа работа се смета за негативна. Притоа полнежот $+q$ преоѓа од положба во која електричното поле е послабо во положба во која полето е појако. Оваа работа доведува до зголемување на потенцијалната енергија на количество електрицитет $+q$, која му овозможува под дејство на полето да се врати во положбата 2. Во тој случај расте кинетичката енергија на $+q$ за сметка на неговата потенцијална енергија.

Поле кое ги има тие својства е *потенцијално*. Работата на таквите сили не зависи од траекторијата по која се врши придвижувањето на електричниот полнеж во тоа поле, туку само од почетната и крајната положба.

Исто како во гравитационото поле на Земјата: ако масата на телото што е на некое растојание од неа се зголеми n -пати, n -пати ќе се зголеми и неговата потенцијална енергија. Така, ако во дадена точка од полето се донесе n -пати поголемо количество електрицитет (nq), потенцијалната енергија ќе биде n -пати поголема (nW). Тоа укажува дека количникот од потенцијалната енергија и пренесеното количество

електрицитет во иста точка на полето е константен. Тоа е *електричниот потенцијал*. *Електричниот потенцијал* во дадена точка од полето е еднаков со потенцијалната енергија на единичен позитивен полнеж (+1 C) донесен во таа точка:

$$V = \frac{W_p}{q}. \quad (11.4.2)$$

Работата на силите на полето, кои се конзервативни или потенцијални, при поместување на полнежот q по затворена траекторија е еднаква на нула.

Во полето на конзервативни сили работата е еднаква на промената на потенцијалната енергија на позитивен полнеж, земена со спротивен знак:

$$A = -(W_2 - W_1) = -q(V_1 - V_2), \quad (11.4.3)$$

каде што со W_1 и W_2 се означени потенцијалните енергии во точките 1 и 2.

Работата што е потребна да се изврши за да се пренесе единичен позитивен полнеж од една во друга точка во електричното поле е еднаква на разликата на потенцијалите во тие точки. *Разликата на потенцијалите во две точки на електричното поле е **електричен напон*** и се бележи со U_{12} . Ако потенцијалите во точките 1 и 2, прикажани на сл. 11.5, се обележани со V_1 и V_2 , тогаш напонот меѓу нив е:

$$U_{12} = V_1 - V_2. \quad (11.4.4)$$

Единицата за електричен потенцијал во SI е 1 V (волт). Единицата за напон е еднаква со единицата за потенцијал, т.е. волт.

$$1\text{ V} = \frac{1\text{ J}}{1\text{ C}}. \quad (11.4.5)$$

Потенцијал од еден волт има електрично поле во дадена точка ако за пренесување на количество електрицитет од 1 C

од бескрајност до таа точка на полето е извршена работа од 1 J.

Ако се изостави изведувањето за потенцијалот во дадена точка, се добива равенката

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}. \quad (11.4.6)$$

Распределбата на потенцијалот на електростатичкото поле графички се прикажува со *еквипотенцијални површини*. Тоа се површини на кои во секоја точка потенцијалот е константен. На сл. 11.3 и сл. 11.4 со непрекинати линии се прикажани еквипотенцијалните линии на електростатичко поле создадено од позитивен и негативен точкест електричен полнеж.

За хомогено електрично поле потенцијалната разлика помеѓу плочите кои се поставени на растојание d , е:

$$U = V_1 - V_2 = Ed.$$

Според тоа, јачината на електричното поле $\vec{E}$, кое секогаш е насочено од повисокиот кон понискиот потенцијал, е

$$E = \frac{V_1 - V_2}{d} = \frac{U}{d}. \quad (11.4.7)$$

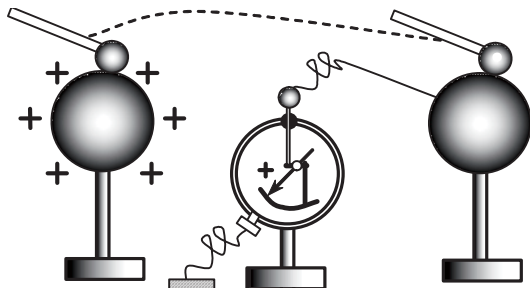
Врз основа на равенката (11.4.7) јачината на електричното поле во SI може да се изрази со единицата V/m.

☒ Прашања и задачи

1. Дефинирај електричен потенцијал и неговата SI единица?
2. Колкава е јачината на електричното поле создадено од две планпаралелни плочи кои се на растојание 5 cm. Меѓу плочите потенцијалната разлика е 50 V? (Одговор: 1000 V/m)

11.5. ЕЛЕКТРИЧЕН КАПАЦИТЕТ. КОНДЕНЗАТОРИ

Опитите покажуваат дека разни спроводници, наелектризирани со еднакво количество електрицитет имаат различни потенцијали. Ако пак на даден спроводник, добро изолиран од својата околина, еднопудруго се донесе количество електрицитет $Q_1 = Q$, $Q_2 = 2Q$..., $Q_n = nQ$, соодветно ќе му се менува и електричниот потенцијал, односно напонот во однос на Земјата, и тоа $U_1 = U$, $U_2 = 2U$..., $U_n = nU$. Тоа добро се гледа кога од претходно наелектризирано тело со пробалка еднопудуго на еден електрометар се нанесува еднакво количество електрицитет Q . Заземјениот електрометар покажува сè поголем и поголем отклон (сл. 11.6).



Сл. 11.6. Поголемо количество електрицитет, повисок потенцијал

Количникот помеѓу донесеното количество електрицитет и соодветниот напон е константна величина

$$C = \frac{Q_1}{U_1} = \frac{Q_2}{U_2} = \frac{Q_3}{U_3} = \dots = \frac{Q_n}{U_n} = \frac{Q}{U}.$$

Оваа карактеристична величина за спроводникот се нарекува **електричен капацитет** на тој спроводник и се бележи со C , односно

$$C = \frac{Q}{U}. \quad (1)$$

Електричниот капацитет е еднаков на ко-

личество електрицитет што треба да се донесе на спроводникот за да се зголеми неговиот *потенцијал во однос на Земјата за единица*. Единицата за електричен капацитет во SI е 1 F (фарад), или

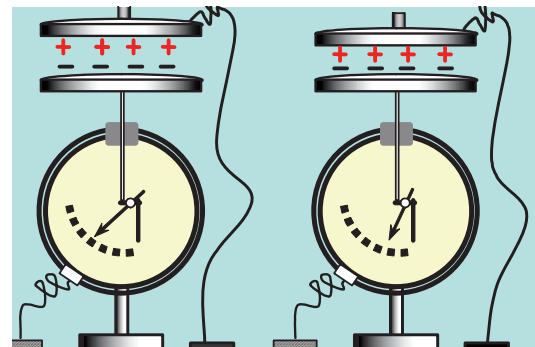
$$1 \text{ F} = 1 \text{ C/V}.$$

Електричен капацитет од еден фарад има тело на кое кога ќе се донесе количество електрицитет од 1 C неговиот потенцијал ќе се зголеми на еден волт. Во практиката се користат и помали единици од 1 F: микрофарад, нанофарад, пикофарад:

$$1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}; 1 \text{ nF} = 10^{-9} \text{ F}; 1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}.$$

Два или повеќе спроводници, изолирани меѓу себе, прават **електричен кондензатор**. Електричниот капацитет на спроводникот зависи од неговата форма и димензиите. Во зависност од формата, кондензаторите можат да бидат: *плочести, цилиндрични и сферни*.

Во радиотехниката се користат плочести кондензатори чиј капацитет може да се менува континуирано. За секој кондензатор е пропишан максимален напон на кој може тој да се приклучи. Тој максимален пропишан напон секогаш е помал од т.н. *напон на пробив*, при кој по правило доаѓа до оштетување на кондензаторот.



Сл. 11.7. Со електрометар се покажува зависност на капацитетот од растојанието помеѓу плочите

Нека во близина на главата на еден наелектризиран електрометар (сл. 11.7) се донесе неутрален спроводник. Потенцијалот на електрометарот ќе се намали. Тоа е затоа што на неутралниот спроводник се индуцираат полнежи кои го ослабуваат пробитното поле, односно го намалуваат неговиот потенцијал, а тоа доведува до зголемување на електричниот капацитет на системот електроскоп–тело. Отклонот ќе се менува исто така ако се менува растојанието меѓу плочите или ако меѓу нив се стави некој диелектрик. Имено, ако во близина на наелектризирано тело се донесе какво било друго тело, неговиот потенцијал ќе се намалува, односно неговиот капацитет ќе се зголеми.

Под електричен капацитет се подразбира физичка величина еднаква на количникот од количеството електрицитет Q што го има на едната облога на кондензаторот и разликата на потенцијалите меѓу облогите:

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{Q}{U}, \quad (11.5.2)$$

каде што U е потенцијална разлика (напон) меѓу облогите на кондензаторот.

Две паралелни метални плочи одделени со некој диелектрик претставуваат **плочест кондензатор**. Електричниот капацитет на плочест кондензатор кога меѓу плочите се наоѓа воздух е

$$C_0 = \epsilon_0 \frac{S}{d}, \quad (11.5.3)$$

каде што S е плоштина на плочите на кондензаторот, d е растојание меѓу плочите, ϵ_0 е диелектрична константа на вакуумот. Кога помеѓу плочите на кондензаторот ќе се внесе некој диелектрик, електричниот капацитет ќе се зголеми толку пати колку што е вредноста на релативната диелектрична константа ϵ_r , т.е.

$$C = \epsilon_r C_0. \quad (11.5.4)$$

Пример за ваков кондензатор во живите организми е клеточната мембрана. Дентитот и пулпата кај забот се места богати со крвни садови и нервни клетки (места со двоен електричен полнеж – кондензатори), затоа какви било промени на тој дел од забот се одразуваат на неговиот електричен капацитет.

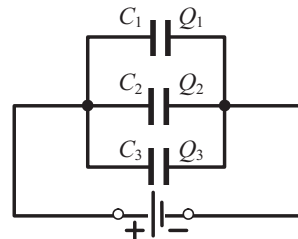
☑ Прашања и задачи

1. Што е тоа електричен капацитет и која е неговата единица?
2. Што претставува плочест кондензатор? Од што зависи неговиот капацитет?
3. Какви видови кондензатори има?

11.6. ПОВРЗУВАЊЕ НА ЕЛЕКТРИЧНИ КОНДЕНЗАТОРИ

Кај **паралелно** поврзани електрични кондензатори (сл.11.8) напонот меѓу облогите на секој кондензатор е еднаков и изнесува U . Вкупното количество електрицитет на батеријата паралелно поврзани кондензатори е:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3.$$



Сл. 11.8. Паралелно поврзани кондензатори

Според тоа,

$$Q = (C_1 + C_2 + C_3) U. \quad (11.6.1)$$

Од друга страна, ако капацитетот на батеријата е C , ќе важи равенката:

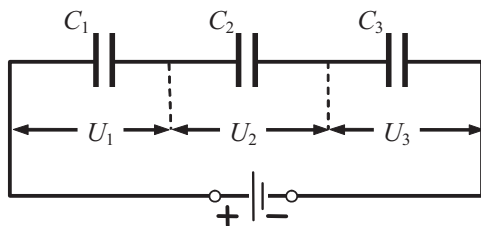
$$Q = CU. \quad (11.6.2)$$

Ако се изедначат десните страни на равенките (1) и (2), се добива:

$$C = C_1 + C_2 + C_3, \quad (11.6.3)$$

што значи дека при паралелно поврзување на електрични кондензатори вкупниот капацитет е збир на капацитетите на одделните кондензатори.

Кондензаторите се поврзуваат **сериски** на тој начин што секоја втора кондензаторска плоча се поврзува со првата на следниот кондензатор (сл. 11.9). Ако првата плоча на првиот кондензатор е наелектризирана со количество електрицитет $+Q$, по електростатска индукција и преостанатите плочи на кондензаторите ќе се наелектризираат со исто количество електрицитет, со тоа што секоја наредна кондензаторска плоча ќе биде со спротивен знак.



Сл. 11.9. Сериски поврзани кондензатори

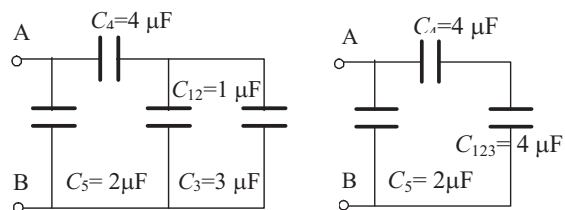
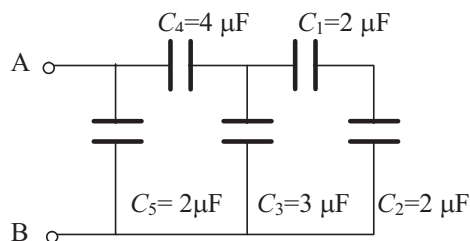
Вкупниот капацитет на сериски поврзани кондензатори изнесува:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}. \quad (11.6.4)$$

Значи, вкупниот капацитет на серис-

ки поврзани кондензатори секогаш е помал и од најмалиот капацитет на кондензаторот поврзан во батеријата.

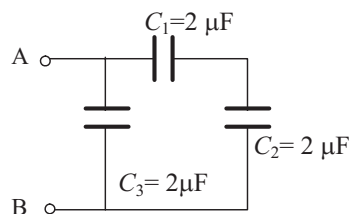
Пример 1. Колкав е вкупниот електричен капацитет на кондензаторите поврзани според сликата?



Според еквивалентната шема и тоа што досега е познато, лесно ќе го определите вкупниот капацитет на кондензаторите.

✓ Прашања и задачи

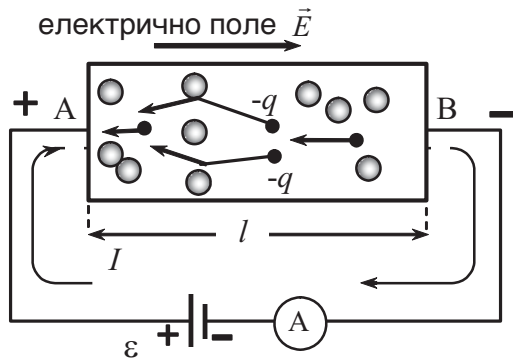
1. Колкав е вкупниот капацитет на кондензаторите $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 2 \mu\text{F}$ поврзани: а) сериски, б) паралелно?
2. Да се определи вкупен капацитет на кондензаторите поврзани според шемата, ако $C_1 = C_2 = C_3 = 2 \mu\text{F}$.



(Одговор: $C_3 = 3 \mu\text{F}$)

11.7. ЕЛЕКТРИЧНА СТРУЈА

Познато е дека кај спроводниците постојат слободни електрични полнежи кои се движат хаотично. Кај металите овие полнежи се слободните електрони. При движењето на слободните електрони низ металите голем број од нив се судруваат со атомите и јоните кои се во јазлите на кристалната решетка. На таков начин доаѓа до чести промени на насоката и големи-ната на нивната брзина.



Сл. 11.10

Ако меѓу краевите A и B (сл. 11.10) на некој метален спроводник со должина l постои потенцијална разлика $U = V_2 - V_1$, создадена од извор на струја ε , во него ќе се создаде електрично поле $E = U / l$. Под дејство на ова поле слободните електрони ќе се движат во спротивна насока на полето од – кон +, како што е прикажано на сл. 11.10. Имено, електричното поле го насочува хаотичното движење на слободните полнежи.

Насоченото движење на електричните полнежи под дејство на електрично поле се нарекува **електрична струја**.

Кога во еден спроводник под дејство на електрично поле $\vec{E}$ се движат електроните, тоа е **спроводник од прв ред** (такви

се, на пример, металите). Кога носители на количество електрицитет се позитивните и негативните јони, тогаш тоа е **спроводник од втор ред**.

Квантитативна карактеристика на електричната струја е нејзината јачина.

Јачината на електричната струја се дефинира како количество електрицитет Δq кое поминува во единица време нормално низ даден напречен пресек на спроводникот:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} . \quad (11.7.1)$$

Струјата чија јачина и насока не се менуваат со времето се вика **постојана** (права или стационарна) струја. За **насока на електричната струја** по договор се зема дека е од точка со повисок кон точка со понизок потенцијал.

Единица за јачина на електричната струја во SI е 1 A (ампер). Преку неа, а врз основа на равенката (11.7.1), може да се дефинира единицата за количество електрицитет 1 C (кулон), $1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s}$.

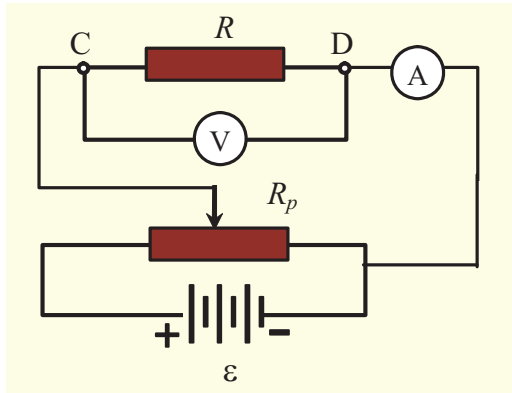
Јачината на електричната струја се мери со амперметар или со галванометар (осетлив амперметар). Амперметарот во струјно коло се поврзува сериски (сл. 11.10), додека волтметарот паралелно.

☒ Прашања и задачи

1. Како се дефинира јачина на електрична струја и која е нејзината SI единица?
2. Како се поврзуваат во струјно коло амперметар и волтметар?
3. Кои се носители на количество електрицитет кај спроводниците од прв ред?
4. Кои спроводници се наречени спроводници од втор ред?

11.8. ОМОВ ЗАКОН

Во практиката најпознат е Омовиот закон (Georg Simon Ohm, 1787–1854) за лиски (долги и тенки цилиндрични) спроводници од хомоген материјал.



Сл. 11.11

За да се испита зависноста на I од U , отпорот R се зема за постојан, на пример $R = 4 \Omega$. Напонот на краевите од спроводникот (точките C и D) се менува со помош на изворот на електромоторна сила ε или со отпорникот со лизгач R_p . Кога се постигнува $U = U_{CD} = 2V, 4V, 6V$, тогаш јачината на струјата во спроводникот е $I = 0,5 A, 1 A, 1,5 A$. Јачината на електричната струја се менува со промена на напонот така што важи:

$$I = \frac{U}{R}. \quad (11.8.1)$$

Јачината на електричната струја што тече во дел од струјното коло е пропорционална со напонот на краевите од спроводникот, а обратнопропорционална со отпорот на спроводникот. Тоа е **Омовиот закон** за дел од струјно коло. Од равенката (1) следува:

$$U = IR. \quad (11.8.2)$$

Последната равенка покажува дека напонот на дел од електричното коло е еднаков на производот од јачината на струјата што тече низ него и неговиот отпор. Равенката (1) дава можност да се определи SI-единицата за електричен отпор. Тоа е 1Ω (ом).

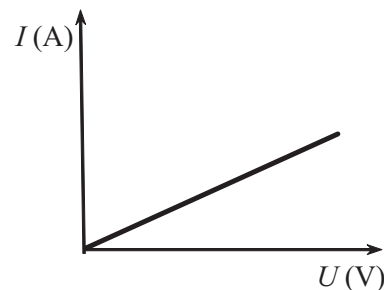
$$1 \Omega = 1 \frac{V}{A}. \quad (11.8.3)$$

Електричниот отпор ги карактеризира особините на спроводникот, т.е.

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (11.8.4)$$

каде што l е должина на спроводникот, S е негов напречен пресек, ρ е константа за материјалот од кој е направен спроводникот и е позната како **специфичен електричен отпор** ρ . За добрите спроводници специфичниот електричен отпор ρ има мали вредности.

Графикот на зависноста на јачината на струјата од напонот се вика **волтамперска карактеристика** на спроводник. При постојана температура на металите таа е линеарна. Тоа значи спроводливоста останува константна (сл. 11.12).



Сл. 11.12. Волтамперска карактеристика на спроводник

Како што видовме во равенката (11.8.4), отпорот на даден спроводник зависи од неговата материјална градба (ρ), должината и напречниот пресек. Меѓутоа, отпорот на спроводникот зависи и од некои надворешни фактори: температура, магнетно поле и др.

Зголемувањето на отпорот и специфичниот електричен отпор со порастот на температурата, врз основа на електронската теорија за спроводливоста на металите, се должи на интензивирање на бројот на судирите при хаотичното движење како на јоните на кристалната решетка така и на слободните електрони. Со зголемување на температурата се зголемува и брзината и амплитудата на осцилаторното движење на атомите и јоните во кристалната решетка, што доведува до зголемен број судири.

Експерименталните мерења покажуваат дека специфичниот електричен отпор ρ , а со тоа и отпорот на спроводникот, расте линеарно со пораст на температурата:

$$\rho_t = \rho_0 (1 + \alpha t), \quad (11.8.5)$$

$$R_t = R_0 (1 + \alpha t). \quad (11.8.6)$$

Во равенките (11.8.5) и (11.8.6) ρ_0 и R_0 соодветно се специфичен електричен отпор и отпор на спроводникот мерени на 0°C , ρ_t и R_t се вредности на истите величини на некоја температура на загревање $t^\circ\text{C}$; α е **температурен коефициент на отпорот** за даден температурен интервал. Тој покажува колку изнесува зголемувањето на единичен отпор ако се загрее за 1°C .

Единицата за температурниот коефициент на отпорот е $1/\text{K}$.

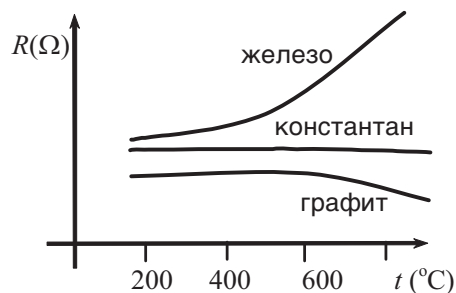
Температурниот коефициент на отпорот за металите е позитивен, што значи дека со зголемување на температурата нивниот отпор расте.

Постојат и такви спроводници, како

што е, на пример, константанот и некои други легури, кај кои специфичниот електричен отпор не се менува со промена на температурата. Кај електролитите со зголемување на температурата отпорот нелинеарно се намалува, за нив $\alpha < 0$. Кај полупроводниците $\alpha < 0$, само што кај нив со зголемување на температурата, намалувањето на отпорот е многу побрзо.

На сл. 11.13 графички е прикажана зависноста на отпорот од температурата на загревање кај железо, константан и графит.

Постојат и такви метали, легури и хемиски соединенија чиј специфичен отпор со намалување на температурата се намалува линеарно само до некоја температура наречена **критична температура**, на која отпорот нагло опаѓа. Оваа појава е позната како **суперспроводност**.

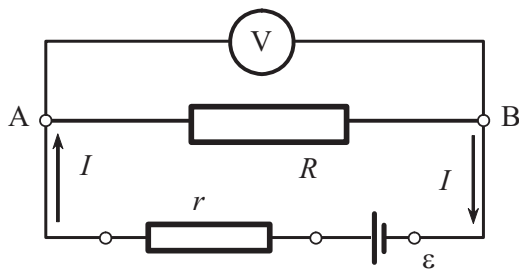


Сл. 11.13. Зависност на отпорот од температурата

Кај овие материјали на температури блиски до апсолутната нула (-273°C) отпорот нагло опаѓа, односно добива занемарливо мали вредности. Температурата на која супстанцијата преминува во суперспроводна состојба се вика **критична температура на премин**. Суперспроводните материјали имаат широка примена во практиката. Се користат при фузијата, кај акцелераторите, нуклеарната магнетна резонанција, во железничкиот транспорт кај „магнетни душеци“ и др.

11. 9. ОМОВ ЗАКОН ЗА ЦЕЛО СТРУЈНО КОЛО

Во секој извор на електромоторна сила (ЕС) постојат внатрешни загуби на енергија кога низ него тече струја. Затоа на секој извор на електромоторна сила ε му се припишува некој **внатрешен отпор** r . Низ изворот (сл. 11.14) тече иста струја каква што тече низ потрошувачот и низ спроводниците. Затоа изворот може да се смета за спроводник кој има свој отпор.



Сл. 11.14.

Отпорот на потрошувачот и спроводниците претставува **надворешен отпор** R . Внатрешниот отпор на изворот е прикажан со еден мал отпорник r , кој е вклучен заедно со изворот меѓу точките А и В. Бидејќи внатрешниот отпор на изворот произлегува од него, може да се смета дека е сериски поврзан со него. Падот на напонот во надворешниот дел од струјното коло ќе изнесува:

$$U_e = RI, \quad (11.9.1)$$

додека падот на напонот во изворот на ЕМС (од А до В преку r) ќе биде:

$$U_i = rI. \quad (11.9.2)$$

Како што е познато, одржувањето на падот на напон во надворешниот дел на струјното коло и во изворот на електромоторна сила ε се врши на сметка на електромоторната сила на изворот:

$$\varepsilon = U_e + U_i. \quad (11.9.3)$$

Со замена на $U_e = RI$ и $U_i = rI$ во равенката (11.9.3), се добива:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}. \quad (11.9.4)$$

Равенката (11.9.4) го претставува **Омовиот закон за цело струјно коло**. Внатрешниот отпор на изворот, како и неговата електромоторна сила, обично не зависат од јачината на струјата, па за даден извор можеме да ги сметаме за константни величини.

Пример 1. Да се определи внатрешниот отпор на изворот на струја во струјното коло прикажано на сл. 11.14.

Решение: Врз основа на равенката (11.9.4) електромоторната сила на изворот е: $\varepsilon = RI + rI$. Измерениот пад на напон на краевите на отпорникот R е:

$$U = IR.$$

Со делење на овие две равенки се добива:

$$\frac{\varepsilon}{U} = 1 + \frac{r}{R}.$$

Се добива $r = R \left(\frac{\varepsilon}{U} - 1 \right)$.

☒ Прашања и задачи

1. Како гласи Омовиот закон за цело струјно коло?
2. Кои величини ги поврзува Омовиот закон за цело струјно коло?

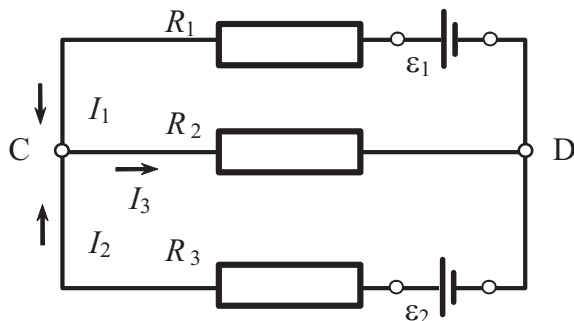
11.10. КИРХОФОВИ ПРАВИЛА

Во затворено струјно коло тече струја. Покрај спроводниците и изворот на електромоторна сила ε во колото може да се вклучени и други елементи што спроведуваат струја. На пример, тоа можат да бидат мерни прибори, други спроводници, извори на струја итн.

Кога струјното коло е составено од елементи така што секои два елемента од колото меѓусебно сериски се поврзани, таквото струјно коло е *неразгрането* – просто. Низ сите елементи на неразгрането струјно коло тече струја со еднаква јачина.

Струјни кола што содржат јазли се викаат *разгранети* (сл. 11.15). Разгрането коло може да се разгледува како да е составено од повеќе прости кола. Делот од контурата ограничен со два јазла се вика *гранка на разгрането коло*. Точките во струјното коло во кои се врзани најмалку три гранки се викаат *точки на разгранување* или *јазли* на струјното коло.

Да разгледаме разгрането коло кое содржи три контури ($CR_1\varepsilon_1DR_2C$, $CR_2D\varepsilon_2R_3C$, и $CR_1\varepsilon_1D\varepsilon_2R_3C$), два јазла (C и D) и три гранки ($CR_1\varepsilon_1D$, CR_2D и $CR_3\varepsilon_2D$) (сл. 11.15).



Сл. 11.15

Во точката C струјата се разгранува

на три дела: струја со јачина I_1 која тече низ спроводникот со отпор R_1 , струја со јачина I_3 која тече низ спроводникот R_2 и струја со јачина I_2 која тече низ спроводникот R_3 . Договорено е струите што влегуваат во јазлите да носат позитивен знак (+), а струите што излегуваат од јазлите да носат негативен знак (-). За јазолната точка C важи равенката:

$$I_1 + I_2 = I_3, \text{ односно } I_1 + I_2 - I_3 = 0, \quad (11.10.1)$$

Тоа е **првото правило на Кирхоф** (Gustav Robert Kirchhoff, 1824–1887) кое гласи: *Алгебарскиот збир на јачината на електричната струја во произволен јазол од едно разгрането коло е еднаков на нула. Овој закон е во согласност со законот за запазување на количеството електрицитет.*

За разгрането струјно коло во чии гранки можат да се внесат произволен број извори на струја со точно определена електромоторна сила е неопходно да се примени **второто Кирхофово правило**.

Тоа гласи: *Во затворено струјно коло алгебарскиот збир на падовите на напоните во одделните гранки на затворената контура е еднаков на алгебарскиот збир од електромоторните сили на изворите вклучени во таа контура.*

$$\sum_{i=1}^{i=n} \varepsilon_i = \sum_{i=1}^{i=n} (UR)_i. \quad (2)$$

Ако избраната насока на обиколување се совпаѓа со насоката на струјата, тогаш падовите на напоните на гранките се земаат со позитивен знак, а ако не се совпаѓаат, се земаат со негативен. Пред ε се става позитивен знак ако при обиколува-

њето на електричното коло се оди од позитивниот кон негативниот пол на изворот. Во спротивно на електромоторната

сила на изворот ѝ се припишува негативен знак.

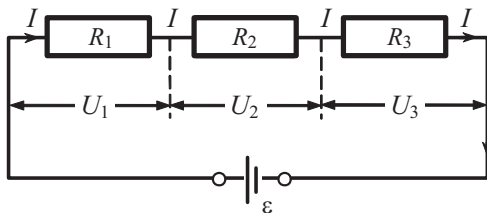
11.11. СЕРИСКО И ПАРАЛЕЛНО ПОВРЗУВАЊЕ НА ОТПОРИ

Кирхофовите правила наоѓаат примена при сериско или паралелно поврзување на отпори. Да разгледаме наједноставно струјно коло составено од отпори поврзани во серија. Нека отпорите R_1 , R_2 и R_3 се поврзани со извор на електричен напон U и низ секој од нив нека тече електрична струја со еднаква јачина I (сл. 11.16). Вкупната потенцијална разлика U во такво коло ќе биде еднаква на збирот од потенцијалните разлики на прикажаните отпори:

$$U = U_1 + U_2 + U_3, \quad (11.11.1)$$

каде што $U_1 = IR_1$; $U_2 = IR_2$; $U_3 = IR_3$;

$$U = IR = IR_1 + IR_2 + IR_3 = I(R_1 + R_2 + R_3). \quad (11.11.2)$$

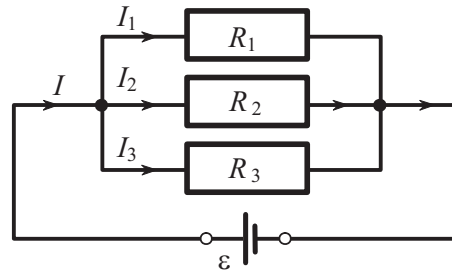


Сл. 11.16. Сериски поврзани отпорници

Според тоа, еквивалентниот отпор на сериски поврзаните отпори е еднаков на збирот на одделните отпори, т.е.

$$R = R_1 + R_2 + R_3. \quad (11.11.3)$$

За паралелно поврзани отпори приложениот напон е еднаков на сите отпори, а јачината на струјата во одделните отпори е различна (сл. 11.17).



Сл. 11.17. Паралелно поврзани отпорници

Согласно со првото Кирхофово правило јачината на електричната струја I што протекува низ неразгранетиот дел од колото е еднаква на збирот од струите во одделните гранки:

$$I = I_1 + I_2 + I_3.$$

Имено, јачината на електричната струја во одделните гранки е:

$$I_1 = U/R_1, I_2 = U/R_2, I_3 = U/R_3, \dots$$

Според тоа:

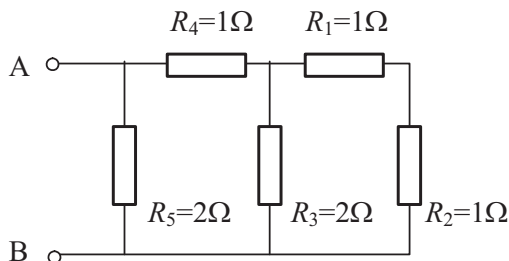
$$\frac{U}{R} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}.$$

Вкупниот отпор на паралелно поврзаните отпори изнесува:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}. \quad (11.11.4)$$

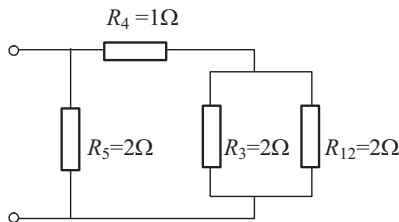
Од равенката (11.11.4) следува дека отпорот на паралелно поврзаните отпори е помал и од најмалиот поврзан отпор.

Пример 1. Да се определи вкупен електричен отпор во колото прикажано на сл. 11.18.



Сл. 11.18

Решение. Најпрво цртаме еквивалентна шема на струјното коло:



$$R_{12} = R_1 + R_2 = 2 \Omega$$

$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_3}; \frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \Omega;$$

$$R_{123} = 1 \Omega.$$

$$R_{1234} = R_{123} + R_4 = 2 \Omega.$$

Вкупниот отпор во колото изнесува:

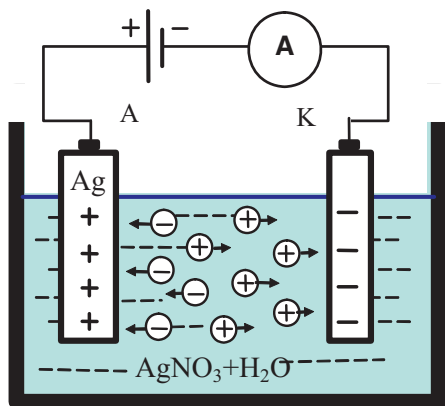
$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_{1234}} + \frac{1}{R_5};$$

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \Omega \quad R_{AB} = 1 \Omega.$$

✓ Прашања и задачи

1. Ако отпорниците се поврзуваат паралелно, колкав е вкупниот отпор? Дали тој ќе биде поголем и од најмалиот отпор на спроводниците поврзани паралелно?
2. Електричните отпорници со $R_1 = R_2 = 2 \Omega$ поврзете ги: а) во серија, б) паралелно. Колку е нивниот заеднички отпор и во двата случаја?

11.12. ФАРАДЕЕВИ ЗАКОНИ ЗА ЕЛЕКТРОЛИЗА



Сл. 11.19

Кога низ раствор на некоја сол, база

или киселина ќе протече еднонасочна струја од надворешен извор, јоните присутни во растворот почнуваат насочено да се движат кон спротивно наелектризираната електрода, **катјоните** кон негативната електрода (катада), додека **анјоните** кон позитивно наелектризираната електрода (анода) (сл. 11.19).

Насоченото движење на јоните кај електролитите е поврзано со издвојување на маса на електродите. Издвоената маса на некоја од електродите е според законот за електролиза. Ако за време t на електродите се неутрализираат N јони со полнеж на еден јон $q = ze$, (z – валентност на јоните; e – елементарен електричен полнеж),

тогаш вкупното количество електрицитет што поминува низ електролитот е:

$$Q = Nq = Nze, \quad (11.12.1)$$

Притоа позитивните јони во допир со катодата ги добиваат електроните што им недостигаат и остануваат на катодата. Масата на супстанцијата m што се одделува на електродата е производ од бројот на јоните N кои се неутрализираат на електродата, а нивната маса е μ :

$$m = \mu N = \frac{A}{N_A} \frac{Q}{ze}. \quad (11.12.2)$$

За хемиските елементи масата на еден јон ($\mu = A/N_A$) зависи од атомската маса A и *Авогадровиот број* N_A .

Равенката (11.12.2) во себе ги содржи двата закона формулирани од Фарадеј (Michael Faraday, 1791–1867), а изведени врз база на низа експерименти.

Првиот Фарадеев закон покажува дека масата m на издвоената супстанција на една од електродите е пропорционална со количеството електрицитет Q што поминува низ електролитот:

$$m = k_e Q = k_e I \Delta t, \quad (11.12.3)$$

каде што I е јачина на струјата, Δt е време на течење на струјата, k_e е коефициент на пропорционалноста наречен **електрохемиски еквивалент** ($k_e = m/Q$). Вредноста на k_e бројчено е еднаква на масата на супстанцијата што се одделува при поминување на количество електрицитет од еден кулон низ електролитот ($Q = 1$ C). Тој е карактеристична величина за секој хемиски елемент.

Вториот Фарадеев закон гласи: Електрохемискиот еквивалент k_e на секоја супстанција е пропорционален со нејзиниот хемиски еквивалент k . Или: Електрохемиските еквиваленти на различни супстан-

ции се однесуваат како што се однесуваат и нивните хемиски еквиваленти.

Хемискиот еквивалент k на јон од одреден вид зависи од атомската маса на елементот A и неговата валентност z . Тој е даден со равенката:

$$k = \frac{A}{z}. \quad (11.12.4)$$

Константата $F = e N_A$ е **Фарадеев број**, каде што e е елементарен електричен полнеж, N_A е Авогадров број. Фарадеевиот број е бројчено еднаков со количеството електрицитет Q што треба да се пренесе низ електролитот за да се издвои 1 mol од која било едновалентна супстанција. Ако во равенката (11.12.2) се стави $m = A$, $z = 1$, се добива дека е $Q = F$. Со други зборови: Фарадеевиот број F е еднаков на 96 000 C при издвојување на 1 mol од која било едновалентна супстанција.

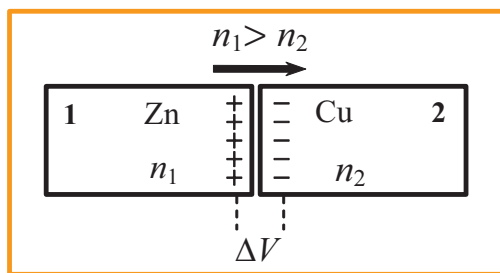
Електролизата наоѓа широка примена во разни области од науката, во техниката и во практиката, меѓу другото во електрометалургијата при добивање алуминиум, натриумхлорид, водород и др. Електролизата меѓу другото се користи во *галаностегијата и галванопластиката*.

Галаностегијата е процес при кој се врши покривање на површините на некои метали со тенок слој на некој благороден метал или метал кој не оксидира. Обложувањето се врши со цел заштита од корозија и од механички оштетувања. Такви се, на пример, хромирањето, позлатувањето, посребрувањето, пониклувањето, поцинкувањето и слично.

Галванопластиката е процес при кој се добиваат копии од некои релјефни површини по пат на електролиза со активна анода. Електролизата се применува при полнењето на акумулатори. Електролизата се применува исто така за добивање тенки слоеви диелектрик кај електролитските кондензатори.

11.13. КОНТАКТНА ПОТЕНЦИЈАЛНА РАЗЛИКА

Кога два метала со различна хемиска природа се во непосреден контакт, како резултат од прераспределба на електричните полнежи, ќе се воспостави потенцијална разлика наречена **контактна потенцијална разлика** (КПР). Меѓутоа, при допир на истородни метали таквата разлика не постои.



Сл. 11.20. Создавање на контактна потенцијална разлика од два метала

Просторот меѓу допирните површини на различните метали се однесува како двоен електричен слој, каде што електричното поле има определена насока и јачина (сл. 11.20).

Од гледна точка на класичната електронска теорија контактната потенцијална разлика може да се објасни со тоа што бројот на слободни електрони во различни метали е различен.

За определен пар метали, контактната потенцијална разлика е една карактеристична големина. На пример, при допирот на цинк (Zn) и бакар (Cu), цинкот се електризира позитивно (+), а бакарот негативно (-). Притоа се воспоставува потенцијална разлика од $\Delta V \cong 0,89 \text{ V}$.

Врз основа на однесувањето на металите е направена нивна подреденост во која секој претходен метал е попозитивен од наредниот. Ваквата подреденост е позната

под името **Волтин потенцијален ред**. При тоа секој метал при допир со друг метал што стои во низата лево од него се електризира негативно, а со метал десно од него позитивно. Со други зборови, металите лево во редот имаат повисок потенцијал од оние десно. На пример, кадмиум (Cd) во контакт со Au се електризира позитивно, а во контакт со Al се електризира негативно. Притоа кадмиумот во првиот случај е електропозитивен, а во вториот е електронегативен.

А. Волта (Alessandro Volta, 1745–1827) експериментално ги поставил следните закони:

- Во отворена низа од повеќе последователно врзани различни метали, при претпоставка дека контактите на сите метали се на еднаква температура, КПР на крајните метали зависи само од природата на тие два метала, а не од бројот и природата на металите меѓу нив.

- Во затворена низа на различни метали КПР не се создава кога контактите на сите метали се на еднаква температура.

Познато е дека слободните електрони се движат хаотично низ внатрешноста на металот, но многу тешко успеваат да ја напуштат неговата површина.

Кога металот е во нормална состојба, привлечните сили меѓу слободните електрони и позитивните јони, сместени во јазлите на кристалната решетка на металот, заемно се компензираат. Меѓутоа, при одредени услови електронот може да добие дополнителна енергија и да ја напушти површината на металот, оддалечувајќи се од неговата површина на растојанија не поголеми од димензиите на атомите (10^{-10} m).

Електроните кои ја напуштаат површината формираат „електронски облак“

над металот. Дел од нив се враќаат во металот, но некои одново ја напуштаат неговата површина. Површината на металот и „електронскиот облак“ формираат **двоен електричен слој** со дебелина од неколку меѓуатомски растојанија.

Минималната работа што треба да ја изврши електронот за совладување на силите на електричното поле во двојниот електричен слој при напуштањето на металот и да помине во вакуум, се вика **излезна работа** A . Излезната работа е:

$$A = e |\Delta V|, \quad (11,13,1)$$

каде што e е елементарен електричен полнеж, ΔV е разлика на потенцијалот во двојниот електричен слој, позната како **контактен потенцијал**. За секој метал излезната работа на електроните е карактеристична величина. Излезната работа се мери со вонсистемската единица 1 eV (електрон-волт):

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}. \quad (11,13,2)$$

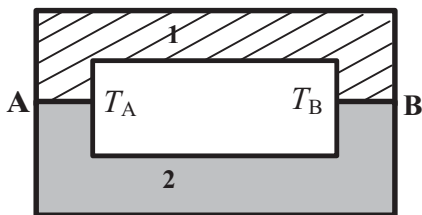
Контактната потенцијална разлика во многу случаи е непожелна, на пример во стоматолошката протетика, во електротерапијата и др.

☑ Прашања и задачи

1. Што е контактна потенцијална разлика и кога се јавува?
2. Што е излезна работа и која е нејзината единица?
3. Кои законитости во врска со контактната потенцијална разлика експериментлно ги поставил А. Волта?
4. Која е врската помеѓу единицата за енергија J и eV ? Односно, колку eV има еден џул?

11.14. ТЕРМОЕЛЕКТРОМОТОРНА СИЛА. ТЕРМОЕЛЕМЕНТ

Видовме дека во затворена низа на различни метали КПР не се создава кога контактите на сите метали се на еднаква температура. Сега да разгледаме затворен круг на два разнородни метала (1 и 2). Нека контактите А и В меѓу металите се на различна температура, и тоа T_A и T_B , притоа $T_A > T_B$. Ваквата комбинација на електрични спроводници се вика **термоелемент** или **термопар** (сл. 11.21).



Сл. 11.21

Бидејќи контактите имаат различна температура и потенцијалната разлика е $\Delta V_{iA} \neq \Delta V_{iB}$, па како резултат на тоа во колото ќе потече струја наречена **термоелектрична струја**. Електромоторната сила што се јавува притоа е наречена **термоелектромоторна сила**.

Термоелектромоторната сила зависи како од температурната разлика меѓу спојките А и В, така и од природата на двата метала.

Термоелектромоторната сила може да се смета приближно за линеарна функција од температурната разлика:

$$\varepsilon_T = K(t_A - t_B), \quad (11.14.1)$$

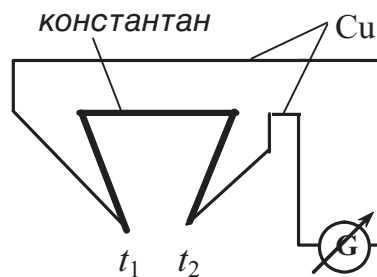
при што t_A и t_B се температури на спојките изразени во Целзиусови степени.

Константата на термоелементот K е карактеристична величина, која зависи од природата на двата метала што се во контакт. Термоелектромоторната сила е од ред на големина од неколку mV, па термоелементите не се погодни како извори на електрична струја. Меѓутоа, термоелементите се користат за прецизно мерење на мали температурни разлики, за мерење на многу ниски и многу високи температури. Определувањето на температурата следува од равенката (11.14.1) која, изразена по непознатата температура t_A , гласи:

$$t_A = t_B + \frac{\varepsilon_T}{K}. \quad (11.14.2)$$

Обично едната спојка е поставена во точката чија температура се мери, а другата се држи константна, најчесто на 0°C . Бидејќи за секој термоелемент константата K е однапред позната, на прецизен mV-волтметар се прочитува електромоторната сила и се пресметува температурата. mV-волтмерарот може да се избажда и во $^\circ\text{C}$, така што непознатата температура се чита директно во $^\circ\text{C}$.

Во зависност од комбинацијата на металите термоелементите успешно се користат при мерењата во широк температурен интервал. Најчесто користени термоелементи за температура до 500°C се термоелементите бакар-константан.



Сл. 11.22

Термоелементите имаат повеќе предности над обичните термометри. Тие имаат висок степен на осетливост, мала температурна инертност, а поради малите димензии на контактот, малку ја менуваат температурата на средината во која се поставени.

Малите димензии на контактните точки даваат информации за температура во микрообјекти. Кај тешко болни или во инфективни одделенија со термоелементите температурата може да се мери од поголеми растојанија.

☒ Прашања и задачи

1. Како може да се измери температура со термоелемент?
2. Дали може термоелементите да се користат како извори на струја?
3. За што се користат термоелементите?

Резиме

– Термоелектромоторната сила може да се смета за линеарна функција од температурната разлика:

$$\varepsilon_T = K(t_A - t_B),$$

при што t_A и t_B се температури на спојките изразени во Целзиусови степени.

– Определувањето на температура ако е позната константа на термоелементот е според равенката

$$t_A = t_B + \frac{\varepsilon_T}{K}.$$

11.15. МАГНЕТНИ ОСОБИНИ НА СУПСТАНЦИИТЕ

Според вредноста на релативната магнетна пермеабилност μ_r се разликуваат три групи материјали, и тоа: *дијамагнетици*, *парамагнетици* и *феромагнетици*.

Релативната магнетна пермеабилност укажува на промена на магнетната индукција на дадена материјална средина во однос на таа во вакуумот. За вакуумот $\mu_r = 1$.

Кај *дијамагнетиците* μ_r е помало од единица, $\mu_r < 1$. Надворешното магнетно поле кое поминува низ таквите материјали незначително ослабнува. Познати дијамагнетици се: бакар, цинк, сребро, злато, олово, вода и др.

Кај *парамагнетиците* μ_r е поголемо од единица, $\mu_r > 1$, што значи кога во магнетното поле се постави ваков материјал, полето ќе биде малку појако од полето на вакуумот. Парамагнетни својства имаат кислородот, платината, алуминиумот, хромот и др.

Постои уште една група материјали кај кои, е многу големо, $\mu_r \gg 1$, и е неколку стотици, па и неколку илјади пати поголемо од пермеабилноста на вакуумот. Според главниот претставник на таа група – железото, тие материјали се викаат *феромагнетни*. Покрај железото во оваа група спаѓаат и кобалтот, никелот и др.

Подлабоко објаснување на магнетните својства на супстанцијата може да се даде од гледна точка на атомската и молекулската структура на супстанцијата.

Спомнатите магнетни својстава на супстанциите зависат од магнетните микрополиња на електроните, атомите, молекулите и јоните. Имено, електронот во атомот, кој кружи околу јадрото, претставува елементарна електрична струја која има свој магнетен момент наречен *орбита-*

лен магнетен момент. Експериментите покажуваат дека електронот има уште еден магнетен момент, наречен *спински магнетен момент*.

Придонес кон магнетните својства на материјалите дава и магнетниот момент на атомското јадро наречен *јадрен магнетен момент*. Векторскиот збир на овие магнетни моменти го дава *магнетниот момент на атомот*.

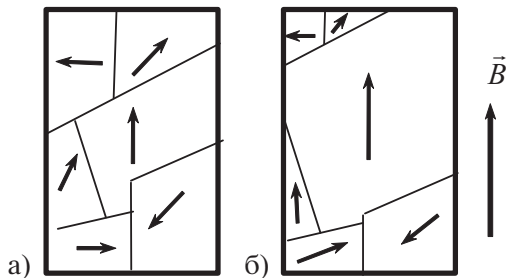
Кај *дијамагнетните* материјали вкупниот магнетен момент на атомот, во отсуство на надворешно магнетно поле, е еднаков на нула, бидејќи орбиталните, спинските и јадрените магнетни моменти на атомите (молекулите) заемно се компензираат. Но под влијание на надворешното магнетно поле атомите на дијамагнетиците се здобиваат со магнетни моменти кои се ориентираат во спротивна насока од надворешното магнетно поле. Затоа резултантното магнетно поле е послабо од тоа во вакуумот. Дијамагнетни својства имаат молекулите на водород, азот, вода.

Кај *парамагнетните* материјали вкупниот магнетен момент на атомот е различен од нула, но магнетните моменти на атомите во отсуство на надворешно магнетно поле се хаотично распоредени. Ако парамагнетниот материјал се внесе во надворешно магнетно поле, магнетните моменти на неговите атоми се ориентираат во насока која се совпаѓа со насоката на надворешното магнетно поле. Од овие причини магнетното поле во нив се засилува.

Феромагнетните особини се карактеристични само за кристалните тела. Тие зависат од особините на кристалната решетка. Ако таа се промени, се менуваат и магнетните својства на феромагнетикот.

Експериментите покажуваат дека се-

кој феромагнетик на одредена температура, наречена **Кириева точка**, ги губи своите магнетни својства и станува обичен парамагнетик.



Сл. 11.23

Феромагнетните особини на супстанциите се објаснуваат со класичната теорија на феромагнетизмот, според која феромагнетикот на температури под Кириевата точка е составен од мали микроскопски области – **магнетни домени**, чии магнетни моменти се еднакво насочени. Во отсуство на надворешно магнетно поле домените се хаотично ориентирани и се компензираат еден со друг, така што феромагнетикот не е магнетизиран (сл. 11.23а). Надворешното поле ги ориентира домените во насока на полето (сл. 11.23б). При слаби надворешни полиња најнапред ќе се ориентираат оние домени чиј магнетен момент ја има насоката на полето, или пак многу малку се разликува од неа.

Живиот организам и неговите магнетни својства. Имајќи предвид дека живиот организам во голем процент е изграден од вода, која има дијамагнетни својства, следува дека и ткивата на организмот ќе покажуваат особини на дијамагнетик. Застапеноста на парамагнетните честици, какви што се слободните радикали на масните киселини и белковините, во организмот е сосема мала, додека феромагнетни материјали воопшто и да нема. Ако се

имаат предвид дијамагнетните и парамагнетните својства на ткивата, јасно е дека постои влијание на магнетното поле врз живите организми.

Голем број животински видови го користат Земјиното магнетно поле за ориентација во просторот. При облачно време и неможност да се ориентираат по Сонцето, гулабите се дезориентираат ако на главата им се поставени мали магнети. Пчелите покажуваат одредено однесување поврзано со Земјиното магнетно поле. Некои видови бактерии од јужната хемисфера кои живеат на песочното дно ако се пренесат на северната хемисфера, наместо кон дното пливаат кон површината, т.е. во насока на вертикалната компонента на магнетното поле на Земјата која на северната хемисфера е насочена обратно од јужната.

Магнетните особини на живиот организам можат да бидат резултат и од биоструите. Во дадени случаи магнетната индукција на таквите полиња може да се измери и да послужи како дијагностички показател.

Дијагностичкиот метод магнетокардиографија се базира на регистрирање на промените на магнетната индукција на магнетното поле на срцето.

Дијагностичкиот метод *магнетна резонанција* е појава што настанува како резултат на интеракција на електромагнетно зрачење со определена фреквенција и честичите (електроните, нуклеоните и атомите) кои имаат сопствен магнетен момент, а се поставени во надворешно магнетно поле.

✓ Прашања и задачи

1. Како се делат супстанциите според однесувањето во магнетно поле?
2. Кои материјали имаат парамагнетни, а кои дијамагнетни својства? Што е тоа феромагнетизам?

11.16. БИОЕЛЕКТРИЧНИ ПОТЕНЦИЈАЛИ

Биоелектричниот потенцијал е резултат од различната концентрација на позитивните и негативните јони од двете страни на клеточната мембрана.

Поточно, течноста во внатрешноста на клетката (интерцелуларна течност – цитоплазма), како и онаа надвор од неа (екстрацелуларна течност), претставува електролитен раствор што содржи позитивни и негативни јони. Во општ случај, без влијание на надворешно електрично поле, непосредно од внатрешната страна на клеточната мембрана се натрупува вишок негативни јони, а позитивните јони се натрупуваат на надворешната страна на мембраната. На тој начин во близина на мембраната доаѓа до формирање двоен електричен слој (сл. 11.24).

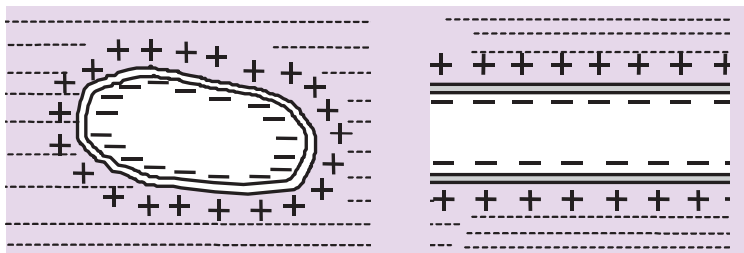
По своите електрични својства клетката и нејзината околина можат да се прикажат како кондензатор. Цитоплазмата и течноста што ја опколува, кои имаат висока спродливост, се двете електроди, а клеточната мембрана со својата мала спроводливост ја има улогата на диелектрик кој ги разделува електродите.

Биоелектричните потенцијали, освен кај мембраната на клетката, постојат и помеѓу ткивата, мускулните и нервните влакна, во различни делови на еден ист орган кога тој е во различни физиолошки состојби, итн.

Биоелектричните потенцијали кои се воспоставуваат во клетката без побудување, односно без таа да се изложи на дразба, се помалку или повеќе непроменливи и се викаат **биоелектрични потенцијали на мирување**. Доколку на кој било начин дојде до дразнење на клетката, се променува пропустливоста на мембраната, а со тоа се предизвикува и соодветна промена на концентрацијата на јоните, потенцијалот добива други големини и предзнак. Тие промени се наречени **биопотенцијал на побудување** или **акционен биоелектричен потенцијал**.

Биоелектричните потенцијали во основа можат да бидат создадени од: дифузија на јоните низ клеточната мембрана, што е резултат од постоење на **градиент на концентрација** од двете страни на мембраната; **активен транспорт** на јони, кој исто така создава нерамнотежна состојба на јоните од двете страни на мембраната; транспорт кој е резултат од **градиентот на електричното поле** на мембраната.

Нернстов потенцијал. Во системот „жива клетка–околина“ секогаш постои некоја потенцијална разлика. Кога клетките не се изложени на дразба, во внатрешната клеточната течност се одржува висока концентрација на калиумовите јони и ниска на натриумовите, додека во надворешната течност е обратно.



Сл. 11.24

Освен јоните на Na^+ , K^+ и Cl^- , во теч- носта внатре и надвор од клетката има го- лемо количество големи негативни јони (фосфати, карбонати и големи органски јони). Димензиите на овие јони се поголе- ми од порите низ кои можат да дифундира- ат помалите јони. Затоа слободно може да се игнорира дифузијата на големите нега- тивни јони.

Во системот „жива клетка–околина“ секогаш постои некоја потенцијална раз- лика $\Delta\varphi$. Ако меѓу електролитните раство- ри се наоѓа мембрана, селективно пропуст- лива само за еден вид јони, при константен притисок и температура за едновалентни- те јони важи *Нернстова равенка*,

$$\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_e = \frac{RT}{F} \ln \frac{c_i}{c_e}, \quad (11.16.1)$$

каде што c_e е концентрација на јоните (кои можат да поминат низ мембраната) од надворешната страна на мембраната, c_i е концентрација на јоните од внатрешната страна, R е универзална гасна константа, F е Фарадеева константа, T е апсолутна тем- пература.

Равенката (11.16.1) дава можност да се најде потенцијалната разлика при раз- лични концентрации на основните јони кои ја предизвикуваат таа потенцијална разлика.

Ако во равенката (11.16.1) се заменат соодветните вредности за константите R и F , при температура $T = 310 \text{ K}$, за потенци- јалната разлика на мембраната што може да одржува рамнотежа на концентрациите c_i и c_e , се добива равенката:

$$\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_e = -61 \log \frac{c_i}{c_e}, \quad (11.16.2)$$

каде што $\Delta\varphi$ се изразува во mV. Оваа ра- венка се користи за позитивните јони; за негативните јони знакот на потенцијална- та разлика е позитивен.

Пример 1. При претпоставка дека низ мембраната дифундираат единствено K^+ јони, ако нивната концентрација е по- зната, да се определи Нернстовиот потен- цијал кој одговара за овие јони.

$$\Delta\varphi(\text{K}^+) = -61 \log \frac{c_i}{c_e} = -61 \log \frac{140}{4} = -61 \log 30$$

$$\Delta\varphi(\text{K}^+) = -94 \text{ mV}$$

Тоа би важело кога потенцијалот на мирување единствено би се создавал само од јоните на K^+ . Овој потенцијал не е до- волно негативен за да одржува рамноте- жна состојба, па јоните на K^+ поради пос- тоењето на градиентот на концентра- цијата дифундираат кон надвор.

Поради градиентот на концентраци- јата на Na^+ јони, овие јони дифундираат кон внатре. Како резултат на тоа се созда- ва потенцијал со обратен поларитет. Кога мембраната би била пропустлива само за натриумот, а непропустлива за сите други јони, Нернстовиот потенцијал според ра- венката (11.16.1) би изнесувал +61 mV.

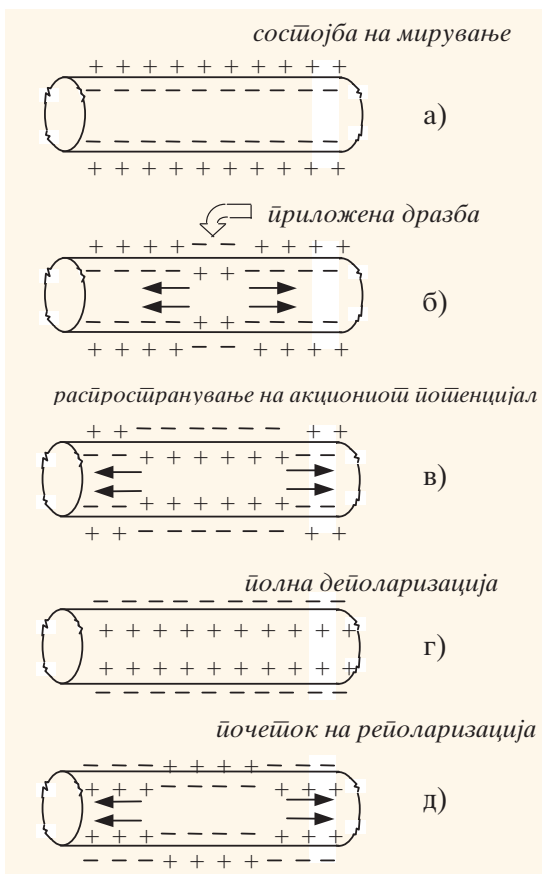
Во случај кога процесот на размена на материјата би се одвивал само со дифу- зија (т.н. пасивен транспорт), *тој би течел сè додека концентрацијата на јоните* (во овој случај Na^+ , K^+ и Cl^-) *кои можат да по- минат низ мембраната не се изедначи.*

Во природата тоа не се случува, т.е. меѓу живата клетка и нејзината околина за спомнатите јони се одржува константен градиент на концентрација. Тоа значи дека постои посебен механизам (т.н. **активен транспорт**) кој овозможува транспорт на Na^+ јони од клетката во надворешната средина и на K^+ јони од надворешната средина во клетката.

Активниот транспорт се одвива со *натриум-калиумова пумпа*. Активниот транспорт се одвива наспроти градиентот на концентрација и *се одвива со трошење енергија* добиена од метаболичките про- цеси кои се одвиваат во клетката.

Доколку на кој било начин дојде до дразнење на клетката, тогаш се предизвикува и соодветна промена на концентрацијата на јоните во возбудениот дел од внатрешната и надворешната страна на мембраната, потенцијалот добива други вредности и е наречен *акционен биоелектричен потенцијал*.

Нервните сигнали се пренесуваат со помош на акциониот потенцијал. Местото на дразбата од надворешен дел на мембраната станува електронегативно. Прераспределбата на јоните има временски карактер, а по завршување на процесот на дразба повторно се воспоставува мембранскиот потенцијал на мирување.



Сл. 11.2. Акционен потенцијал

Имено, акциониот потенцијал започнува со промена на негативниот потенцијал во мирување (*деполаризација*) и завршува со повторно враќање на негативниот потенцијал на внатрешната страна на мембраната (*реполаризација*).

На сл. 11.25 е прикажано нервно влакно во пет различни стадиуми, кога е надразнет еден дел од мембраната, при деполаризација и реполаризација.

При секое движење на мускулите во организмот е иницирана електрична активност во форма на премин на јоните низ мембрана. Во медицината посебно се значајни електричните импулси поврзани со работата на срцето и активноста на мозокот. Овие импулси телесните течности ги спроведуваат до површината на телото, каде на одредени места од телото се манифестираат како промени на биоелектричниот потенцијал.

За регистрирање на биоелектричните потенцијали се користат специјални инструменти кои имаат можност за засилување на биопотенцијалите и нивно графичко или визуелно прикажување.

Регистрирањето на биоелектричен потенцијал на срцето е познато како ЕКГ, регистрирањето на биопотенцијалите на окото се користи во електронистагмографијата (ЕНГ) и електроретинографијата (ЕРГ); регистрирањето на биоелектричниот потенцијал на мозокот во електроенцефалографијата (ЕЕГ); биоелектричните потенцијали на мускулите се регистрираат со електромиографијата (ЕМГ) итн.

✓ Прашања и задачи

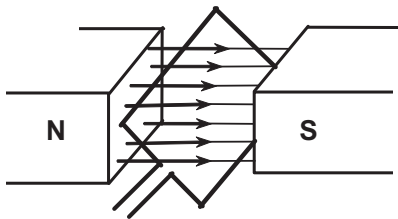
1. Како може да се прикаже клетката според нејзините електрични својства?
2. За што се користи регистрирањето на биоелектричните потенцијали ?

11.17. ДОБИВАЊЕ И ОСОБИНИ НА НАИЗМЕНИЧНАТА ЕЛЕКТРИЧНА СТРУЈА

Наизменична се вика онаа струја која во еднакви временски интервали ја менува насоката на движењето. Наизменичната струја е определена со следните карактеристични величини: *период, амплитуда, фреквенција, фаза и ефективни вредности на електромоторната сила, јачина на струјата и напон.*

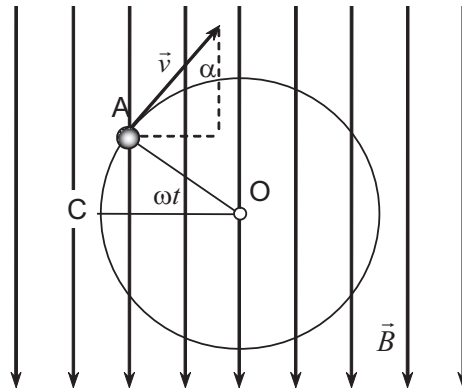
Ако јачината и насоката се менуваат според законот на синусна функција, наизменичната струја е наречена синусоидна. Ваков синусен напон се добива со електромагнетна индукција во правоаголна рамка која ротира рамномерно во хомогено магнетно поле.

На сл. 11.26 шематски е прикажан принципот за добивање наизменична струја во генераторите. При ротација на рамката периодичната промена на магнетниот флуks во текот на времето според Фарадевиот закон за електромагнетна индукција доведува до појава на индуцирана електромоторна сила (ЕМС).



Сл. 11.26

Принципот за добивање наизменична струја кој се применува кај генераторите може да биде сведен на следниот опит: спроводник А, поставен во точката С, и тоа нормално на силовите линии на хомогено магнетно поле со магнетна индукција $\vec{B}$, врши кружно движење со константна аголна брзина ω , (сл. 11.27).



Сл. 11.27

При ротацијата спроводникот ги сече магнетните силиви линии така што на неговите краеве се индуцира електромоторна сила, чија големина е:

$$\varepsilon = B l v, \quad (11.17.1)$$

каде што v е брзина на движењето на спроводникот А, чијашто должина l стои нормално на магнетното поле со магнетна индукција $\vec{B}$.

Бидејќи спроводникот А при кружното движење постојано ја менува својата положба во однос на магнетните силиви линии, кои ги пресекува, неговата брзина може да се разложи на две компоненти: v_x , која е нормална, и v_y , која е паралелна на векторот на магнетната индукција $\vec{B}$. Очигледно дека движењето во насока на полето не индуцира ЕМС, туку тоа го прави само компонентата на брзината во насоката нормална на $\vec{B}$ (брзината v_x). Од сликата (сл. 11.27) произлегува:

$$v_x = v \sin \alpha. \quad (11.17.2)$$

Според тоа, индуцираната ЕМС на краевите од спроводникот А ќе биде:

$$\varepsilon = B l v \sin \alpha, \quad (11.17.3)$$

каде што α е аголниот пат меѓу $\vec{B}$ и $\vec{v}$. Кога спроводникот ротира со константна аголна брзина ω , која по дефиниција е аголниот пат во единица време, $\omega = \frac{\alpha}{t}$, аголот α ќе биде даден со равенката

$$\alpha = \omega t. \quad (11.17.4)$$

Кога ќе се заменат v_x и α за ЕМС се добива:

$$\varepsilon = B l v \sin \omega t. \quad (11.17.5)$$

Производот $\varepsilon_o = B l v$ е амплитудна вредност на електромоторната сила, па равенката (11.17.5) може да се запише како

$$\varepsilon = \varepsilon_o \sin \omega t, \quad (11.17.6)$$

односно напонот на краевите од рамката (кога таа е отворена) е:

$$U = U_o \sin \omega t. \quad (11.17.7)$$

Овој резултат покажува дека во рамката, која ротира во хомогено магнетно поле, се индуцира **синусен наизменичен напон**. ωT е фаза на електромоторната сила. Електромоторната сила е осцилаторна функција од времето чијшто период на осцилирање е T , односно $\omega T = 2\pi$. Од оваа равенка следува:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f, \quad (11.17.8)$$

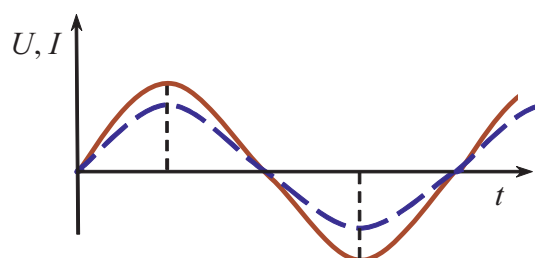
каде што ω е кружна фреквенција на наизменичната струја. **Фреквенцијата f на наизменичната струја во Европа е 50 Hz.**

Ако во струјното коло на синусен напон се вклучи отпорник R , тогаш согласно со Омовиот закон ќе протече променлива наизменична струја со иста фреквенција:

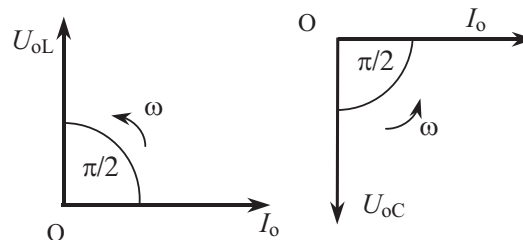
$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon_o}{R} \sin \omega t = I_o \sin \omega t, \quad (11.17.9)$$

каде што со $I_o = \frac{\varepsilon_o}{R}$ е означена амплитудата на јачината на струјата. Од равенката (9) се гледа дека и струјата се менува по синусен закон со истата фреквенција како и напонот.

Ако графички се прикажат равенките (11.17.7) и (11.17.9), се гледа дека и двете синусоиди почнуваат со иста фаза (сл. 11.28). Меѓутоа, ако во струјното коло има навивка или кондензатор, ќе има фазно поместување (види сл. 11.29 и сл. 11.30).



Сл. 11.28. Во коло е вклучен само омски отпор. Јачината на струјата и напонот се во фаза



Сл. 11.29

Сл. 11.30

Мерните инструменти за наизменична струја не мерат амплитудни, туку ефективни вредности на електромоторната сила, јачината на струјата и напонот. Под **ефективна вредност** на наизменичната струја се подразбира онаа јачина на постојаната електрична струја, која за единица време во спроводникот развива исто количество топлина како и еднонасочната струја. Ефективните вредности на напонот

и јачината на наизменичната струја со нивните максимални вредности се поврзани со:

$$I_{ef} = \frac{I_o}{\sqrt{2}} ; \quad U_{ef} = \frac{U_o}{\sqrt{2}}, \quad (11.17.10)$$

каде што со U_o и I_o соодветно се означени максималните вредности на напонот и јачината на наизменичната струја.

11.18. ОМОВ ЗАКОН ЗА НАИЗМЕНИЧНА СТРУЈА

Кога во струјно коло низ кое протекува наизменична струја се најдат кондензатор или намотка, односот помеѓу напонот и јачината на струјата не е така едноставен (сл. 11.31). Овие елементи кога се во струјно коло претставуваат т.н. *реактивни отпори*. Тие не предизвикуваат топлотни загуби, туку само фазно поместување φ меѓу јачината на струјата и напонот.

Намотката поради тоа се однесува како отпорник. Отпорот на намотката наречен **индуктивен отпор** е:

$$R_L = L\omega = 2\pi fL, \quad (11.18.1)$$

каде што L е коефициент на самоиндукција. Овој отпор предизвикува фазно поместување при кое порастот на јачината на струјата заостанува зад порастот на напонот за $\varphi = \pi/2$. Тоа значи, при максимална вредност на напонот јачината на струјата е еднаква на нула и обратно.

За нагледно прикажување на односот меѓу јачината и напонот на наизменич-

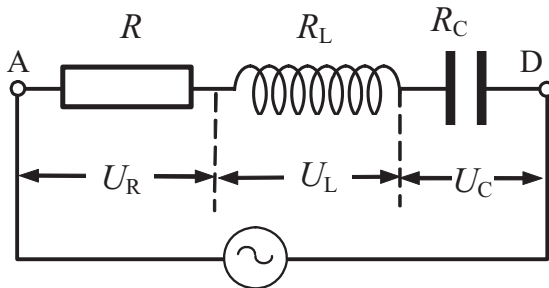
ната струја се користи векторски дијаграм. На сл. 11.29 е прикажан векторски дијаграм на амплитудните вредности на јачината на струјата I_o и напонот U_{oL} за намотка.

Од равенката (11.18.1) следува дека за постојана струја ($\omega = 0$) намотката нема индуктивен отпор (туку има само омски).

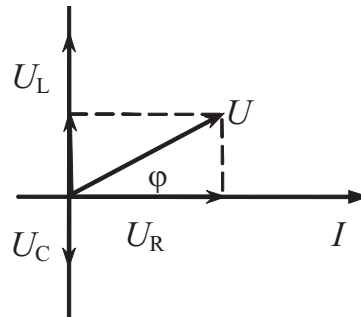
Во случај кога во струјното коло со наизменична струја е вклучен само кондензатор со капацитет C , реактивниот отпор на кондензаторот, односно **капацитивниот отпор** изнесува:

$$R_C = \frac{1}{\omega C}, \quad (11.18.2)$$

каде што со C е означен капацитет на кондензаторот. Кондензаторот во струјното коло предизвикува такво фазно поместување што порастот на јачината на струјата доаѓа пред порастот на напонот за $\pi/2$. Тоа го илустрира и векторскиот дијаграм на сл. 11.32.



Сл. 11.31



Сл. 11.32

Ако се приложи наизменичен напон на кондензаторот, тој периодично ќе се полни и празни и во колото ќе тече наизменична струја. За постојана струја $\omega = 0$ и од равенката (11.18.2) следува дека $R_C = \infty$, т.е. низ кондензаторот не може да тече права струја.

Кога во струјното коло сериски се вклучени омски отпор R , намотка со индуктивитет L и кондензатор со капацитет C (сл. 11.31), помеѓу напонот и јачината ќе постои фазно поместување φ , односно:

$$U = U_0 \sin \omega t ; \quad (11.18.3)$$

$$I = I_0 \sin (\omega t \mp \varphi) . \quad (11.18.4)$$

Ако преовладува индуктивниот отпор во однос на капацитативниот ($R_L > R_C$), јачината на струјата ќе задоцнува зад напонот ($-\varphi$), додека во обратен случај ($R_L < R_C$) таа ќе избрзува пред напонот ($+\varphi$).

Вкупниот отпор на струјното коло од сл. 11.32 се определува со векторски дијаграм, каде што величината:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \quad (11.18.5)$$

се вика *вкупен отпор на колото со наизменична струја* или **импеданса**.

11.19. РАБОТА И МОЌНОСТ НА НАИЗМЕНИЧНАТА СТРУЈА

Работата што ја врши постојаната струја е

$$A = UI t = I^2 R t , \quad (11.19.1)$$

а моќноста на постојаната струја е

$$P = UI = I^2 R . \quad (11.19.2)$$

Во случај на наизменична струја тоа е многу посложено, бидејќи јачината на струјата зависи не само од активниот отпор R туку и од индуктивниот R_L и капацитативниот отпор R_C .

Моќноста на наизменичната струја може да се разгледа во два случаја: 1) кога во колото е вклучен само омски отпор и 2) кога во колото покрај омски отпор се вклучени уште индуктивен и капацитативен отпор. Ако во некое струјно коло со извор на наизменична струја е вклучен само омски отпор, тогаш моќноста што ја развива струјата во него се определува со равенката

$$P = \frac{U_0 I_0}{2} = U_{ef} I_{ef} . \quad (11.19.3)$$

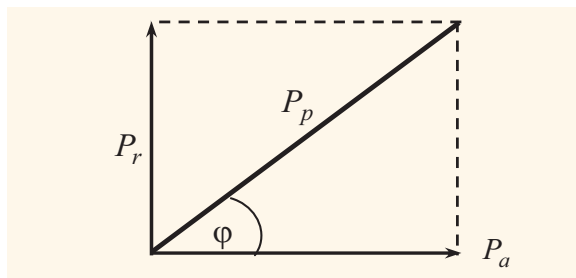
Во колото во кое покрај омски отпор се вклучуваат и индуктивен и капацитативен отпор, еден дел од моќноста нема да биде искористен. Во колата со омски, индуктивен и капацитативен отпор се јавуваат две моќности на наизменичната струја. Едната моќност, која се троши во омскиот отпор R , е корисна моќност. Таа моќност се вика **активна моќност** P_a .

Другата моќност, која се троши на индуктивниот R_L и капацитативниот отпор R_C , е неискористена моќност. Неискористената моќност се вика **реактивна моќност** P_r . Активната и реактивната моќност ја даваат вкупната моќност на наизменичната струја. Вкупната моќност на наизменичната струја се вика **привидна моќност** P_p . Собирањето и овде се врши со векторски дијаграм (сл. 11.33):

$$P_p^2 = P_a^2 + P_r^2, \quad (11.19.4)$$

од каде се добива:

$$P_p = \sqrt{P_a^2 + P_r^2}. \quad (11.19.5)$$



Сл. 11.33

Бидејќи *привидната* моќност е еднаква на

$$P_p = UI, \quad (11.19.6)$$

каде што U и I соодветно се ефективни вредности на напонот меѓу крајните точки на потрошувачот и на јачината на струјата што тече низ него, за активната и реактивната моќност може да се напише:

$$P_a = UI \cos \phi; \quad P_r = UI \sin \phi. \quad (11.19.7)$$

Косинусот кој се јавува во равенката (11.19.7) се вика *фактор на моќност*. Од

големината на тој фактор зависи големината на активната моќност.

а) за $\cos \phi = 1$: $P_a = UI$

б) за $\cos \phi = 0$: $P_a = 0$.

Ако во колото не постои омски отпор, тогаш целата привидна моќност се претвора во реактивна. Во колото тече струја, но не врши работа. Оваа струја која не врши работа, а тече во колото, се вика **безватна** или **јалова струја**.

Моќноста се мери со единиците:

$$P_p = 1 \text{ VA (волтампер);}$$

$$P_a = 1 \text{ W (ват);}$$

$$P_r = 1 \text{ Var (вар).}$$

☑ Прашања и задачи

1. Што е капацитативен, а што индуктивен отпор и од што зависат?
2. Што е активна, реактивна и привидна моќност?
3. Што е ефективна вредност на напонот и на јачината на наизменичната струја и која вредност ја покажуваат мерните инструменти?

РЕЗИМЕ

– Електронот и протонот се носители на елементарен електричен полнеж чија бројчена вредност е $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

– Кулоновиот закон може да се изрази со:

$$F_o = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Qq}{r^2}.$$

– Потенцијалот во дадена точка од електричното поле:

$$V = \frac{A}{q}.$$

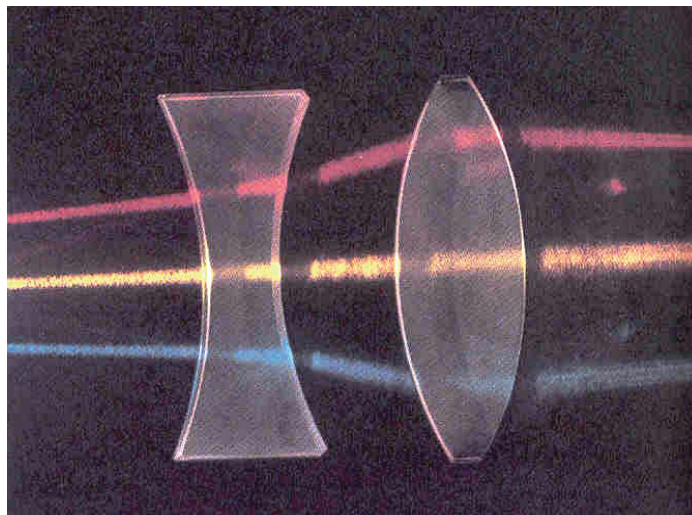
– Јачина на електричното поле помеѓу две паралелни плочи е:

$$E = \frac{V_1 - V_2}{d} = \frac{U}{d}.$$

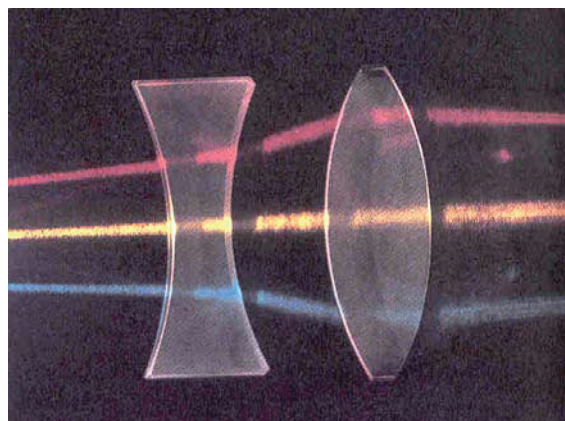
– Електричен капацитет е $C = \frac{Q}{U}$.

– Ако се земе $Q = 1 \text{ C}$, $U = 1 \text{ V}$, се добива единицата за електричен капацитет во SI,

$$F = 1 \text{ C/1 V.}$$



12. ЗАКОНИ НА ОПТИКАТА



12.1. Корпускуларно-бранова природа на светлината.....	233
12.2. Инфрацрвено и ултравиолетово зрачење	235
12.3. Основни закони на геометриската оптика	237
12.4. Тотална рефлексija	239
12.5. Рамно огледало.....	240
12.6. Дисперзија на светлината	241
12.7. Сферни огледала	243
12.8. Оптички леќи	247
12.9. Оптички инструменти	250
12.10. Оптички недостатоци на леќите и окото	252
Резиме	254

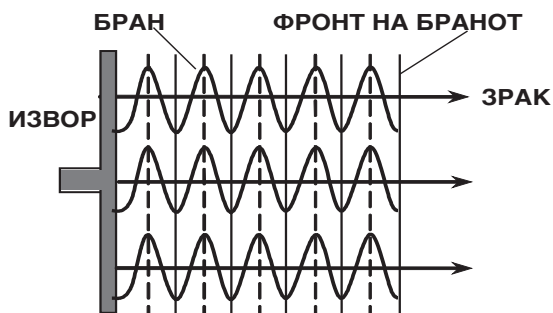
12.1. КОРПУСКУЛАРНО-БРАНОВА ПРИРОДА НА СВЕТИНАТА

Видливата светлина според својата физичка природа не се разликува од другите електромагнетни бранови, како што се, на пример, радиобрановите, инфрацрвеното, ултравиолетното, рендгенското и γ -зрачењето. Основната карактеристична величина на светлинските бранови е нивната фреквенција f . Таа е одредена од светлосниот извор, не се менува при распространувањето или при заемното дејство на брановите. Од друга страна, брановата должина λ се менува во зависност од брзината на простирање на светлината во дадената средина.

Ако светлината во вакуум има бранова должина λ_0 , во некоја средина со индекс на прекршување n брановата должина е:

$$\lambda = \lambda_0 / n. \quad (12.1.1)$$

Брановите, како механичките така и електромагнетните, можат да се прикажат со помош на **бранова површина**. Тоа е геометриско место на точки, кои во текот на брановиот процес осцилираат со еднакви фази (сл.12.1). Брановата површина во најпрост случај може да биде рамна, сферна или цилиндрична.



Сл. 12.1. Рамен бран

Според брановата теорија зраците на светлината се совпаѓа со насоката на ширењето на бранот и секогаш е норма-

лен на брановиот фронт. Зраците на рамните бранови се паралелни, додека пак зраците на сферните бранови се шират од изворот радијално.

Светлинските зраци со иста енергија односно фреквенција се монохроматски. Белата светлина е полихроматска.

Еден дел на светлинските појави на пример, интерференција, дифракција и поларизација, доста лесно се објаснуваат врз основа на брановата претстава за светлината. Од друга страна, цела низа појави, на пример, зрачење, апсорпција, фотоефект, Комптонов ефект и др. може да се објаснат само ако на светлината и се припишат особини на *корпускула – честичка*. За да се објаснат овие двојни својства на светлината да се владее и како бран и како корпускула се развија претставите за квантна природа на светлината. Идејата за *корпускуларна теорија* на светлината потекнува уште од Њутн.

М. Планк (Max Planck, 1858–1947), во 1901 година ја постави хипотезата за дисконинуирано зрачење на енергијата. Според Планк *електромагнетната енергија се зрачи дисконинуирано во вид на одредени порции, наречени кванти*. Енергијата E на секој квант и неговата фреквенција f се поврзани со равенката:

$$E = hf, \quad (12.1.2)$$

каде што $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Js е Планкова константа. Брзината на простирање на светлината (или на кое било електромагнетно зрачење) е најголема во вакуум и изнесува $c = 3,0 \cdot 10^8$ m/s.

За секој електромагнетен бран, па и за светлината врската меѓу фреквенцијата f , брзината на простирање на бранот c и неговата бранова должина λ е

$$f\lambda = c. \quad (12.1.3)$$

Според тоа, равенката (12.1.2) може да се напише:

$$E = \frac{hc}{\lambda} . \quad (12.1.4)$$

А. Ајнштајн во 1905 година ја проширил Планковата идеја со тоа што не само зрачењето на светлината, туку и нејзиното распространување и апсорпција настануваат во вид на поток на светлински кванти – **фотони**. Фотоните располагаат со своја енергија, маса и импулс. Масата на фотонот е зададена со равенката:

$$m_f = \frac{E}{c^2} = \frac{hf}{c^2} = \frac{h}{\lambda c} . \quad (12.1.5)$$

Односно, масата на фотонот е поголема доколку е поголема неговата фреквенција. На пример, масата на фотонот на видливата светлина со фреквенција $5,4 \cdot 10^{14}$ Hz е $4 \cdot 10^{-36}$ kg, а масата на рендгенските фотони со фреквенција $8 \cdot 10^{18}$ Hz е $4 \cdot 10^{-32}$ kg.

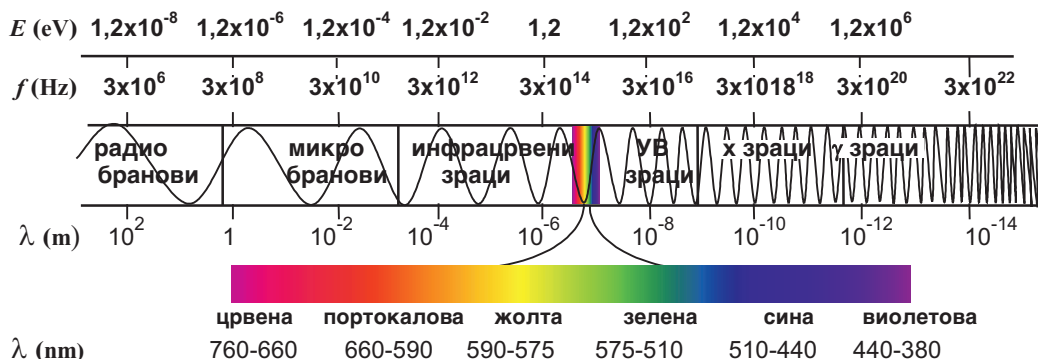
Едноставна претстава за фотонот е дека тоа е пакет од бранови, чија енергија е толку поголема колку што е помала нивната бранова должина. Според тоа, се дојде до поимот за дуалност на светлината. Имено, *светлината поседува и корпускуларни и бранови карактеристики*.

Ваквиот корпускуларно-бранов дуализам на светлината денес е познат и кај електроните, неутроните и други микрочестици.

Електромагнетните (ЕМ) бранови се трансверзални бранови и се опишуваат со векторот на јачината на електричното поле $\vec{E}$ што осцилира по синусен закон во текот на времето и просторот, и со векторот на магнетната индукција $\vec{B}$ што осцилира со истата фреквенција како електричното поле. За рамен електромагнетен бран векторите $\vec{E}$, $\vec{B}$ меѓусебно се нормални.

Кај ЕМ бранови постои еквивалентна промена меѓу електричното и магнетното поле. Промената на електричното поле $\vec{E}$ создава промена на магнетната индукција $\vec{B}$, што доведува до промена на $\vec{E}$. (ЕМ бранови се разликуваат само по фреквенцијата и начинот на добивање.

Како што е денес познато, постојат ЕМ бранови со фреквенција од 10^4 до 10^{21} Hz. Дијапазонот од сите бранови должини претставува *спектар на ЕМЗ*, односно во електромагнетниот спектар се опфатени електромагнетни бранови почнувајќи од радиобрановите до γ -зраците (сл.12.2). Од овој широк дијапазон на фреквенции само тесен дел имаат способност, паѓајќи врз мрежницата на окото, да предизвикаат светлински впечаток.



Сл. 12. 2. Електромагнетен спектар

12.2. ИНФРАЦРВЕНО И УЛТРАВИОЛЕТНО ЗРАЧЕЊЕ

Инфрацрвено зрачење. Во електромагнетниот спектар инфрацрвеното зрачење се наоѓа меѓу црвената граница на видливата светлина (со бранова должина околу 760 nm) и микробрановите (околу 350 μ m). Инфрацрвените зраци се невидливи за окото на човекот затоа што, како што кажавме, немаат доволно енергија да стигнат до мрежницата на окото и да предизвикаат светлински впечаток. Инфрацрвеното зрачење има силно топлинско дејство.

Околу 50% од електромагнетниот спектар на Сонцето е во оваа област. Постојат разни извори на инфрацрвено зрачење. Еден од изворите кои најчесто се користат е вжарена волфрамова жичка.

*Практично ситије ѝела, без разлика на нивниџа ѝприрода, на ѝтемѝераѝѝура ѝовисока од аѝсолуѝѝнаѝа нула **целосно зрачаѝѝ во инфрацрвенѝаѝа обласѝѝ.*** Разбирливо, на пониска температура зрачењето има поголема бранова должина отколку на повисоките температури.

Некои супстанции силно го апсорбираат инфрацрвеното зрачење, а други се напoлно провидни за ова зрачење. На пример, водата која е провидна за видливиот дел од спектарот како и за ултравиолетните зраци, речиси напoлно го апсорбира инфрацрвеното зрачење. За животот на Земјата од посебно значење е способноста на инфрацрвените зраци да поминуваат низ атмосферата. Поминувајќи низ атмосферата, поради процесот на расејување и апсорпција, инфрацрвеното зрачење слабее. Тоа во голема мера зависи и од нечистотиите во атмосферата. Поради апсорпцијата од водената пара само мал дел од инфрацрвеното зрачење што го зрачи Земјата ја напушта атмосферата. На тој начин таа

игра улога на топлотна изолација која не дозволува ноќе Земјата брзо да се лади.

Инфрацрвените зраци се покоруваат на законите што важат и за светлинските зраци (се прекршуваат, рефлектираат, интерферираат, трпат дифракција од соодветни препреки). Тоа значи, инфрацрвените зраци можат да се фокусираат со огледала или леќи изработени од соодветни материјали. Затоа грејачите на електричните греалки се поставени во фокусот на параболични огледала од полиран лим.

Инфрацрвеното зрачење се користи за испитување на структурата на атомите и молекулите. Инфрацрвените апсорпциони спектри се користат за идентификација на супстанции, за испитување на молекули, како и за проучување на разни интеракции на молекулите. Во прв ред тоа се молекули од органска природа.



Сл. 12.3. Инфрацрвена фотографија на атмосферата на Земјата. Потемните облаци се позагреани од посветлите

Инфрацрвените зраци наоѓаат широка примена во инфрацрвената фотографска техника. Со нив е можно да се добијат

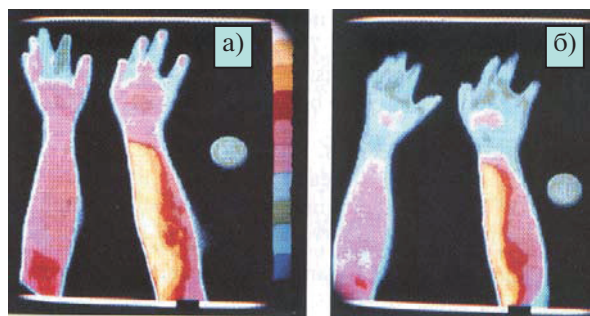
многу поконтрасни фотографии на објекти кои се на големи растојанија. Затоа тие се користат при изучување на планетите, ѕвездите, маглините.

Овие својства се користат и во медицината, криминалистиката, астрономијата, техниката, за воени цели итн.

Инфрацрвените ласери се користат за комуникациски врски на Земјата и во космосот. Инфрацрвените зраци се применуваат во техниката за сушење на бои, керамички и други предмети; во прехранбената индустрија за сушење земјоделски производи. Во медицината инфрацрвените зраци се користат во дијагностиката и терапијата.

Како детектори на инфрацрвеното зрачење не се користат филмови туку термистори, полупроводници чиј отпор силно се намалува со зголемување на температурата, фотодиоди, термоелементи и др. За фотодиодите обично се користи InSb или HgCdTe.

Регистрирањето на температурата на даден објект врз база на прецизна детекција на инфрацрвеното зрачење се вика **термографија**. Се добива слика наречена **термограм** (сл. 12.4).



Сл. 12.4. Термограм на рацете:
а) пред, б) по пушење. Се гледа дека по пушењето рацете се поладни.

Ултравиолетно зрачење. Во електромагнетниот спектар на страната на помалите бранови должини, од 400 nm па сè до 10 nm, е ултравиолетното зрачење.

Окото го апсорбира ова зрачење кое, иако има енергија поголема од инфрацрвеното зрачење, не може да стаса до мрежницата и да предизвика светлински впечаток. Веќе блискиот ултравиолет е невидлив за поголем број луѓе. Оваа област може да се регистрира со помош на флуоресцентен екран.

Извори на ултравиолетно зрачење се лачните ламби, високо загреани метали со бела светелина, а постои и ласерско зрачење во оваа област. Исто така, поголемиот дел од спектарот на живата е во оваа област, па затоа живините ламби се користат во медицината за дезинфекција.

Обичното стакло ја апсорбира ултравиолетната светлина со бранова должина под 315 nm, додека кварцното стакло ја пропушта до 180 nm. Под дејство на ултравиолетното зрачење, флуоресциот и ураниумовото стакло флуоресцираат со карактеристична зелена боја. Растворот од кинин сулфат и петролеј флуоресцира со сина боја. Затоа тие се користат во флуоресцентната микроскопија. Ултравиолетното зрачење се користи во криминологијата (за утврдување лажни банкноти) во археологијата (слабо видливи текстови премачкани со луминисцентни материјали се читаат кога ќе се осветлат со ова зрачење). Ултравиолетно зрачење се користи кај луминисцентни ламби со кои се добива „дневна“ светлина. Со луминисцентна анализа се определува содржината на некои супстанции.

При спектроскопските проучувања со ултравиолетното зрачење, бидејќи тоа се апсорбира од воздухот и стаклото, се користат вакуум-спектрографи со призми од флуорит или дифракциони мрежички. Законите на апсорпција важат и за ултравиолетните зраци. Преку ултравиолетните спектри на атомите и молекулите се добиваат сознанија за градбата на надворешните електронски слоеви на атомите, како и

сознанија за хемиските врски на молекулите и нивната структура. Ултравиолетната апсорпциона спектроскопија се користи во медицината и биологијата.

Ултравиолетното зрачење има фотохемиско дејство, може да предизвика промени на фотографската емулзија. При апсорпција на ова зрачење кај молекулот на ДНК настанува кинене на водородните врски и цепање на двојната спирала. Затоа ултравиолетните зраци се користат за стерилизација. Под дејство на интензивно ултравиолетно зрачење може да дојде до разорување на ткивата. Меѓутоа, малите дози од блискиот ултравиолет предизвикуваат само пигментација на кожата и се корисни. Лекувањето на рахитичните заболувања со ова зрачење е резултат на создавање витамин D. Треба да се знае дека најпогодно време за сончање е кога атмосферата не е презагреана и презаситена со водна пареа.

ФИЗИКАТА И ЕКОЛОГИЈАТА

За живиот свет главен извор на ултравиолетното зрачење е Сонцето. Од Сонцето на површината на Земјата стигнува ултравиолетно зрачење со бранова должина $\lambda > 290 \text{ nm}$, а помалите бранови должини се апсорбираат од атмосферата.

Затоа ова зрачење е поголемо на високите планини.

При заемно дејство на ултравиолетното зрачење со кислородот од горните слоеви на атмосферата (стратосферата) се создава озон (O_3). Озонот силно го апсорбира штетното ултравиолетно зрачење од Сонцето и е заштита на живиот свет на Земјата.

Последниве години, како резултат на преголемо користење на супстанции (фреонот, гас кој се користи во разладни уреди и за некои спрејови) кои го уништуваат стратосферскиот озон, не само што се намали дебелината на озонскиот слој туку и се создадоа "озонски дупки" (особено на Антарктикот).



Прашања и задачи

1. Зошто помеѓу дневната и ноќната температура на Месечината постои голема разлика?
2. Која е разликата помеѓу ултравиолетното и инфрацрвеното зрачење?
3. Зошто не можете да поцрните ако се сончате позади прозорско стакло?
4. Зошто окото на човекот не е осетливо на инфрацрвеното и ултравиолетното зрачење?
5. Каде интензитетот на ултравиолетните зраци од сончевото зрачење е најголем: на морската шир, на планинските врвови, во космосот?

12.3. ОСНОВНИ ЗАКОНИ НА ГЕОМЕТРИСКАТА ОПТИКА

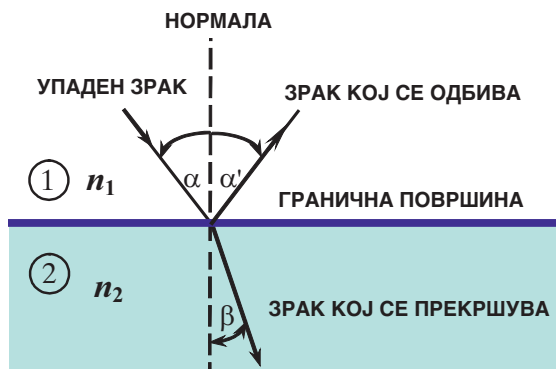
Геометриската оптика е изградена врз следниве основни закони и принципи:

1. Законот за праволиниско ширење на светлината гласи: Светлината низ хомогена и изотропна средина се шири праволиниски. Овој закон важи само ако димензиите на отворите или препреките се многу поголеми или неспоредливи со брановата должина на светлината. Ако тоа не

е случај, светлината се отклонува од праволиниското ширење.

2. Законот за независно ширење на светлинските зраци гласи: Ако во дел од просторот истовремено се шират повеќе зраци, ширењето на секој од нив не му пречи на ширењето на другиот зрак и обратно.

3. Закон за рефлексija и ѓрекршување. Ако светлински сноп од паралелна и монохроматска светлина паѓа под агол α во однос на нормалата издигната од точката на паѓање врз граничната површина на две различни оптички средини, средина 1 и средина 2, дел од упадната светлина се рефлектира во средината 1 под агол α' , а дел, поминувајќи во средината 2, се прекршува под агол β (сл. 12.5).



Сл. 12.5. Рефлексija и прекршување на светлината

Аголот α под кој зракот паѓа е еднаков со аголот α' што светлинскиот зрак кој се рефлектира го гради со нормалата издигната од точката на паѓање врз граничната површина:

$$\alpha = \alpha' . \quad (12.3.1)$$

Кога светлината поминува низ две средини со различна природа, на границата меѓу двете средини се менува правецот на светлинскиот зрак (сл. 12.5).

Законот за рефлексija и прекршување гласи: *Зракој ѓод кој свејлинината ѓаѓа врз разделната ѓовршина меѓу две различни ѓо ѓприрода средини, зракој ѓод кој се одбива, зракој кој ѓоминува во вѓтората средина и нормалата на ѓграничната ѓовршина издигната од ѓточката во која зракој ѓаѓа, лежат во истата рамнина.*

Аголот (α) под кој зракот паѓа и аго-

лот (β) под кој зракот се прекршува и навлегува во втората средина, мерени од нормалата во точката на паѓањето, се сврзани со Снелиус-Декартов закон:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \text{const} . \quad (12.3.2)$$

каде што со v_1 и v_2 се означени брзините на светлината во средината 1, односно во средината 2. Количникот од брзината на светлината во вакуум и брзината низ произволна оптичка средина се вика **ајсолуѓен индекс на ѓрекршување**. Ако брзината на ширењето на светлината во вакуум се означи со c , во тој случај за двете средини, кои имаат апсолутен индекс на прекршување n_1 и n_2 , соодветно може да се напише: $n_1 = c/v_1$, $n_2 = c/v_2$. Со делење на последните две равенки се добива:

$$n_{2,1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{c/v_2}{c/v_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} , \quad (12.3.3)$$

каде што $n_{2,1}$ е **релативен индекс на ѓрекршување на вѓтората средина во однос на ѓпрвата**. На пример, апсолутниот индекс на прекршување на водата е 1,33.

Средина со повисоки вредности на апсолутниот индекс на прекршување е **опѓтнички ѓоѓуста**. Според тоа, при преминување на светлината од оптички поретка во оптички погуста средина ($n_2 > n_1$) доаѓа до приближување на зракот кон нормалата, $\beta < \alpha$, што следува и од равенката (12.3.3). Кога $n_2 < n_1$, зракот се оддалечува од нормалата, $\alpha < \beta$.

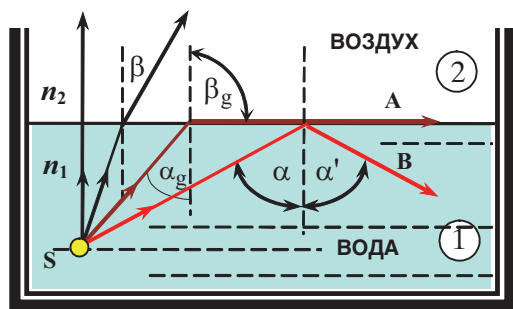
4. Принципој за обраѓен од, односно за инверзија на свејлинските зраци гласи: Ако се промени насоката на распространување на светлинските зраци, тие ќе ја следат истата траекторија.

12.4. ТОТАЛНА РЕФЛЕКСИЈА

Тотална рефлексција на светлината настанува при нејзиното простирање од оптички погуста во оптички поретка средина кога упадниот агол е поголем од определена вредност. На пример, за вода-воздух тотална рефлексција настанува кога упадниот агол ќе надмине вредност од 48° .

Кога врз граничната површина меѓу оптички погуста и оптички поретка средина паѓа дивергентен сноп зраци, како што е прикажано на сл. 12.6, еден дел од зраците, за кои $\alpha < \alpha_g$, се прекршуваат и во поретката средина, притоа оддалечувајќи се од нормалата.

Ако упадниот агол α расте, аголот на прекршување β расте побрзо. Во такви услови најголема можна вредност што може да ја добие аголот β е 90° . Упадниот агол, под кој зракот кој се прекршува лизга по граничната површина (зракот А), се вика граничен агол или **агол на џоштална рефлексција** α_g (сл.12.6).



Сл. 12.6. Тотална рефлексција настанува за агли поголеми од граничниот агол, $\alpha > \alpha_g$

За агли $\alpha > \alpha_g$ упадната светлина целосно се рефлектира (зракот В, сл. 12.6). За такви агли нема поминување на светлината во оптички поретката средина. Таа појава е наречена **џоштална рефлексција**.

Вредноста на граничниот агол α_g за-

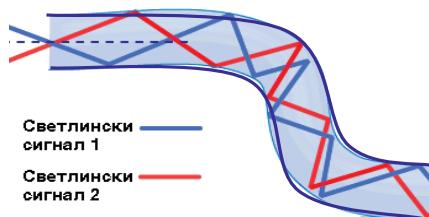
виси од индексот на прекршување на двете средини. Граничниот агол α_g се определува од Снелиус-Декартовиот закон ако во него $\beta_g = 90^\circ$; $\sin \beta_g = \sin 90^\circ = 1$:

$$\frac{\sin \alpha_g}{\sin \beta_g} = \frac{\sin \alpha_g}{\sin 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1}; \sin \alpha_g = \frac{n_2}{n_1}. \quad (12.4.1)$$

На пример, ако средината 1 е стакло, средината 2 воздух, тогаш граничниот агол за границата стакло-воздух изнесува $\alpha_g = 41^\circ$. Затоа при упаден агол $\alpha > 41^\circ$ на границата стакло-воздух секогаш има тотална рефлексција. Појавата на тотална рефлексција на светлината е искористена кај разни призми чија намена е да ги отклонат зраците за 90° , 180° или други износи на агли. Такви се, на пример, призмите кај перископите.

Природната појава позната како *фаџаморџана* во летните горештини е резултат на тотална рефлексција настаната поради нееднакво загревање на воздушните слоеви.

Појавата тотална рефлексција на светлината се користи кај имерзионите микроскопи, при конструкционата изведба на оптички инструменти, во Абеовиот рефрактометар со кој се мери индексот на прекршување на течности.



Сл. 12.7. Распространување на светлински зраци низ оптичко влакно

Кај оптичките влакна (фибер) (сл.12.7) настанува тотална рефлексција на

светлината. Тие претставуваат тенки влакна (дијаметар од околу $5 \div 10 \cdot 10^{-6} \text{ m}$) направени од оптички просирен материјал низ кој може да се распространува светлината. Оптичкото влакно обично е направено од некој диелектрик (кварцно стакло или некој полимер, чија што површината е прекриена со тенок слој од друг вид стакло со помал индекс на прекршување). Оптичките влакна се користат искучително во снопови (сл. 12.8), при што секое поединечно влакно ја пренесува сликата од мал дел на предметот што се набљудува.



Сл. 12.8. Сноп од оптички влакна

Кога светлината паѓа во оптичкото влакно под агол поголем од α_g претрпува

многукратни рефлексии и така се распространува по неговата должина (сл. 12.7). Затоа, со оптичките влакна може да се искривува патот на светлинскиот сноп.

Во медицината оптичките влакна се користат за конструкција на *ендоскопи*. Тоа е специјален прибор кој овозможува визуелен пристап до внатрешните органи. (дишните патишта – бронхоскоп, дигестивниот тракт – гастроскоп и др.).

Оптичките влакна наоѓаат широка примена во интегралната оптика за кодирање и пренос на информации, за поврзување на компјутерските терминали итн.

☒ Прашања и задачи

1. Природната појава позната како *фајџа-морџана* е резултат на тотална рефлексција на светлината. Што е причината за создавање на оваа појава во поларните или тропските предели?
2. Што се оптички влакна и каде наоѓаат примена?

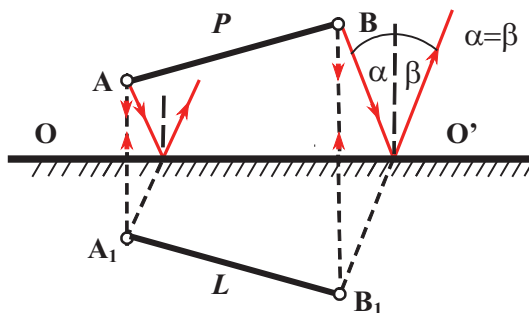
12.5. РАМНО ОГЛЕДАЛО

Огледало може да биде секојаfino полирана површина која има особина најголем дел од упадната светлина правилно да ја рефлектира. Огледалата се изработуваат од разни материјали, но најчесто се користат метални огледала (алуминиум, сребро, жива и др.), а во последно време и диелектрични огледала. Според обликот на полираната површина, огледалата можат да бидат рамни, сферни, параболични итн.

Ако пред рамното огледало OO' (сл. 12.9) поставиме извор на светлина (предмет) означен со AB , во огледалото ќе го видиме неговиот лик A_1B_1 . Ликот на точка

го конструираме со помош на најмалку два зрака. Секој од зраците при паѓањето на огледалната површина се рефлектира според законот за рефлексција. За да се упрости конструкцијата, еден од зраците го пуштаме да паѓа нормално на огледалото, а за другиот важи под колкав агол паѓа под ист и се рефлектира. Точката во која се сечат продолженијата на рефлектираните зраци претставува *лик на предметот*. Ликот не може да се фати на екран. Така добиениот лик е *имагинарен и еднаков по големина со предметот*. Од сликата се гледа дека растојанието од предметот до огледалото и растојанието

од ликот до огледалото се еднакви. Во рамното огледало ликот се разликува од предметот само во една особеност: левата страна на предметот станува десна страна на ликот. Ова својство на ликот во огледалото се вика *огледална симетрија*.



Сл. 12.9. Добивање лик со рамно огледало

Рамните огледала имаат широка примена во многу оптички уреди. Кај перископите наместо призми може да се користат и рамни огледала. Тие се користат за мерење на многу мали агли (завртување или усукување). Кај некои прецизни инструменти (торзиони ваги, галванометри и

др.), улогата на механичка стрелка ја игра тесен светлински сноп што се одбива од рамно огледало прицврстено на подвижниот дел на инструментот. Притоа, ако *рамното огледало се заврти за определен мал агол θ при непроменети правец на упадниот зрак, аголот на одбиениот зрак ϕ е два пати поголем од аголот θ :*

$$\phi = 2\theta.$$

✓ Прашања и задачи

1. Објаснете (нацртајте) зошто е аголот на свртување на рефлектираниот зрак два пати поголем од аголот на свртување на огледалото при непроменет правец на упадниот зрак.
2. Поставете две рамни огледала под прав агол. Ако на исто растојание од огледалата има свеќа колку ликови на свеќата ќе добивате?
3. Колку ликови на свеќа ќе добиете ако двете огледала се паралелни, а свеќата е меѓу нив?
4. Каде наоѓа примена рамното огледало?

12.6. ДИСПЕРЗИЈА НА СВЕТЛИНАТА

Појавата при којашто белата (полихроматска) светлина при премин низ стаклена призма се разложува на низа спектрални бои (бранови должини) е наречена дисперзија на светлината. Имено, под *дисперзија на светлината се подразбира зависноста на индексот на прекршување од брановата должина на светлината*. Уште И. Њутн забележал дека индексот на прекршувањето не зависи од аголот под кој паѓа светлината врз граничната површина, туку од бојата на светлината.

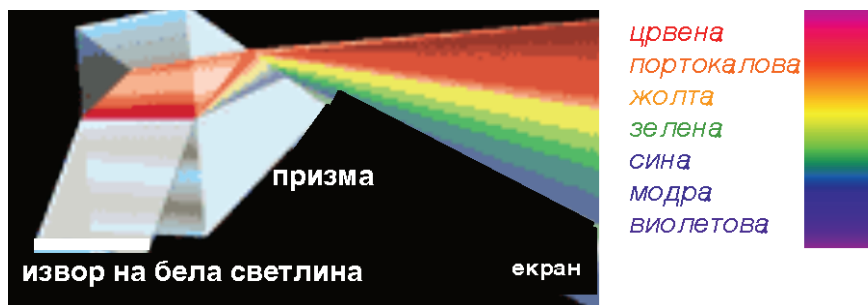
Белата светлина е составена од повеќе бранови должини (бои) кои при интеракција со материја се раздвојуваат или апсорбираат. Секоја боја се прекршува раз-

лично во ист материјал. Белата светлина од лабораториската ламба или од Сонцето дава *континуиран спектар*. Кај него не постои остра граница меѓу боите.

Кога сноп бела светлина минува низ тесна пукнатина и паѓа на стаклена призма (сл. 12.10), екранот позади призмата е покриен со обоена лента во која континуирано преминуваат едно во друго повеќе различно обоени подрачја, почнувајќи од црвеното, преку жолтото, зеленото, синото, па сè до виолетовото. Тоа е *спектарот* на белата светлина. Најостар спектар се постигнува со вртење на призмата, односно кога се постигнува минимум девијација.

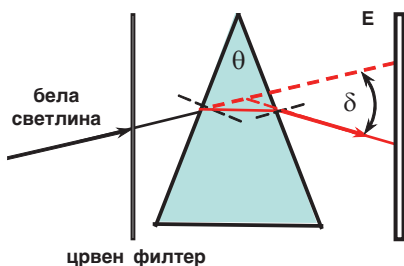
Кога на тесната пукнатина ќе се постави обоено стакло (филтер), на екранот Е (сл.12.11) ќе се набљудува ликот обоен со бојата што се наоѓа на соодветното место од спектарот. Светлинските зраци издво-

ени со помош на стаклена призма, после прекршувањето низ друга, исто таква стаклена призма, повеќе не се разложуваат во обоени ленти.



Ваквото набљудување на И.Њутн покажува дека светлинските зраци со различна бранова должина различно се прекршуваат во стаклената призма. Призмата, пак, ја разложува светлината во спектар според вредноста на индексот на прекршување, кој за просирни материјали со зголемување на брановата должина монотонно се намалува. Затоа *црвената светлина, имајќи помал индекс на прекршување од виолетовата, помалку ќе се отклони поминувајќи низ призма.*

Доколку емитираната светлина е бран со само една бранова должина, за неа велиме дека е *монохроматска*.



Сл. 12.11. Тенка призма

Кај призма со мал агол на врвот θ , ако е таа во воздух, аголот на девијација δ е определен со равенката

$$\delta = (n - 1)\theta, \quad (12.6.1)$$

каде што n е индекс на прекршување на стаклото. Под *агол на девијација* δ кај призмата се подразбира аголот помеѓу зраците на упадната и излезната светлина. Девијацијата за разните бранови должини е различна. Бидејќи при премин воздух – стакло најголема промена во брзината настанува кај виолетовата светлина, таа има најголем индекс на прекршување, па затоа и аголот на девијацијата δ е најголем.

Дисперзијата на белата светлина може да се објасни со фактот што сите зраци во нејзиниот состав не се прекршуваат еднакво низ призмата. Значи, различно обоените зраци имаат различни индекси на прекршување. Најмал индекс на прекршување имаат зраците на црвената, а најголем зраците на виолетовата светлина. Ако се има предвид фактот дека индексот на прекршување зависи од брзината на светлината во супстанцијата, тогаш дисперзијата може да се објасни и со тоа што различните монохроматски зраци низ призмата се шират со различни брзини.

Поради тоа што *индексот на прекршување на просирниот супстанциј* зависи од брановата должина на светлината,

следува дека дисперзијата за нив ќе биде различна.

Појава на континуиран природен спектар на белата светлина од Сонцето е *виножитијо*. Тоа се појавува во услови кога Сонцето е меѓу облаци, а на спротивната страна паѓа дожд. Боите на виножитото се добиени со дисперзија на светлината од илјадници капки вода кои се однесуваат како призми.

Супстанциите чиј индекс на прекршување опаѓа со зголемување на брановата должина на светлината имаат **нормална дисперзија**.

Ако пак индексот на прекршување со пораст на брановата должина на светлината се зголемува, за супстанцијата велиме дека има **аномална дисперзија**. Аномална дисперзија имаат, на пример, безбојните течности во инфрацрвената и ултравиолетовата област. Дисперзија на светлината не може да настане кога светлината поминува низ вакуум.

Спектралната призма, која денес е

основен дисперзионен елемент во спектралните апарати, Њутн за првпат ја применил за разложување на белата светлина и со тоа ги поставил основите на спектроскопијата. Апаратите за визуелно следење на спектарот на светлината се наречени *сјектроскопи*.

☑ Прашања и задачи

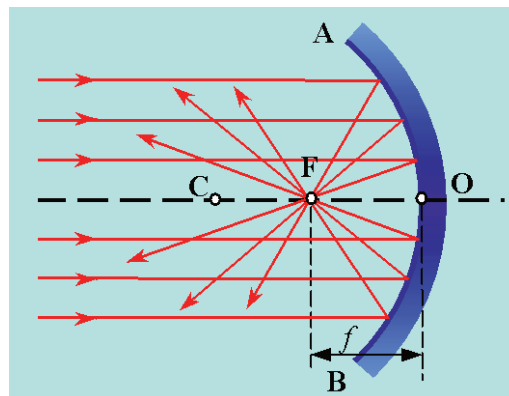
1. Што е дисперзија на светлината?
2. Кога настанува девијација на светлината и од што зависи аголот на девијација δ ?
3. Како се објаснува појавата на виножитото?
4. Два монохроматски снопа со еднаква боја се простираат во средини со различен индекс на прекршување. Притоа снопите имаат еднаква бранова должина или еднакви фреквенции. Што е точно?
5. Можно ли е со стаклена призма да се разложи во спектар инфрацрвеното или ултравиолетовото зрачење?

12.7. СФЕРНИ ОГЛЕДАЛА

Сферните огледала се делови од сферни површини кои правилно ги рефлектираат светлинските зраци. Според обликот на сферната површина од која се рефлектираат зраците огледалата можат да бидат вдлабнати (**конкавни**) и испакнати (**конвексни**).

На секое сферно огледало се разликуваат: **оптички центар на огледалото** C – тоа е центарот на сферата од која е добиено огледалото; **опвор на огледалото** – тоа е тетивата AB ; **теме на огледалото** O – тоа е највдлабнатата, односно најиспакнатата точка на сферната површина (тоа е и средината на огледалото); **главна оптичка оска** – тоа е правата што минува низ оптичкиот центар и темето на огледа-

лото (сл. 12.12).

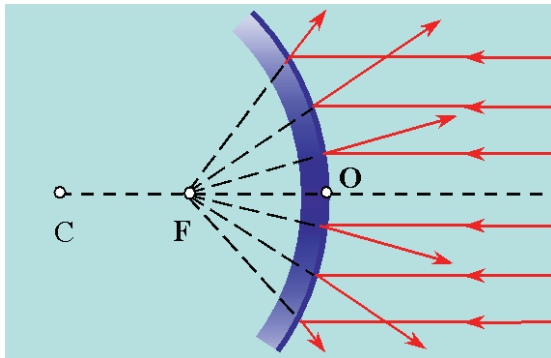


Сл. 12.12. Конкавно огледало

Ако на *конкавно* огледало паѓа снап зраци паралелни со оптичката оска, тие се

рефлектираат така што сите поминуваат низ точката F. Оваа точка лежи на оптичката оска и го дефинира **фокусот** F на огледалото. Растојанието $f = \overline{FO}$ е **фокусното растојание** на огледалото.

Кај **конвексниот** огледало фокус е точката во која се сечат геометриските продолженија на рефлектираните зраци. Имено, сноп зраци паралелни со оптичката оска по рефлексијата од конвексно огледало дивергираат. Продолженијата на сите зраци од дивергентниот сноп се сечат во фокусот што се наоѓа зад конвексното огледало (сл.12.13).



Сл. 12.13. Конвексно огледало

За сферно огледало, кога зраците паѓаат близу до темето O, фокусното растојание е:

$$f = \frac{R}{2}. \quad (12.7.1)$$

Односно, фокусот е на средина помеѓу темето и центарот на кривината на огледалото.

Формирање ликови кај сферно огледало. Равенка на огледало

При конструкцијата на ликови со помош на сферно огледало најчесто се доволни два зрака со познат пат кои поминуваат низ иста точка. Ликот на таа точка се добива во пресечната точка на тие два зра-

ка. Ако ликот се добива во пресек на рефлектираните зраци, тогаш тој е реален, а кога се добива во геометриско продолжение на одбиените зраци, ликот е имагинарен.

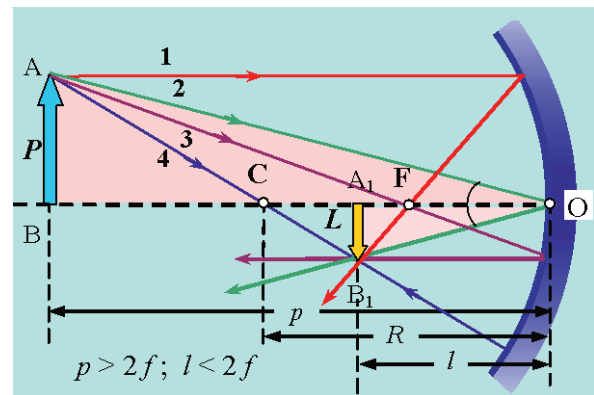
Секогаш е познат патот на следните карактеристични зраци (сл.12.14).

1. Зракот што паѓа кон огледалото паралелно со оптичката оска по одбивањето поминува низ фокусот.

2. Зракот што паѓа под агол α на темето O на огледалото се одбива под ист таков агол.

3. Зракот што поминува низ фокусот по одбивањето е паралелен со оптичката оска.

4. Зракот што поминува низ оптичкиот центар C, бидејќи е нормален на површината на сферата, по одбивањето се враќа по истиот пат.



Сл. 12.14. Карактеристични зраци за конструкција на ликови кај огледалото

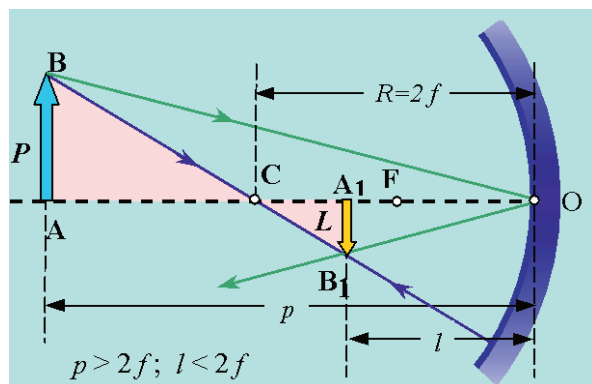
Линиско зголемување M на огледалото се добива како количник од големината на ликот L и големината на предметот P. Од сличноста на триаголниците $\triangle OAB$ и $\triangle OA_1B_1$ на сл. 12.14 следува дека:

$$M = \frac{L}{P} = \left| \frac{l}{p} \right|, \quad (12.7.2)$$

каде што l и p се, соодветно, оддалечено-

ста на ликот и предметот од темето на огледалото.

Врската помеѓу фокусното растојание f , растојанието на предметот и ликот од огледалото е зададена со **равенкајта на огледало**. За да се добие аналитички израз на спомнатата равенка, ќе се послужи́ме со сл. 12.15.



Сл. 12.15. Добивање на реален лик

Од сличноста на триаголниците $\triangle OAB$ и $\triangle OA_1B_1$ следува:

$$\frac{L}{P} = \frac{l}{p}, \quad (12.7.3)$$

а од сличноста на триаголниците $\triangle CAB$ и $\triangle A_1B_1C$ следува:

$$\frac{L}{P} = \frac{2f - l}{p - 2f}. \quad (12.7.4)$$

Со изедначување на десните страни на равенките (12.7.3) и (12.7.4) и по средувањето се добива:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{l} = \frac{1}{f}, \quad (12.7.5)$$

односно имајќи ја предвид равенката (12.7.1), се добива:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{l} = \frac{2}{R}. \quad (12.7.6)$$

Со формулите (12.7.5) и (12.7.6) е прикажана **равенкајта на сферно огледало**.

Кај сферните огледала по договор ќе земеме:

- p и l се **позитивни**, предметот е пред огледалото (реален предмет и слика);
- l е **негативно** ($-$), ликот е позади огледалото (имагинарна слика);
- f и R се **позитивни** ($+$), центарот на кривината е пред огледалната површина (конкавно огледало);
- f и R се **негативни** ($-$), центарот на кривината е позади огледалната површина (конвексно огледало).

Анализирајќи ги растојанијата p и l , се добиваат следните заклучоци:

1. Предметот е на растојание поголемо од R , односно од $2f$. Од равенката (12.7.5) следува: штом $p > 2f$, мора $l < 2f$. Во тој случај, шематски прикажан на сл.12.15, ликот е реален, превртен и намален и на помало растојание од огледалото во однос на предметот.

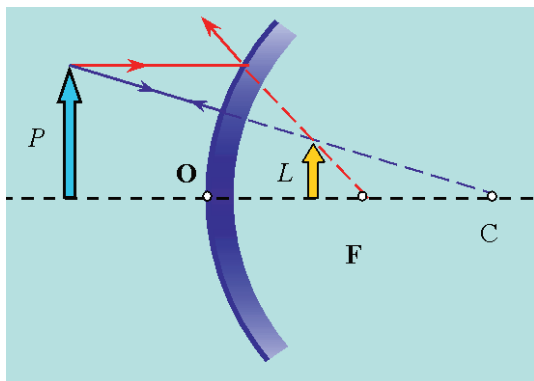
2. Предметот е во центарот на огледалото ($p = 2f$). Од равенката (12.7.5) следува дека и $l = 2f$. Ликот во однос на предметот е реален, превртен, еднаков по големина (линеарното зголемување е $M=1$).

3. Ако $p < 2f$, од равенката (5) следува дека $l > 2f$, а со тоа и $M > 1$. Во тој случај ликот е зголемен, реален и превртен.

5. Предметот е помеѓу фокусот и темето на огледалото, $p < f$. Од равенката (12.7.5) следува дека l е со негативен предзнак, што значи дека ликот е на спротивната страна на огледалото во однос на предметот. Во таков случај ликот е зголемен, исправен и имагинарен.

На сл. 12.16 е прикажана конструкција на имагинарен лик на предметот, добиен со конвексно огледало. Кај овие огледала, кога предметот е пред огледалото, независно од тоа каде е поставен, ликот

секогаш е имагинарен, исправен, намален и се наоѓа меѓу фокусот и темето на конвексното огледало.



Сл. 12.16. Оптичка шема за добивање лик на предмет со испакнатото сферно огледало

Сферните огледала се користат кај направи за осветлување (микроскопот, во медицината за набљудување на грло, нос, уво и око, кај оптички инструменти), кај рефлекторите и фаровите за насочување на светлинските снопови. Огледала се поставуваат на кривините на сообраќајниците, на автомобилите и други транспортни средства за постигнување подобра безбедност во сообраќајот.

Пример 1. Конкавно огледало има фокусно растојание 10 cm. Каде ќе биде ликот на предмет кој од темето на огледалото е оддалечен (а) 25 cm, (б) 10 cm, (в) 5 cm.? Да се определи линиското зголемување на огледалото.

Решение: а) Според условот $f = 10$ cm и $p = 25$ cm од равенката за сферно огледало

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{l} = \frac{1}{f}$$

се добива:

$$\frac{1}{25} + \frac{1}{l} = \frac{1}{10}; \quad l = 16,7 \text{ cm} .$$

Линиското зголемување според (12.7.2) изнесува:

$$M = \frac{l}{p} = \frac{16,7}{25,0} = 0,668 .$$

Ликот е намален и превртен во однос на предметот.

б) Според условот $f = 10$ cm и $p = 10$ cm од равенката за сферно огледало (12.7.5) се добива:

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{l} = \frac{1}{10}; \quad l = \infty$$

$$\text{в) } \frac{1}{5,0} + \frac{1}{l} = \frac{1}{10,0}; \quad l = -10,7 \text{ cm} .$$

Знакот минус покажува дека ликот е имагинарен и е од иста страна со предметот. Линеарното зголемување изнесува:

$$M = \frac{l}{p} = \left| \frac{-10,0}{5,0} \right| = 2 .$$

M покажува дека ликот е два пати поголем од предметот.

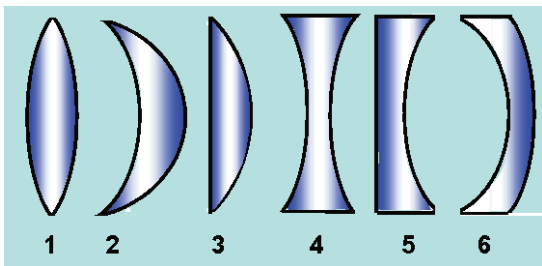
☒ Прашања и задачи

1. Како предмет земете еден квадрат и поставете го помеѓу фокусот и оптичкиот центар на конкавно огледало. Дали повторно ќе добиете квадрат?
2. Свеќа се наоѓа на 60 cm од темето на конкавно огледало. Кога свеќата се помести за 20 cm кон огледалото, растојанието на ликот до огледалото ќе се зголеми за 10 cm. Да се определи фокусното растојание и радиусот на кривината на огледалото.
(Одговор: $f = 20$ cm, $R = 20$ cm)
3. Сноп сончева светлина паѓа на конкавно огледало и одбивајќи се, се собира во точка која е на растојание 35 cm од огледалото. Колкав е радиусот на кривина на огледалото?

(Одговор: 70 cm)

12.8. ОПТИЧКИ ЛЕЌИ

Оптичките леќи се провидни тела ограничени со две, најчесто сферни површини или едната од двете површини е сферна или цилиндрична, а другата сферна или рамна. Леќите се делат на **собирни** и **растурни**. По надворешната форма леќите можат да бидат: 1) двојно испакнати, 2) испакнато-вдлабнати, 3) рамно-испакнати, 4) двојно-вдлабнати, 5) рамно-вдлабнати и 6) вдлабнато-испакнати (сл.12.17).



Сл. 12.17. Видови собирни и растурни леќи.

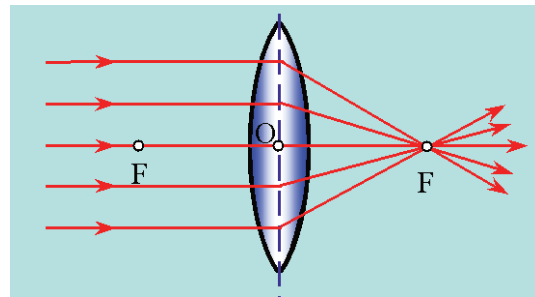
Ако дебелината на леќата е многу помала во споредба со радиусите на кривина на површините кои ја ограничуваат, таа претставува модел за **тешка леќа**. Замислената права која ги поврзува центрите на кривина на леќата се вика **главна оптичка оска**. За секоја тешка леќа постои **оптички центар на леќата** O . Тоа е точка што лежи на главната оптичка оска, и низ неа светлинските зраци поминуваат без прекршување.

Нека со p и l соодветно е означено растојанието од предметот до оптичкиот центар на леќата и од ликот до оптичкиот центар; R_1 и R_2 се радиуси на кривина на предната и задната сферна површина на леќата. За случај кога леќата со индекс на прекршување n е опкружена со вакуум или воздух важи равенката:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{l} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (12.8.1)$$

Ако се земе изворот да е бесконечно далеку, зраците паѓаат паралелно со оптичката оска на леќата и зад леќата се сечат во една точка ($p = \infty, l = f$). Во овој случај растојанието $OF = f$ се вика **фокусно растојание на леќата** (сл. 12.18). Точките кои лежат од двете страни на леќата, на растојание еднакво на фокусното, се викаат **фокуси на леќата**. Ако изворот е во фокусот зад леќата, зраците се паралелни, ликот се наоѓа во бескрајност ($p = OF = f$ и $l = \infty$). Земајќи го тоа предвид, од равенката (12.8.1) се добива:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (12.8.2)$$



Сл. 12.18.

Бидејќи десните страни на равенките (12.8.1) и (12.8.2) се еднакви, **равенката за тешка леќа гласи:**

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{l} = \frac{1}{f}. \quad (12.8.3)$$

Кај леќите, како и кај сферните огледала, по договор ќе земеме:

p е позитивно (+) ако предметот е пред леќата;

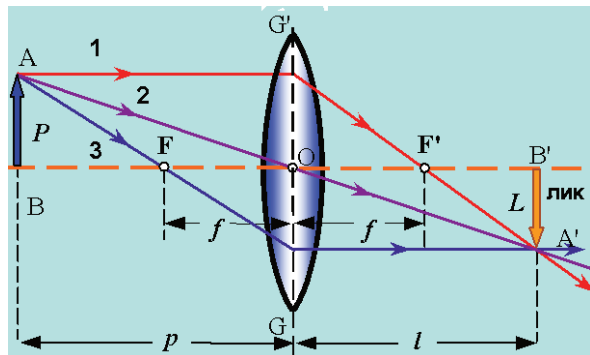
l е позитивно (+), ликот е реален и е позади леќата (од различна страна со предметот);

l е негативно (-), ликот е од истата страна со предметот.

Од сличноста на триаголниците АВО и А'В'О (сл.12.19), следува:

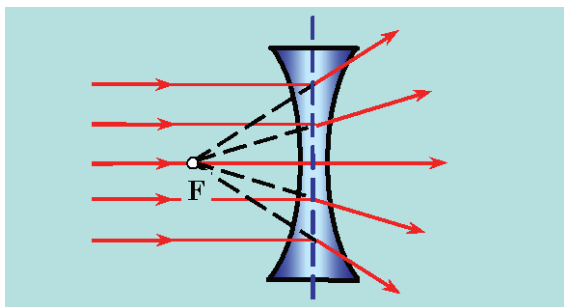
$$M = \frac{L}{P} = \frac{|l|}{p} . \quad (12.8.4)$$

Количникот од линиските димензии на ликот L и линиските димензии на предметот P се вика **линиско зголемување на леќата** M .



Сл. 12.19. Формирање лик со собирана леќа

Сној паралелни зраци којшто е паралелен со оптичката оска го поминувањето низ растурна леќа дивергира (сл. 12.20). Во продолжението на зраците од дивергентниот сноп се добива пресечна точка F што лежи на оптичката оска. Оваа точка го дефинира имагинарниот (нереален) фокус на растурната леќа. *Растурните леќи имаат негативно фокусно растојание.*



Сл. 12.20. Дивергентен сноп на светлина од растурна леќа

Пример 1. Колкаво е фокусното растојание на планконвексна леќа со $n=1,5$ која се наоѓа во воздух.

Решение: Кај планконвексна леќа едната страна е рамна, радиусот на кривина на таа страна е $R = \infty$. За фокусното растојание на тенка леќа се добива:

$$\frac{1}{f} = (1,5 - 1) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\infty} \right) = \frac{1}{2R} ,$$

или $f = 2R$. Тоа значи, помеѓу f и R нема постојан однос, што не е случај и за огледалата.

Без разлика дали радиусите на кривината се еднакви или не, двете фокусни растојанија еднакво се оддалечени од леќата. Меѓутоа, ако леќата е опкружена со две различни средини, тогаш фокусните растојанија на леќата се различни.

Покрај фокусното растојание, карактеристична величина на секоја леќа е и нејзината **оптичка јачина**. Таа е дадена со равенката:

$$\frac{1}{f} = J . \quad (12.8.5)$$

Единица за оптичка јачина на леќата е **диоптер** (dpt). Оптичка јачина од еден диоптер има леќа чие фокусно растојание изнесува еден метар: $1 \text{ dpt} = \text{m}^{-1}$. Леќа што има позитивна оптичка јачина ($J > 0$) е собирана, а растурната леќа има негативна јачина ($J < 0$).

Конструкција на ликови кај леќите. Светлинскиот зрак кој поминува низ леќата, според законите за прекршување, се прекршува на двете гранични површини. Меѓутоа, ако леќата е тенка, при конструкција на ликови постапката се упростува. Имено, прекршувањето на двете гранични површини е заменето со прекршување на една рамнина која поминува низ оптичкиот центар на леќата, а е нормална на главната оптичка оска. Оваа

рамнина се вика *главна рамнина на прекршување* (GG' на сл. 12.19). Оддалеченоста на предметот и ликот, како и фокусните растојанија, се мерат од оваа рамнина.

Со цел да се определи положбата и природата на ликот, наједноставно е да се користат следниве зраци (сл. 12.19):

1) зракот што е паралелен со главната оптичка оска - по прекршувањето низ леќата поминува низ вториот фокус на леќата;

2) зракот што поминува низ оптичкиот центар O - не се прекршува;

3) зракот што поминува низ првиот фокус - по прекршувањето низ леќата излегува паралелно на главната оптичка оска.

Анализирајќи ги растојанијата p и l , за собирана леќа се добиваат следните заклучоци:

1) Ако предметот се наоѓа на растојание поголемо од $2f$, тогаш ликот се наоѓа меѓу $2f$ и f од другата страна на леќата. Ликот е реален, превртен и намален.

2) Предметот е на растојание меѓу $2f$ и f , ликот се формира на растојание поголемо од $2f$. Ликот е реален, превртен и зголемен.

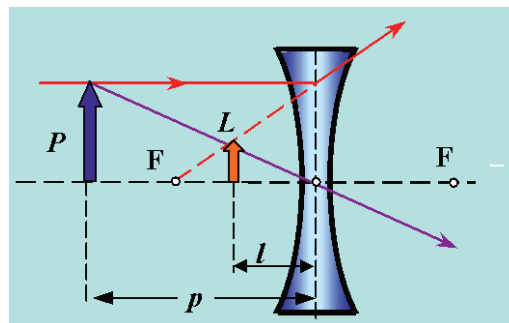
3) Предметот е на растојание $2f$, ликот е на растојание $2f$. Ликот е реален, превртен и еднаков по големина со предметот.

4) Ако предметот е во фокусот, ликот е во бесконечност, не се добива лик, зраците се паралелни.

5) Предметот се наоѓа помеѓу фокусот и леќата ($p < f$), ликот се формира од иста страна на леќата со предметот. Тој е имагинарен, исправен и зголемен (види лупа). Имагинарниот лик не може да се добие на екран, но може да се гледа со око.

Независно од положбата на предметот, сите ликови што се формираат со растурната леќа се имагинарни, исправени и се од иста страна на која е предметот, и

тоа помеѓу фокусот и леќата (сл. 12.21).



Сл. 12.21. Формирање лик кај растурна леќа

Пример 2. Предметот е поставен 10 cm пред собирана леќа со фокусно растојание 15 cm. Каде се наоѓа ликот и колкаво е линеарното зголемување на леќата?

Решение: Да ја земеме равенката (12.8.3) и во неа $p = 10$ cm и $f = 15$ cm. Се добива:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}; \quad \frac{1}{l} = \frac{1}{15} - \frac{1}{10,0} = -\frac{1}{30}; \quad l = -30 \text{ cm}.$$

Негативниот знак покажува дека ликот е од иста страна со предметот и е имагинарен. Зголемување изнесува:

$$M = \left| \frac{l}{p} \right| = \left| \frac{-30}{10} \right| = 3,0.$$

M покажува дека ликот е 3 пати зголемен.

☒ Прашања и задачи

1. Пред собирана леќа со фокусно растојание 10 cm е поставен предмет на растојание: а) 30,0 cm, б) 10,0 cm, в) 5,0 cm од леќата. Да се определи за секој пример на кое растојание од леќата е ликот и соодветното линиско зголемување.

[Одговор: а) $l = 15,0$ cm; $M = 0,5$;

б) ликот е во бесконечност;

в) $l = -10,0$ cm; $M = 2,0$]

12.9. ОПТИЧКИ ИНСТРУМЕНТИ

Оптичките инструменти се оптички системи, составени од леќи, призми, огледала и др. а сите заедно чинат една целина. Наједноставен оптички инструмент е лупа. Ако зголемувањето со една леќа како што е лупата не задоволува, се користи микроскоп.

Лупа. Како лупа може да се искористи секоја собирна леќа или систем од повеќе леќи со мало фокусно растојание.

Кога предметот се гледа со голо око, големината на сликата што се формира врз мрежницата на окото зависи од аголот под кој се гледа предметот. Кога предметот се приближува кон окото, аголот под кој се гледа предметот расте и врз мрежницата се создава поголема слика. Аголот достигнува максимална вредност α_0 кога предметот од окото е на **расстојание на јасно гледање** ($D = 25$ cm). Ако предметот е на помало растојание од ова, окото не може да се фокусира. Меѓутоа, кога пред окото се постави **лупа**, предметот може да се приближи повеќе и аголот под кој се гледа ќе стане поголем од α_0 .

Ако предметот е меѓу фокусот и лупата, но поблиску до фокусот F , се добива зголемен, исправен и имагинарен лик кој е од истата страна со предметот (сл. 12.22а). При поместување на предметот од фокусот F кон лупата имагинарниот лик исто така се приближува кон леќата. Аголот α е максимален кога имагинарниот лик е на растојание на јасно гледање. Предметот и неговиот имагинарен лик повеќе не може да се приближуваат затоа што окото не може да се фокусира.

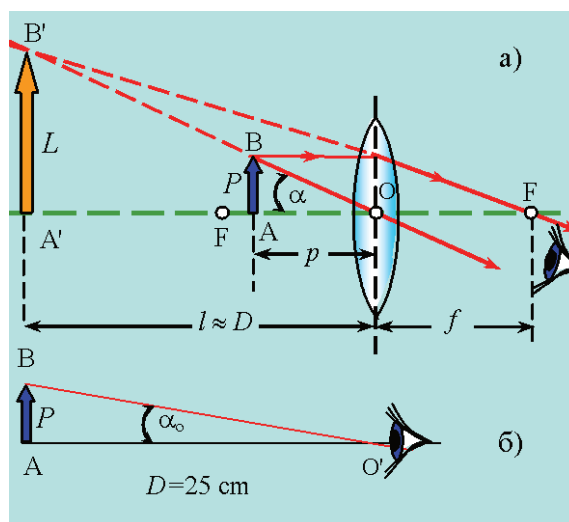
Аголниото зголемување m на лупата се дефинира како количник од аголот α , под кој предметот се гледа со лупа, и видниот агол α_0 , под кој предметот поставен на растојание на јасно гледање D се гледа

со голо око:

$$m = \frac{\alpha}{\alpha_0}, \quad (12.9.1)$$

односно
$$m = 1 + \frac{D}{f}. \quad (12.9.2)$$

Кога имагинарниот лик е на растојание на јасно гледање, **зголемувањето е максимално.**



Сл. 12.22. Оптичка шема на лупа.

Здравото око може да го фокусира ликот кога тој се наоѓа на растојание на јасно гледање, па сè до бесконечност (сл. 12.22б). Кога предметот е близу до фокусот ($p \approx f$), ликот е во бесконечност, па окото не се напрега:

$$\alpha_0 \approx \frac{AB}{D}; \quad \alpha \approx \frac{AB}{f}; \quad m = \frac{\alpha}{\alpha_0} = \frac{D}{f}. \quad (12.9.3)$$

Бидејќи ликот може да се види помеѓу растојание на јасно гледање и бесконечност, зголемувањето на лупата се движи во границите определени со равенките (12.92) и (12.9.3).

Пример 1. Колкаво е максималното зголемување на лупа со фокусно растојание $f=10$ cm, а колкаво е зголемувањето на истата лупа кога окоото е ненапрегнато?

Решение: Зголемувањето на лупата ако $f=10$ cm изнесува:

$$m = 1 + \frac{25}{f} = 1 + \frac{25}{10} = 3,5 .$$

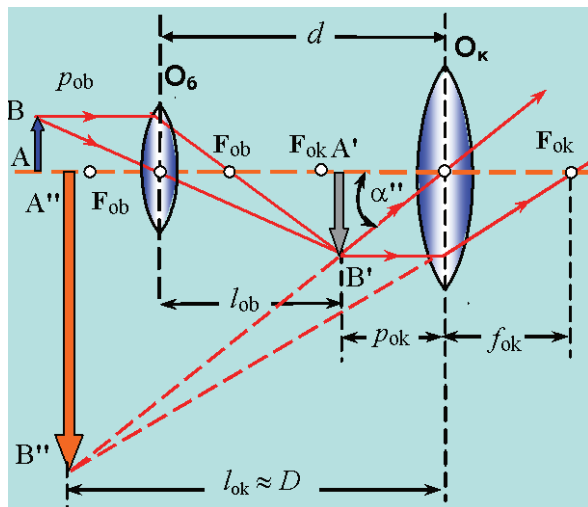
Ако окоото е ненапрегнато, сликата е во бесконечност и важи равенката (12.8.3):

$$m = \frac{25}{f} = \frac{25}{10} = 2,5 .$$

Зголемувањето на оваа лупа се движи во границите меѓу 3,5 и 2,5 пати.

Оптички микроскоп. За да се добие поголемо зголемување отколку со лупата, се користи оптички микроскоп. Оптички делови на микроскопот се: окулар, објектив и систем за осветлување на предметот.

Објективот (леќата близу до предметот) е со мало фокусно растојание f_{ob} , а окуларот (леќата близу до окоото) е со поголемо фокусно растојание f_{ok} . Двете леќи имаат заедничка оптичка оска и се поставени на растојание d .



Сл. 12.23. Добивање слика со оптички микроскоп

Принципот на формирање зголемен лик со микроскоп, прикажан на сл.12.23, е следниов: набљудуваниот предмет АВ е поставен на растојание малку поголемо од фокусното растојание на објективот, при што се формира зголемен, реален и превртен лик А'В' на предметот. Овој лик служи како предмет за окуларот кој се користи како лупа. Ликот А'В' треба да се формира меѓу окуларот и неговиот фокус, и тоа поблиску до фокусот F_{ok} . Притоа се формира имагинарен, зголемен и превртен лик А''В'' во однос на предметот.

Може да се покаже дека зголемувањето на микроскопот е производ од зголемувањето на објективот и окуларот. Ликот А'В' што се добива од објективот има линеарно зголемување m_{ob} .

Растојанието d меѓу објективот и окуларот може да се избере така што ликот А''В'' се наоѓа на растојание на јасно гледање или во бесконечност (како и при лупата). Кога А''В'' е во бесконечност, окуларот работи како лупа со. $m_{ok} = D / f_{ok}$, каде што D е растојание на јасно гледање. Па за вкупното зголемување на микроскопот се добива:

$$M = m_{ob} m_{ok} . \quad (12.9.3)$$

Кога фокусните растојанија на окуларот и објективот се многу помали во споредба со растојанието d меѓу објективот и окуларот, може да се земе:

$$M \approx \frac{d}{f_{ob}} \frac{D}{f_{ok}} . \quad (12.9.4)$$

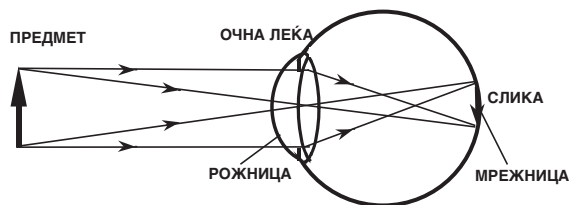
Вкупното зголемување на микроскопот M кога окоото е ненапрегнато, е производ од линеарното зголемување на објективот и окуларот.

При работа со микроскоп треба да се знае дека секогаш се користи поголемо зголемување на објективот од окуларот. Меѓутоа, поради брановите својства на светлината, зголемувањето е ограничено.

12.10. ОПТИЧКИ НЕДОСТАТОЦИ НА ЛЕЌИТЕ И ОКОТО

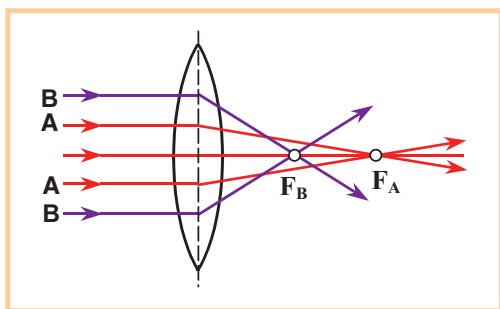
Човечкото око, иако како орган достигнува највисок еволутивен развој, не е напoлно совршен оптички систем. Оптичкиот систем на окoтo подлежи на низа недостатоци карактеристични за леќите. Такви се, на пример, сферна аберација, хроматска аберација, астигматизам итн.

Окoтo е центриран оптички систем кој дејствува како собирна леќа чија оптичка оска е определена од оптичките центри на рожницата и очната леќа. Меѓутоа, за поедноставна конструкција на ликовите се зема само една рамнина на прекршување. Така моделираното око се вика **редуцирано око** (сл.12.24).



Сл. 12.24. Шематски приказ на редуцирано око

Сферната аберација е резултат од дебелината на леќата која, практично, никогаш не е идеално тенка.



Сл. 12.25. Сферна аберација

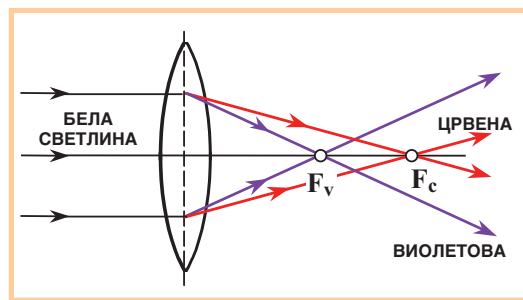
Кога постои сферна аберација, зраците паралелни со оптичката оска по поминувањето низ леќата не се фокусираат во една точка. Зраците кои се близу

до оптичката оска по прекршувањето се фокусираат во F_A , а периферните зраци, кои се подалеку од оптичката оска, се прекршуваат повеќе и се фокусираат во точка која лежи поблиску до оптичката леќа F_B (сл. 12.25). На тој начин зад леќата се образува систем од фокуси ограничен меѓу два крајни фокуса, F_A и F_B , ликот на предметот е нејасен.

Сферната аберација се намалува со комбинација на леќи. Намалувањето на сферната аберација се постигнува и со примена на дијафрагма која ги опфаќа само зраците што се близу до оптичката оска, но притоа се намалува и интензитетот на светлината.

Кај окoтo сферната аберација е мала и се регулира со промена на дијаметарот на зеницата. Кога со лекови ќе се рашири зеницата, во окoтo влегува широк сноп светлина, па окoтo не може да гледа јасно.

Хроматската аберација е резултат од зависноста на индексот на прекршување од брановата должина на упадна светлина.



Сл. 12.26. Хроматска аберација

Поради различното прекршување, при дисперзијата на светлината доаѓа до добивање различни фокуси за разни бранови должини на светлината. Ликот добиен со ваква оптичка леќа има обоени рабови.

Бидејќи индексот на прекршување на супстанциите зависи од брановата дол-

жина на светлината, и фокусното растојание на леќата ќе зависи од индексот на прекршување.

Кога на леќата ќе падне паралелен сноп на полихроматска светлина, поради различното прекршување на одделните бранови должини се добиваат повеќе фокуси. Бидејќи виолетовата светлина најмногу се прекршува, најмалото фокусно растојание ќе биде за виолетовата, а најголемото за црвената бранова должина, која најмалку и се прекршува (сл. 12.26).

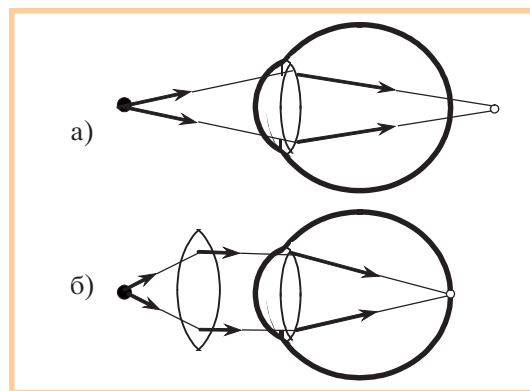
Бидејќи окото е различно осетливо на различните бранови должини на белата светлина, хроматската аберација е незначителна. Окото е најосетливо на жолто-зелената боја, па црвените и виолетовите рабови на сликата, кои се резултат од хроматската аберација, не ги забележува.

Грешките кај окото, кои се резултат на дифракција на светлината, најмногу доаѓаат до израз кога зеницата на окото ќе се намали како точка.

Доколку окото може да се акомодира на гледање блиски и далечни објекти, станува збор за нормално (*емиџројно*) око. Нормалното око на бесконечно оддалечените предмети создава слика на мрежницата (види сл.12.24).

Ако најоддалечената точка на јасно гледање не е во бесконечност и оптичкиот систем на окото поседува грешки, велиме дека окото е *амеџројно*. Разликуваме два вида аметропија: далековидност и кратко-видност

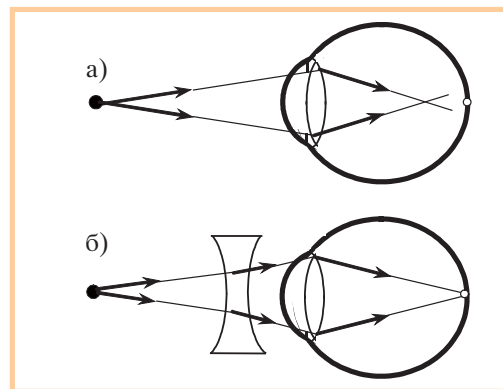
1. Далековидосѝ. Кога окото подобро ги гледа далечните објекти се вели дека тоа е хиперметропно. Неговата најоддалечена точка на јасно гледање, наместо во бесконечност, лежи на конечно растојание. Окото е прекратко, па во акомодационен мир кај таквото око зраците се фокусираат зад мрежницата (сл. 12,27а). Кај ова око најблиската точка на јасно гледање е многу подалеку отколку кај нормално око за кое таа е $D = 25 \text{ cm}$.



Сл. 12.27. Далековидо око

За корекција на видот на такво око се користат собирни леќи (сл. 12.27б).

Краџковидос (миоџиа). Окото е предолго, па во акомодационен мир зраците ги фокусира пред мрежницата (сл. 12.28а). Затоа, окото во акомодационен мир ги гледа само блиските предмети. Најблиската точка на јасно гледање е на помала оддалеченост отколку кај нормалното око, ($D < 25 \text{ cm}$). За корекција на видот кај вакво око се користат растурни леќи (сл. 12.28б).



Сл. 12.28. Кратковидо око

Очилата со собирни леќи имаат јачина изразена со позитивни диоптри ($J = +0,5 \text{ dpt}$; $+2 \text{ dpt}$), а очилата со растурни леќи имаат јачина со негативни диоптри (-5 dpt ; -3 dpt).

РЕЗИМЕ

– Аголот α под кој зракот паѓа е еднаков со аолот α' под кој светлинскиот зрак се рефлектира,

$$\alpha = \alpha'.$$

– Снелиус-Декартовиот закон:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \text{const.},$$

со v_1 и v_2 се означени брзините на светлината во средината 1, односно во средината 2.

– Равенката за сферно огледало гласи:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{l} = \frac{2}{R}; \quad R = 2f$$

– Равенката за тенка леќа гласи

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{l} = \frac{1}{f},$$

каде што p и l се, соодветно, растојанието од предметот и ликот.

– Ако се познати радиусите на кривината на леќата и нејзиниот индекс на прекршување на материјалот од кој е на-

правена леќата важи равенката:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

– Линеарно зголемување на леќата M . е количник од линиските димензии на ликот L и линиските димензии на предметот P :

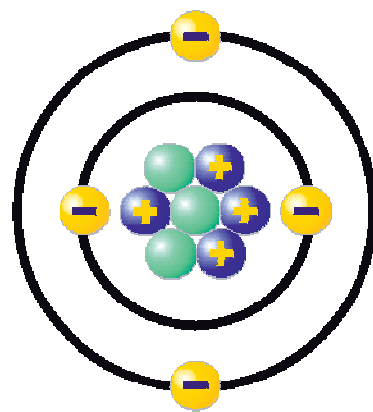
$$M = \frac{L}{P} = \frac{|l|}{p}.$$

– Кога имагинарниот лик е на растојание на јасно гледање, зголемувањето на лупата е максимално и изнесува:

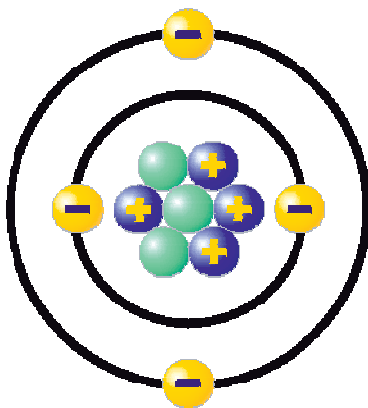
$$m = 1 + \frac{D}{f}.$$

Вкупното зголемување на микроскопот е:

$$M = m_{ob} m_{ok}.$$



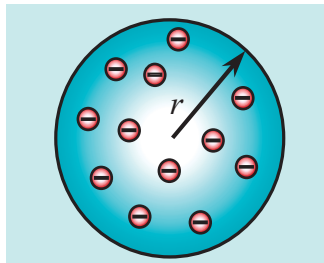
13. АТОМСКА ФИЗИКА



13.1. Модели на атомот.....	257
13.2. Боров модел на атомот	259
13.3. Рендгенски зраци	262
13.4. Луминисценција	264
13.5. Ласери и нивна примена.....	266

13.1. МОДЕЛИ НА АТОМОТ

До почетокот на XX век, врз основа на многубројни експерименти се насобраа голем број сознанија дека атомот не е најмалата неделива честица на материјата и дека тој се состои од позитивно и негативно наелектризирани честици. На тоа укажуваат откријата како што се катодните и каналните зраци како сноп од позитивни и негативни честици, јонизацијата, природната радиоактивност, термоелектронската емисија, фотоелектричниот ефект. Затоа неминовно се поставува и прашањето: *Каква е градбата на самиот атом?*



Сл. 13.1. Модел на атомот според Томсон

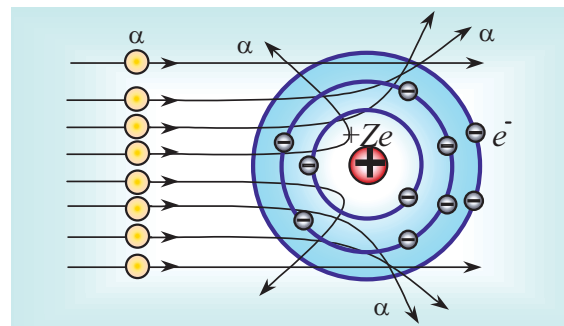
Со цел да се определат физичките карактеристики на атомот (големината, структурата, полнежот, енергијата) и неговата градба, атомот се прикажува со помош на модели. Еден од првите модели е *Томсоновиот модел на атомот* (сл. 13.1), предложен во 1903 год. од Ј. Томсон. Според овој модел атомот е сфера од позитивно количество електричество, во која се расфрлени негативни електрони, слично како суво грозје во пудинг.

Според овој модел електроните осцилираат околу своите рамнотежни положби. Со цел да се објасни механизмот на емисија на електромагнетното зрачење од

страна на атомот, атомот се третира како линеарен хармониски осцилатор. Со овој модел може да се објасни електричното празнење низ гасовите, електролизата.

Меѓутоа, цврсти докази во расветлувањето на структурата на атомот се добиени со експериментите на Е. Радерфорд.

Планетарен модел на атомот. Врз основа на експерименталните резултати добиени при расејување на α -честици (двојно јонизирани атоми на хелиум, He^{++}) од тенки ливчиња од злато, поткрепени со теориските пресметувања, Е. Радерфорд во 1911 година го предложил првиот експериментален модел на атомот, познат како *планетарен модел*, *јадрен (нуклеарен) модел на атомот* (бидејќи од него првпат се споменува атомското јадро).



Сл. 13.2. Патеки на расеаните α -честици при минување покрај еден од атомите на тенко метално ливче од злато

Од експериментите се изведуваат следниве заклучоци:

- Најголем број од α -честиците поминуваат низ ливчето од злато без отклонување. Тоа значи дека во атомите има големи празнини;

– Могу мал е бојот на α -честиците кои при минувањето низ тенкото ливче злато се отклонуваат под агол од 90° или поголеми агли. Ваквото однесување е поврзано со просторниот распоред на електричните полнежи на атомот.

Нема сомнеж дека промената на правецот на движењето на α -честиците е резултат на нивното заемнодејство со позитивните електрични полнежи во атомот.

Врз основа на експерименталните резултати, Е. Радерфорд дошол до сознание дека секој атом се состои од позитивно наелектризирано јадро чиј полнеж е $+Ze$ (Z – реден број на елементот во Менделеевиот периоден систем, e – елементарен електричен полнеж), а по затворени орбити се движат електроните.

Ако електроните влегуваат во составот на атомите, а атомот е електронеутрален, следува заклучокот дека *позитивното количество електричество во атомот треба да е еднакво со негативното количество електричество*. т.е. околу јадрото кружат Z електрони.

Според пресметките, радиусот на атомското јадро е $\sim 10^{-15}$ m (атомот има радиус $\sim 10^{-10}$ m). Бидејќи е мала веројатноста α -честиците на својот пат да го погодат малото атомско јадро (слично како да погодите оловни сачми во голем куп сено), најголемиот дел поминуваат низ тенкото ливче. Масата на електроните претставува сосема мал дел од масата на јадрото. *Тоа значи, може да се земе дека целокупната маса на атомот е сконцентрирана во неговото јадро.*

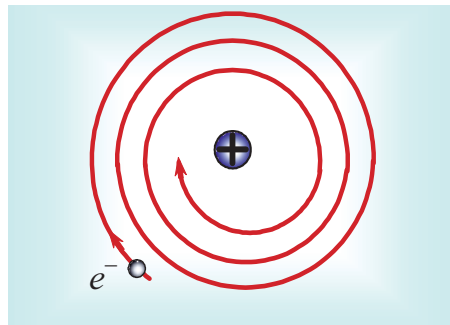
Според законите на класичната физика, Радерфордовиот модел на атомот може да биде стабилен само ако електронот со маса m_e и полнеж e се движи околу јадрото по кружна патека со радиус r . Центрипеталното забрзување што го има електронот е насочено кон центарот на круж-

ницата, јадрото и електронот заемнодејствуваат со Кулоновата сила, така што Вториот Њутнов закон може да се запише:

$$\frac{m_e v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2} . \quad (13.1.1)$$

каде што v е линиска брзина на електронот, ϵ_0 е диелектрична константа на вакуум, Ze е електричен полнеж на јадрото. Во последната равенка двете непознати, радиусот r и линиската брзина v , можат да имаат бесконечно многу вредности, односно r и v се менуваат континуирано, така што при премин на електронот од една на друга орбита може да се зрачи која било енергија, т.е. спектрите на атомите би требало да бидат континуирани. Но реално, експериментите покажуваат дека атомите имаат линиски спектри карактеристични за секој елемент.

Според законите на класичната електродинамика, електронот движејќи се забрзано, ќе мора да емитира електромагнетни бранови, а со тоа се намалува и неговата енергија. Поради губењето на енергијата, електронот не би можел да се движи по орбита со константен радиус, така што радиусот постепено ќе се намалува и електронот би требало да падне врз атомското јадро што противречи на опитите (сл. 13.3).



Сл. 13.3

Независно од тоа што моделот на Радерфорд е чекор напред во врска со идејата за градбата на атомот, сепак така замислениот модел има повеќе недостатоци. Тој не можел да се вклопи во рамките на класичната физика. Претпоставката за движење на електроните по кружни орбити Радерфорд ја дал поради тоа што само под таков услов тие можат да се наоѓаат на определени растојанија од атомското јадро. Кога електроните би мирувале, би биле привлечени од јадрото, а со тоа атомот би престанал да постои како таков.

Иако според Радерфордовиот модел на атомот, може да се оствари некоја стабилност на атомот, сепак многу прашања на кои со овој модел не може да се даде одговор останале нерешени. Со овој модел не можеше да се објасни добивањето на линиските спектри, како и други појави во врска со емисијата и апсорпцијата на електромагнетното зрачење.

Овие противречности јасно покажуваат дека законите за микросветот не се исти со оние што важат за макросветот.

✓ Прашања и задачи

1. Зошто се воведуваат моделите на атомот?
2. Кои својства на атомот може да се објаснат со планетарниот модел?
3. Дали законите на класичната физика важат и за микросветот?
4. Како Радерфорд ја објаснува стабилноста на атомот?

Н. Бор (Niels Henrik Bohr, 1885–1962). По завршување на студиите извесно време работи со Џ. Џ. Томсон, а потоа и со неговиот учител Е. Радерфорд. Во 1922 година за резултатите од областа на теоријата за структурата на атомот, добил Нобелова награда.

13.2. БОРОВ МОДЕЛ НА АТОМОТ

Н. Бор ја задржува основната идеја за планетарниот модел на атомот, но во него воведува квантување. При формулирање на моделот Бор се раководи од квантните претстави за емисија и апсорпција на зрачењето, предложени од Планк и Ајнштајн, но воведува и определени претпоставки кои немаат основа во класичната физика.

Бор во 1913 год. ја предложил теоријата која се применува не само на најпростиот атом – атомот на водородот, но и на водородосличните атоми, кои се состојат од атомско јадро со електричен полнеж Ze и еден електрон околу јадрото. Такви системи се јоните на He^+ , Li^{2+} , Be^{3+} и други. Бор без каков било доказ ги предложил следниве квантни постулати:

Прв Боров постулат (постулат за

стационарните состојби) Од бесконечниот број електронски орбити, кои се можни според класичната физика, постојат само строго определени орбити со определени енергии. Овие единствено можни орбити се наречени **стационарни орбити**.

Кога електронот се движи по стационарни орбити не емитува електромагнетно зрачење, без разлика што се движи забрзано. Таквите состојби на атомот каде енергијата е непроменета се независни од времето и се наречени **стационарни состојби**;

Втор Боров постулат (правило за квантување на орбитите) Постојат само оние стационарни орбити на електронот за кои моментот на импулсот на електронот, кој е рамен на производ од неговиот импулс $p = mv$ и радиус r , е квантувана

величина, т.е. добива само определени дискретни вредности:

$$m_e v_n r_n = n \frac{h}{2\pi}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (13.2.1)$$

каде што m_e е маса на електронот, v_n е брзина по n -та орбита со радиус r_n , h е Планкова константа, n е цел позитивен број постојна наречен **главен квантен број**.

Трет Боров постулат (правило за фреквенциите) При премин на атомот од една стационарна состојба со енергија E_n во друга стационарна состојба со енергија E_m тој емитува или апсорбира еден квант енергија hf , така што тој квант е еднаков на разликата на енергијата од овие две состојби.

При $E_n > E_m$ атомот емитува фотон со енергија

$$hf_{nm} = E_n - E_m. \quad (13.2.2)$$

Во оваа формула f_{nm} е фреквенција на емитуваниот фотон или, како што уште се вели, *фреквенција на преминот* од состојба n во состојба m . Ваквите премини се познати како **квантни премини**.

За да премине атомот од состојба со помала енергија E_m , во состојба со поголема енергија E_n потребно е тој да апсорбира фотон со енергија $hf_{mn} = E_n - E_m$.

Боровата теорија лесно и достапно ги опишува движењето на електроните околу атомското јадро и емисијата и апсорпцијата на енергијата кај атомите. Сепак, набраните експериментални факти, особено кај атомите со сложена структура, не можеле да се објаснат со Боровата теорија. Една од основните причини за неуспехот на Боровата теорија е тоа што таа не е ниту доследно квантна, ниту доследно класична; од една страна се применуваат правилата за квантување, а од друга страна се смета дека движењето на електронот се покорува на класичните закони.

Неминовно беше прашањето: Дали е можно со користење на Боровите постулати да ги определиме радиусите на стационарните орбити, линиската брзина на електроните и енергијата на водородниот атом?

Да претпоставиме дека постои атом составен од јадро со полнеж Ze и еден електрон. При рамномерното движење на електронот по n -та стационарна орбита со радиус r_n е задоволен класичниот услов:

$$\frac{m_e v_n^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r_n^2}, \quad (13.2.3)$$

каде што m_e е маса на електронот, v_n е негова линиска брзина, ϵ_0 е диелектрична константа на вакуумот.

Дозволените кружни орбити на електронот се определени со квантни услов, даден со вториот Боров постулат:

$$m_e v_n r_n = n \frac{h}{2\pi}. \quad (13.2.4)$$

Бидејќи во равенките (13.2.3) и (13.2.4) постојат само две непознати величини, можно е од нив да се определат брзината v_n и радиусот r_n .

За атомот на водородот ($Z = 1$) првата стационарна орбита ($n = 1$) има најмал радиус. Тој изнесува:

$$a_0 = r_1 = \frac{\epsilon_0 h^2}{e^2 m_e \pi}. \quad (13.2.5)$$

Величината a_0 е наречена **Боров радиус**. Според Боровиот модел, електронот кај атомот на водородот може да се движи по кружни орбити само со определени радиуси. Радиусите $r_1, r_2, \dots, r_n$ претставуваат радиуси на првата, втората, третата, $\dots$, n -тата Борова орбита.

Радиусите на стационарните кружни

орбити на електронот кај атомот на водородот меѓу себе се однесуваат како квадратите на природните цели броеви:

$$r_1 : r_2 : r_3 : \dots r_n = 1^2 : 2^2 : 3^2 : 4^2 : \dots n^2$$

За енергијата на атомот се добива:

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \quad n = 1, 2, \dots \quad (13.2.6)$$

Равенката покажува дека енергијата на електронот (заедно со него и на атомот) е квантизувана т.е. допуштени се само некои вредности на енергијата. Негативната вредност за енергијата покажува дека постои сврзан систем: јадрото и електронот формираат атом.

Атомот може да се најде во различни енергетски состојби кои се определуваат со целите (квантни) броеви n . Енергијата на слободниот електрон не е квантизувана.

Најмалата можна енергија на атомот одговара на **основната состојба** каде $n = 1$. Состојбите со $n > 1$ имаат поголема енергија, и тоа се **возбудени состојби на атомот**.

Со користење на третиот Боров постулат равенката за фреквенцијата гласи:

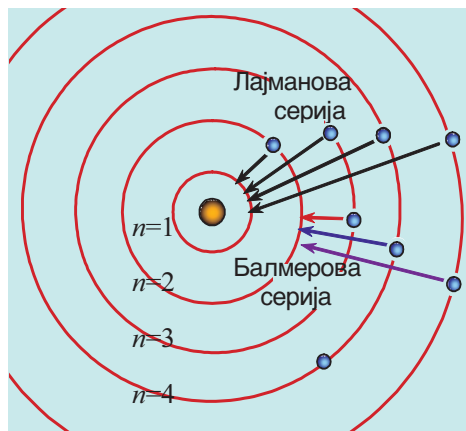
$$f = cR \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad m < n. \quad (13.2.7)$$

каде што R е т.н. Ридбергова константа

Пресметаните фреквенции, односно бранови должини, на спектралните линии во спектарот на атомот на водородот, според равенката (7) напълно се сложуваат со експериментално определените вредности. Тоа беше и сигурен доказ што ја потврдуваше исправноста и применливоста на Боровата теорија при објаснување на спектарот на водородот.

Наведената Борова релација овозможува едноставно графички да се прикаже настанувањето на спектралните линии и закономерноста на спектралните серии кај

атомот на водородот (сл. 13.4).



Сл.13.4. Шематски се прикажани можните кружни орбити на електронот кај атомот на водородот

Иако со овој модел на атомот може да се објаснат спектрите на атомот на водородот останаа низа нерешени проблеми. Најголем недостаток на Боровата теорија се наоѓа во нејзината внатрешна противречност: ниту е доследно квантна ниту е доследно класична теорија.

☒ Прашања и задачи

1. Како гласат Боровите постулати?
2. За кои атоми се применува Боровиот модел?
3. Кои се недостатоците на Боровиот модел на атомот?
4. Дали енергијата на слободните електрони е квантувана?

Побарајте ја на интернет веб страната :

<http://www.n-t.org/ri/br/sf05.htm>

13.3. РЕНДГЕНСКИ ЗРАЦИ

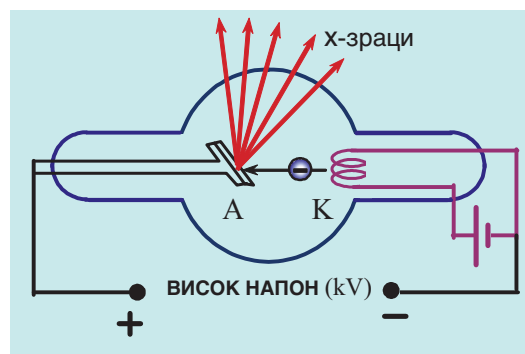
Рендгенските зраци претставуваат електромагнетни бранови со многу мала бранова должина (од 10 до 10^{-4} nm). Денес со примена на современи акцелератори на електрони областа на рендгенските зраци е проширена. Во спектарот на електромагнетно зрачење рендгенските зраци на страната на поголемите бранови должини се граничат со ултравиолетовите зраци, додека на страната на помалите бранови должини се прекриваат со γ – зраците.

Изуучувајќи ги појавите на електрично празнење В. Рентген во 1895 год. забележал луминисцентно светење иако цевка за празнање се наоѓала затворена во кутија, непрозрачна за видливата светлина. Се покажало дека светењето постоело и кога помеѓу цевката и кристалот се наоѓала црна хартија, тенка дрвена плоча.

Веднаш по откривањето на X – зраците, В.Рентген забележал дека зраците, освен што предизвикуваат луминисценција, имаат многу слични особини со светлинските зраци. На пример, се шират праволиниски, фрлаат остра сенка на предметите поставени на нивниот пат, дејствуваат врз фотографската емулзија, одделуваат фотоелектрони од металните површини. Како и сите електромагнетни бранови, рендгенските зраци не се отклонуваат во електрично и магнетно поле. Но според некои особини, рендгенските зраци битно се разликуваат од светлинските зраци. Тие се невидливи, имаат голема пробивна способност, не е можно да се фокусираат со оптички леќи и огледала, имаат јонизирачка способност, покажуваат силно биолошко дејство врз живите клетки. Но ако дејството е долготрајно или интензивно, изложените клетки можат да бидат и напдно уништени. *Најосетливи на рендгенско зрачење се келйкиите кои брзо растат и се размножуваат.*

Подоцна биле направени експерименти за дифракција и интерференција на рендгенските зраци, со што се потврди нивната бранова природа.

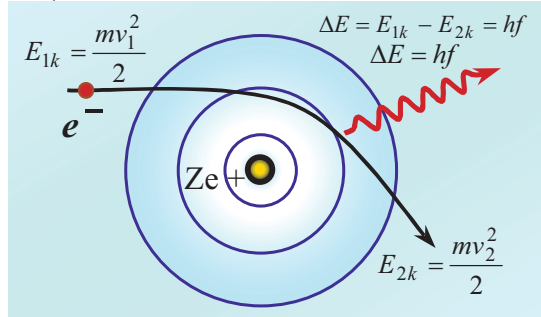
Една од најважните особини на рендгенските зраци е нивната голема пробивна способност. Таа низ различни супстанции е различна. Тие лесно поминуваат низ хартија, картон, обично стакло, дрвени плочи, тенки метални плочи. Но уште В. Рентген утврдил дека тие потешко поминуваат низ материјали со голема густина. Затоа со оловото го има во заштитните екрани, гумените престилки и ракавици и др.



Сл. 13.5. Рендгенска цевка

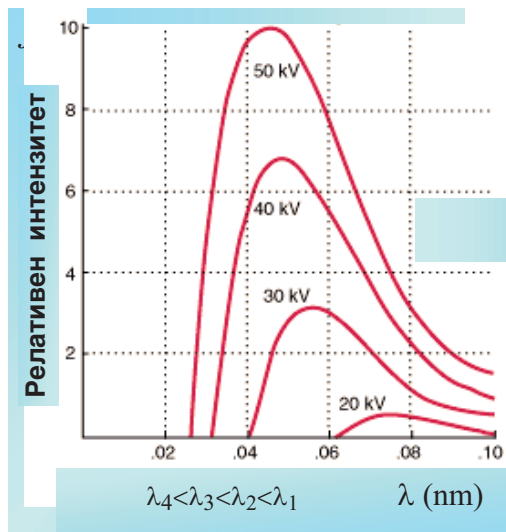
Добивање рендгенски зраци. Наједноставен извор за добивање рендгенски зраци, е рендгенската цевка (сл. 13.5). Таа се состои од еден високо евакуиран стаклен или метален балон. Од катодата К, по пат на термоелектронска емисија, снопот електрони се насочува кон анодата А. Таа е од метал со висока точка на топење. Поради високиот напон од 10-200 kV (па и повеќе) меѓу катодата и анодата, емитуваните електрони со голема брзина удираат на анодата. Нагло закочени од анодата, електроните ја предаваат својата кинетичка енергија, при што дел од енергијата се емитува како рендгенско зрачење (сл.

13.6)



Сл. 13.6

За подобро фокусирање на електроните емитувани од катодата, анодата има сферен облик. Интензитетот на рендгенското зрачење притоа расте пропорционално со јачината на струјата.



Сл.13.7. Зависност на интензитетот на законното зрачење од брановата должина за различни вредности на анодниот напон

Рендгенскиот спектар се состои од континуиран и линиски. Континуиранот спектар припаѓа на т.н законно зрачење, додека линискиот на карактеристичното

рендгенско зрачење.

При закочување на брзи електрони се емитира електромагнетно зрачење кое има континуиран спектар, т.е. опфатени се рендгенски зраци со сите можни бранови должини.

Од дијаграмите на сл.13.7 може да се види дека кривите на распределбата на интензитетот не минуваат низ координатниот почеток, а интензитетот станува еднаков на нула при брановата должина $\lambda_{\min}$ на законното рендгенско зрачење. Односно, со зголемување на приложениот напон $\lambda_{\min}$ се поместува кон помалите бранови должини.

Постоењето на кратkobрановата граница во континуиранот спектар $\lambda_{\min}$ непосредно произлегува од квантната природа на зрачењето. Имено, ако рендгенското зрачење се појавува за сметка на енергијата што ја губи електронот при неговото закочување, тогаш енергијата на еден квант од тоа зрачење hf не може да биде поголема од енергијата на електронот (eU_a). Тоа значи, така добиените фотони ги имаат сите можни фреквенции, спектарот е континуиран и почнува од:

$$hf \leq eU_a. \quad (13.3.1)$$

Оттука следува дека максималната енергија, а со тоа и минимална бранова должина на континуиранот емисионен спектар, се добива кога при еден судир електронот ја губи целокупната енергија.

Ако напонот приложен на рендгенската цевка постепено се зголемува и достигнува определена критична вредност, карактеристична за супстанцијата од која е направена анодата, заедно со континуираното рендгенско зрачење се појавува и карактеристично рендгенско зрачење.

Карактеристичниот линиски спектар на рендгенското зрачење се добива кога електроните забрзани во електричното поле меѓу катодата и анодата имаат довол-

но енергија да продрат во внатрешните слоеви од атомите на елементот од кој е направена анодата и да исфрлат електрон, односно да се создаде шуплина. Така создадената шуплина по 10^{-8} s, се пополнува со електрон од повисоките слоеви и притоа се емитува рендгенски квант со енергија еднаква на разликата на енергиите на двата слоја.

Секој хемиски елемент има свој карактеристичен рендгенски спектар, овие спектри се користат во *рендџеноспектралната* анализа.

Својствата на рендгенските зраци како што се: мала бранова должина, голема продорност, јонизациона способност и други, нашле широка примена. Во медицината рендгенските зраци се користат при рендген-дијагностиката и терапијата, а во техниката и индустријата се користат како сигурен метод за контрола и тестирање на материјалите. Овој метод е познат како *рендџенска дефектоскопија*. Со овој метод може да се откријат пукнатини и дефек-

кти на заварени споеви или дефекти на разни машински Дифракцијата, пак, на рендгенските зраци се користи за испитување на структурата на материјата.

☒ Прашања и задачи

1. Кои се особените на рендгенските зраци и како се добиваат?
2. Определете ја енергијата на рендгенски квант со бранова должина $\lambda = 0.1 \text{ nm}$.

(Одговор : $1,24 \cdot 10^5 \text{ eV}$)

В. Рендген (*Wilhelm Conrad Röntgen* – 1845–1923) е германски физичар. На 13.01.1896 год. Рендген за новиот вид зрачење одржал предавање во дворт на Wilhelm II. Рендген е првиот физичар на кого му е доделена Нобелова награда (1901 година).

13.4. ЛУМИНИСЦЕНЦИЈА

Луминисценцијата е процес на ладна емисија на електромагнетно зрачење по претходна апсорпција на енергија. Телата што луминисцираат само за време додека трае апсорпцијата на надворешната енергија се флуоресцентни, а појавата се означува како *флуоресценција*. Ако телото продолжува да свети и по завршувањето на апсорпцијата на надворешната енергија, настанува појавата *фосфоресценција*.

Според тоа каква енергија е апсорбирана, може да се разликува: *кајодолуминисценција*, која е резултат на енергијата која ја предаваат електроните (катодните зраци) при судир со дадена материјална препрека; *електролуминисценција*, настанува при директно претворање на елек-

тричната енергија во енергија на електромагнетно зрачење; *хемолуминисценција*, се појавува како резултат на претворањето на хемиската енергија во електромагнетно зрачење при определени хемиски реакции; *биолуминисценција* (хемолуминисценција на живите организми), се јавува при одвивање на хемиски реакции во живите организми; *триболуминисценција*, настанува како резултат на претворањето на механичката енергија во електромагнетно зрачење при триење на тврдите тела; *радиолуминисценција*, настанува под дејство на високоенергетски честици или радиоактивни зраци; луминисценцијата предизвикана со рендгенски зраци е *рендџенолуминисценција*; *фотолуминисценција*,

настанува со апсорпција на светлинско зрачење.

Ако атомот по побудувањето не се враќа директно во основната енергетска состојба E_0 , туку прво во некоја повисока E_m , а потоа во основната состојба, се емитува фотон кој има помала енергија од апсорбираниот фотон, т.е. се емитува фотон кој има фреквенција помала од апсорбираната:

$$f_{aps} = \frac{E_n - E_0}{h} > f_{em} = \frac{E_m - E_0}{h} . \quad (13.4.1)$$

За луминисцентното зрачење до извесна граница важи Стоксовиот закон (George Gabriel Stokes, 1890–1909). Според овој закон *свектјарој на луминисценцијно-то зрачење е поместен на свраната на позолемиите бранови должини во споредба со свектјарој на апсорбираното зрачење*. На пример, ако со невидливата ултравиолетова светлина се осветли раствор од флуоресцеин, тој ќе свети со карактеристична зелена боја, а раствор од хинин со сина боја. Обичното стакло исто така луминисцира под дејството на катодните и рендгенските зраци.

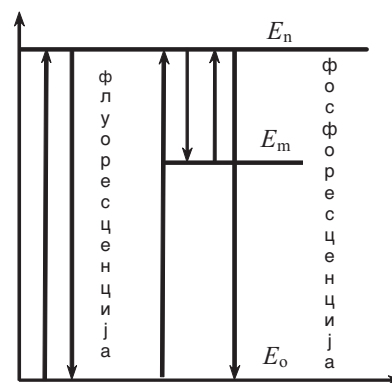
Ако со λ_{aps} се означи брановата должина на светлината која предизвикува луминисценција, а со λ_{em} брановата должина на флуоресцентната светлина, тогаш:

$$\lambda_{aps} \leq \lambda_{em} . \quad (13.42)$$

Дали телото ќе флуоресцира или ќе фосфоресцира, зависи од механизмот според кој возбудениот атом од повисокото E_n поминува во основното енергетско ниво E_0 . Овој механизам шематски е прикажан на сл.13.8.

Експериментите покажуваат дека чистите кристали практично не луминисцираат. За да се појави луминисценција, потребно е да биде нарушена кристалната

структура. Тоа се постигнува со внесување атоми на тешките метали, наречени **активатори**. Активаторот доведува до појава на дополнителни нивоа на енергетски состојби на атомот – **метастабилни состојби** E_m . Во нив атомот може да остане многу подолго од 10^{-8} s.



Сл. 13.8

Количеството на активаторот може да биде незначително. Ваквите состави, во кои фосфоренцијата е условена од присуството на активатори, се наречени **люминофори**. Најдобрилюминофори се: цинк-сулфидот активиран со бакар, кадмиум-сулфидот активирани со сребро, сулфиди на земноалкални метали активирани со бакар или олово.

Спектарот на луминисценцијата зависи само од структурата на супстанцијата. Тоа е искористено при *луминисценцијната свектјрална анализа* за определување на составот и чистотата на супстанциите.

Со овој метод се утврдуваат траги од нафта, се истражуваат и дефекти врз обработени површини. Во рендгеноскопијата се користат флуоресцентни екрани.

Луминисценцијата на некои органски кристали, на пример нафталин, антрацен, натриев јодид со примеси на талиум, се користи за детекција на наелектризираните честици и γ -зраци.

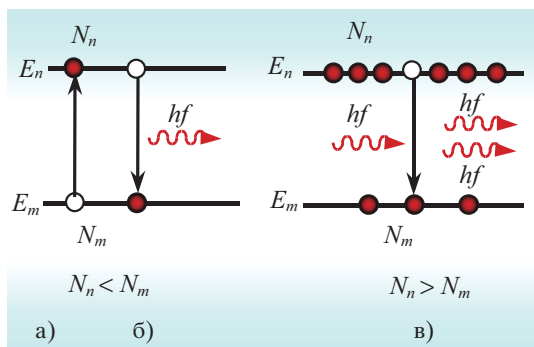
✓ Прашања и задачи

1. Која е разликата помеѓу фосфоресценција и флуоросценција?
2. Што се дополнителни нивоа на енергија и како се создаваат?

13.5. ЛАСЕРИ И НИВНА ПРИМЕНА

Ласерите се оптички квантни генератори на монохроматски и строго кохерентни бранови на светлина, во видливиот, инфрацрвениот и блискиот ултравиолетов дел од спектарот. Името ласер е кратенка од првите букви на: *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation* – засилување на светлината со стимулирана емисија на зрачење.

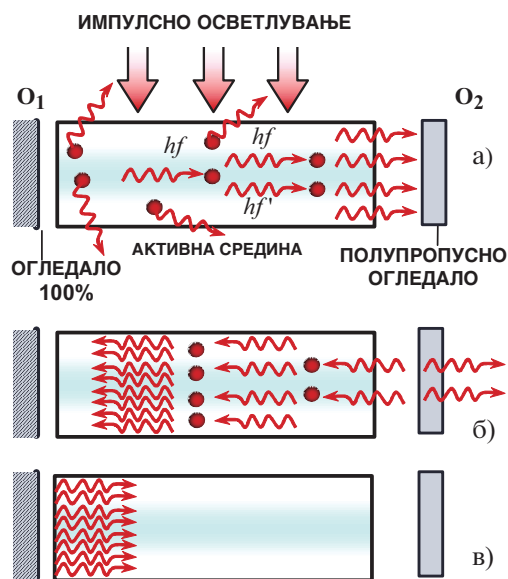
Кога сите електрони на некој атом се во својата најниска енергетска состојба, велиме дека и атомот е во *основна состојба*. Меѓутоа, ако атомите се наоѓаат во која било возбудена состојба, тие сами по себе, *спонтанно*, по еден или неколку квантни премини, преминуваат во основната (енергетски пониска) состојба. При што се емитуваат соодветни кванти електромагнетно зрачење. Атомот при премин од пониска енергетска состојба на повисока *апсорбира* енергија (сл. 13.9.а), која може да ја прими при судири со други атоми или електрони, преку апсорпција на светлински кванти итн.



Сл. 13.9. а) Апсорпција, б) спонтанна и в) стимулирана емисија на зрачење

По одредено време атомот емитува фотон (сл. 13.9 б). Оваа спонтанна емисија може да се емитува во сите насоки.

Преминувањето во состојбата со помала енергија, освен спонтанно може да биде и *стимулирано*, односно индуцирано при одредени услови. Стимулираната емисија се одвива пред да истече времето за спонтан премин. Стимулираната емисија може да ја предизвика само фотон со енергија еднаква на фотонот емитуван спонтанно (сл. 13.9в). Двата фотона имаат еднаква бранова должина, фаза и насока на простирање, тие се кохерентни и можат да предизвикуваат нови стимулирани премини.



Сл. 13.10. Шемарски приказ на добивање ласерска светлина.

За да се добие кохерентно и засилено зрачење, неопходно е материјалната средина да се доведе во таква состојба, што во единица време бројот на возбудените атоми е поголем од бројот на атомите во основна состојба. Таквите состојби се наречени состојби со **инверзна населеност на атомите по нивоа на енергија**, а таквите средини се наречени **активни**. Во активните средини средното време на живот на атомите во возбудена состојба е подолго отколку кај средините со нормална населеност. Таквите нивоа на енергија се т.н. **метастабилни** нивоа на енергија.

Стимулирана емисија на возбудените атоми од метастабилните нивоа не мора да ја предизвика надворешен фотон, тоа може да биде и фотон кој е емитиран спонтанно од метастабилните нивоа на енергија.

Според тоа, со процесот на стимулирана емисија се добиени два фотона – првиот, којшто е предизвикан (стимулиран) од возбудениот атом и вториот фотон емитиран од атомот. Понатаму тие два фотона заедно ќе индуцираат уште четири такви и така бројот на фотоните расте лавинообразно, (сл. 13.10).

Основни делови на секој ласер се:

1) **работно тело**, т.е. активна средина каде има услови за инверзна населеност на енергетските нивоа, а со тоа и услови за стимулирана емисија; 2) **систем за постигнување инверзна населеност** (пумпување); 3) **оптички резонатор** за оделување фотони во избрана насока и формирање кохерентен сноп со дадена бранова должина; 4) **систем за ладење**.

Според тоа како се постигнува инверзна населеност, ласерите можат да бидат **оптички** (се користи класичен извор на светлина или друг ласер), **фотохемиски**, **електројонизациони** итн, а според режимот на генерирање се делат на **континуирани** и **импулсни**.

Во зависност од активната материјална средина се разликуваат:

1. Цврсти ласери. Активната средина на овие ласери претставува диелектричен кристал или стакло во кој се воведени јони кои ја создаваат инверзната населеност. Најчесто цврстите ласери се допинговани со итербиум, холмиум, неодим и ербиум. Примери за цврсти ласери се рубински ласер, итриум-алуминиум-гранат ласер.

2. Гасни ласери како активна средина користат смеса од јони, атоми или молекули на гасови побудени со електрично празнење или со високоенергетски снопови од електрони.

Претставник на молекуларните гасни ласери е CO₂ ласерот, кој е со голема моќност и се користи во индустријата за сечење и заварување.

3. Ексимерни ласери имаат досега најсилно кохерентно зрачење во ултравиолетовото подрачје. Кај овие ласери како работна средина се користи смеса на гасови под висок притисок, од кои едната компонента е инертен гас.

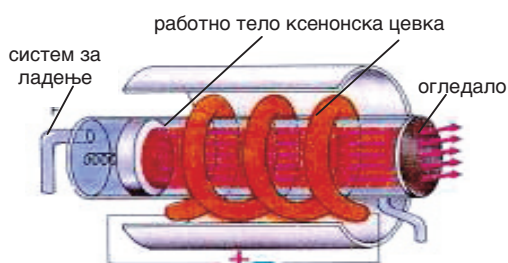
4. Течни ласери како работна супстанција користат течни диелектрици со примеси на активни центри или некоја органска боја.

5. Полупроводнички ласери. Со овие ласери се овозможи да се добие широк дијапазон на бранови должини од блиското ултравиолетово подрачје до далечното инфрацрвено подрачје. Како материјали за полупроводнички ласери се користат галиев алуминиумарсенид, галиев фосфид, GaAs, CdS, PbS и многу други. Предноста на овие ласери е тоа што се со мали димензии, едноставни за работа, лесни за побудување.

Првиот ласер е **рубинскиот ласер**. Работното тело кај овој ласер е вештачки кристал на рубин Al₂O₃ кој содржи примеси на Cr₂O₃. Имено, во кристалната решетка некои атоми од Al се заменети со тривалентни јони на хром (Cr³⁺). Рубинскиот кристал се изработува во облик на цилиндар.

дар со паралелни и посребрени основи нормални на оската, така што нивното растојание ја определува должината на оптичкиот резонатор.

Инверзната населеност се постигнува со т.н. "оптичко пумпавање". За таа цел се користи импулсна ксенонска ламба која е обвиткана околу рубинот. Енергијата на ксенонските фотони одговара на енергијата при премин на хромните јони од основна во возбудена состојба.



Сл. 13.11. Рубински ласер.

Секој фотон создаден при спонтан премин во принцип во активната средина може да иницира множество стимулирани премини од метастабилната состојба во основната. Ако некој од овие фотони се движи паралелно со оската на кристалот, можно е да создаде лавина секундарни фотони со карактеристики на првобитниот фотон. Фотоните кои имаат друга насока се апсорбирани или излегуваат од активната средина.

Бидејќи спонтаните премини се од случаен карактер, спонтано добиените фотони се емитуваат во разни насоки. За да се фиксира правецот на простирање на ласерскиот сноп во една насока, се користи оптичкиот резонатор. При повеќекратната рефлексивност од огледалата бројот на фотоните постојано се зголемува.

Примена на ласерите. Основните својства на ласерската светлина како што се временска и просторна кохерентност, висока монохроматичност, мала дивергентност, голем интензитет, лесно фокусира-

рање на мали површини, нашле голема примена во науката и техниката. Ласерската светлина, поради големата кохерентност, погодна е за модулација од радиобрановите. Бидејќи ласерската светлина има милион пати поголема фреквенција од радиобрановите, поголем е и бројот информации (тон и слика) што се пренесуваат. Ласерската светлина се применува во компјутерската техника (ласерски читачи, печатачи и др.).

Големата моќност и концентрацијата на ласерскиот сноп на мала површина се користи во индустријата за фина обработка и режење на цврсти и тешко топливи метали (правеење на микроотвори, за микрозаварување). Можноста ласерската светлина да се фокусира на мали површини (микроточки), се користи како хируршки нож во медицината при прецизни микрохируршки операции (операција на око). Поради коагулацијата на протеините, крвните садови не крваат. Со ласерите се отстрануваат и разни тумори. Во терапевтски цели се користат за забрзано зараснување на рани.

Со ласерите можат прецизно да се мерат големи растојанија, на пример на сателитите или растојанието меѓу Земјата и Месечината и други небески тела. Современите авиони имаат ласерски жирокопи за одржување на насоката на движење. Ласерите се користат и во нуклеарната фузија.

Ласерското зрачење со наведените својства овозможи развој на нови методи за прецизни мерења (дебелини, температури, индекс на прекршување), кои во основа ги имаат интерференцијата и дифракцијата на кохерентното зрачење.

☒ Прашања и задачи

1. Кои се основни делови на ласерот?
2. Објасни што е тоа стимулирана емисија на зрачење
3. Какви видови ласери има?
4. Каде се применуваат ласерите?



14. НУКЛЕАРНА ФИЗИКА



14.1. Состав и својства на атомското јадро	271
14.2. Радиоактивност. Закон за радиоактивно распаѓање	273
14.3. Јадрена фисија и фузуја.....	276
14.4. Јонизирачки зрачења. Последици и заштита	278

14.1. СОСТАВ И СВОЈСТВА НА АТОМСКОТО ЈАДРО

Атомското јадро е централниот дел на атомот. Во него е сконцентрирано позитивното количество електрицитет.

Денес со сигурност се знае дека атомското јадро се состои од *протони* и *неутрони*, кои се познати под заедничко име **нуклеони**.

Протонот (p) има позитивен полнеж, еднаков со полнежот на електронот. Неутронот (n) е неутрална честица. Според тоа, само протоните придонесуваат за количеството на електрицитет на јадрото.

Атомското јадро се карактеризира со електричен полнеж:

$$Q = Ze, \quad (14.1.1)$$

каде што со e е означен елементарен електричен полнеж, Z е **атомскиот број** на атомското јадро, еднаков со бројот на протоните. Z се совпаѓа со **редниот број** на елементот во Менделеевиот периоден систем. Бидејќи атомот како целина е електронеутрален, редниот број истовремено го определува и бројот на електроните.

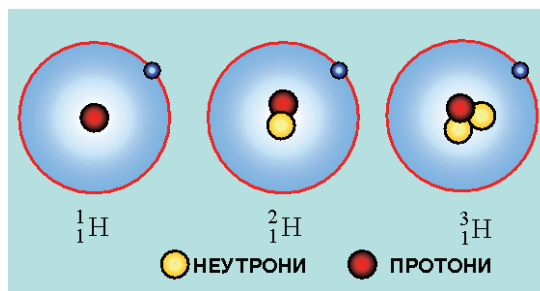
Вкупниот број нуклеони A во атомското јадро се вика **масен број**. Масениот број на елементот претставува збир од бројот на протоните A и бројот на неутроните N во јадрото на даден елемент, значи:

$$A = N + Z. \quad (14.1.2)$$

Јадрото се означува со истите симболи како и неутралниот атом. На пример, симболот A_ZX покажува дека станува збор за атом со реден број Z и масен број A . На пример, пишувајќи ${}^7_3\text{Li}$, се означува јадрото на литиумот со реден број $Z = 3$ и масен број $A = 7$. Тоа јадро е составено од вкупно 7 нуклеони, од кои 3 се протони и 4 неутрони. Исто така, ${}^{238}_{92}\text{U}$ го означува јадро-

то на елементот ураниум, кое содржи 238 нуклеони, од кои 92 се протони.

Во природата постојат голем број атомски јадра. Познати се околу 280 стабилни јадра и повеќе од 700 (природни и вештачки добиени) нестабилни јадра. До денес се познати 118 елементи чиј реден број е од $Z = 1$ до $Z = 118$.



Сл. 14.1. Изотопи на водород.

Јадрата со еднаков атомски број Z , а различен масен број A (со различен број неутрони, $N = A - Z$) се викаат **изотопи**. Повеќето од елементите се јавуваат во вид на стабилни и нестабилни изотопи. На пример, водородот ($Z = 1$) се јавува во вид на три изотопи: ${}^1_1\text{H}$ – протииум ($Z = 1$, $N = 0$), ${}^2_1\text{H}$ – деутериум ($Z = 1$, $N = 1$), ${}^3_1\text{H}$ – тритиум ($Z = 1$, $N = 2$) (сл. 14.1).

Во атомската и нуклеарната физика масите на честичите и јадрата се изразуваат преку **унифицираната единица за атомска маса** која се означува со u :

$$1u = 1,660538 \cdot 10^{-27} \text{ kg}.$$

Релативно голема стабилност на јадрото укажува дека меѓу нуклеоните кои влегуваат во состав на атомското јадро дејствуваат специфични сили кои ги надвладуваат Кулоновите одбивни сили меѓу протоните. Тие се нарекуваат **јадрени (нуклеарни) сили**. Јадрените сили спаѓаат

во т.н. **силно заемно дејство**

Ако масата на мирување на слободниот неутрон е m_n , а на протонот m_p , тогаш би требало масата на атомското јадро m_j да биде $Zm_p + Nm_n$. Меѓутоа, прецизните мерења на масата на мирување на атомското јадро, како целина, покажуваат дека таа секогаш е помала од збирот на масите на слободните нуклеони кои влегуваат во составот на јадрото:

$$m_j < Zm_p + Nm_n. \quad (14.1.3)$$

При формирање на јадрото дел од масата на нуклеоните кои го градат јадрото се претвора во енергија. Тој дел од масата, што во вид на енергија се ослободува при формирање на атомското јадро, се вика **дефект на масата на јадрото** и е даден со:

$$\Delta m = [Zm_p + (A - Z)m_n] - m_j(A, Z). \quad (14.1.4)$$

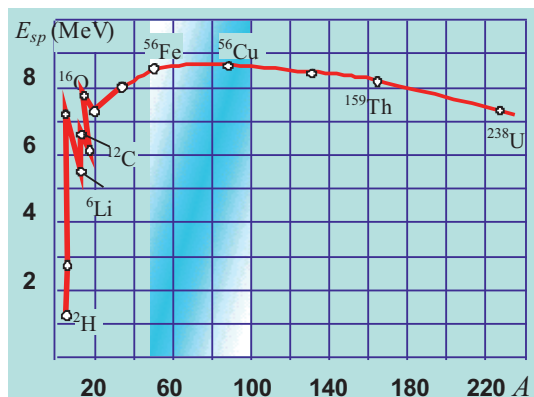
Информации за стабилноста на атомските јадра дава **специфичната енергија на сврзување** и тоа колку е таа поголема, јадрото е постабилно.

$$E_{sp} = \frac{\Delta m c^2}{A}. \quad (14.1.5)$$

каде што c е брзина на светлината во вакуум. Специфичната енергија на сврзување на јадрата е различна за различни јадра. Таа дава значајни податоци за својствата на јадрата.

Зависноста на специфичната енергија на сврзување E_{sp} од масениот број A , е прикажана на сл. 14.2.

Кај јадрата со голем масен број специфичната енергија на сврзување опаѓа до 7,4 MeV, така што јадрото со масен број 208 е последното стабилно јадро. Сите јадра со $A > 208$ спонтано се распаѓаат. Имено, во природата не постојат стабилни јадра со $Z > 83$.



Сл. 14.2. Специфична енергија на сврзување во зависност од масениот број A

Од фактот дека графикот на специфичната енергија има максимум, следува дека енергија се ослободува во оние јадрени реакции при кои специфичната енергија на сврзување на продуктите на реакцијата е поголема од специфичната енергија на сврзување на почетните јадра.

Овој општ услов може да се исполни на два начина: или при разбивање (фисија) на масивни јадра од крајот на периодниот систем во јадра со помал реден број, или при синтеза (фузија) на јадра од почетокот на периодниот систем во јадра со поголем реден број.

✓ Прашања и задачи

1. Што се изотопи? Колку изотопи има водородот?
2. Што е дефект на масата на јадрото?
3. Што е тоа специфична енергија на сврзување и каква е нејзина зависност од масениот број A ?
4. Зошто при фисијата и фузијата се ослободува енергија?

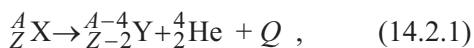
14.2. РАДИОАКТИВНОСТ. ЗАКОН ЗА РАДИОАКТИВНО РАСПАЃАЊЕ

Радиоактивноста е спонтан процес при кој атомското јадро, емитувајќи една или повеќе честици или кванти на електромагнетно зрачење, преминува во друго јадро. Природната радиоактивност е откриена од Анри Бекерел (Henri Andre Becquerel, 1852–1908) во 1896 година. Тој открива дека металниот ураниум и неговите соединенија спонтано емитуваат зрачење чија природа дотогаш не била позната.

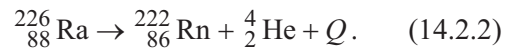
Тоа зрачење, освен што предизвикува луминисценција, предизвикува и јонизација на средината каде што поминува; дејствува на фотоплоча; лесно проникнува низ тенки метални плочи, има голема продорност; покажува биолошко и хемиско дејство.

Подоцнежните испитувања покажале дека зрачењето се состои од три вида зраци, и тоа α , β и γ :

1) Сите тешки јадра со масен број $A > 210$ покажуваат α -зрачење. Меѓутоа, има и неколку полесни јадра што покажуваат α -зрачење. α -Честиците се јадра на хелиумот ${}^4_2\text{He}$, кои се составени од два протона и два неутрона. При α -зрачењето, освен енергетски промени, јадрото претрпува и структурни промени. Притоа атомскиот број Z на јадрото се намалува за две единици, а масениот број A за 4 единици:

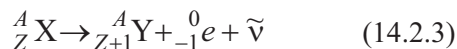
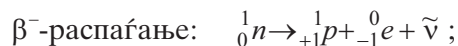


каде што со ${}^A_Z\text{X}$ е означено првобитното јадро, ${}^{A-4}_{Z-2}\text{Y}$ е новодобиеното јадро, а ${}^4_2\text{He}$ α -честицата, Q е енергија што ја добива α -честицата за сметка на првобитното јадро. Како пример за α -распаѓање е земен преминот на изотопот ${}^{226}\text{Ra}$ во ${}^{222}\text{Rn}$:

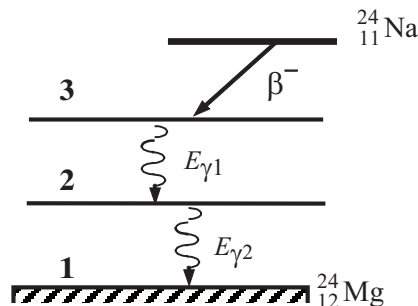
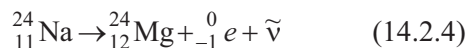


α -Честиците од јадрото излегуваат со брзини на кои одговара енергија од 2 до 10 MeV. Обично, α -зрачењето е следено со емисија на γ -кванти. Поминувајќи низ материјалната средина α -честиците вршат јонизација.

2) За јадрата кои имаат поголем број неутрони да бидат стабилни, еден неутрон преминува во протон и се емитува електрон со голема енергија. Истовремено со електронот, за да се исполни законот за запазување на импулсот, се емитува и антинеутрино $\tilde{\nu}$. Антинеутрино не е полнеж, има маса на мирување еднаква на нула.



При ова распаѓање не се менува бројот на нуклеоните, Z се зголемува за единица, наедно се формира и еден електрон (${}^0_{-1}e$) и антинеутрино ($\tilde{\nu}$). Како пример за β^- -распаѓање е земено преминувањето на натриумот во магнезиум:



Сл.14.3. Шематски приказ на преминувањето на натриумот во магнезиум

Новосоздаденото јадро обично не е во основната енергетска состојба, туку во некоја повисока. Затоа α и β -зрачењето е придружено и со γ -зрачење.

Јонизационата способност на β -честиците е стотина пати помала од онаа што ја имаат α -честиците. Но нивната продорност е многу поголема, во воздух може да достигне и неколку метри. Во зависност од енергијата, β -честиците можат да поминат и низ оловен лист со дебелина од 1 mm.

3) γ -зраците се електромагнетни бранови кои се појавуваат како резултат на преминот меѓу две возбудени енергетски нивоа на радиоактивното јадро, како што впрочем се гледа и од сл. 14.3. Експериментално е утврдено дека γ -зрачењето не е самостоен вид радиоактивност.

γ -Зрачењето има голема продорност и низ воздух може да помине големи растојанија без да се апсорбира.

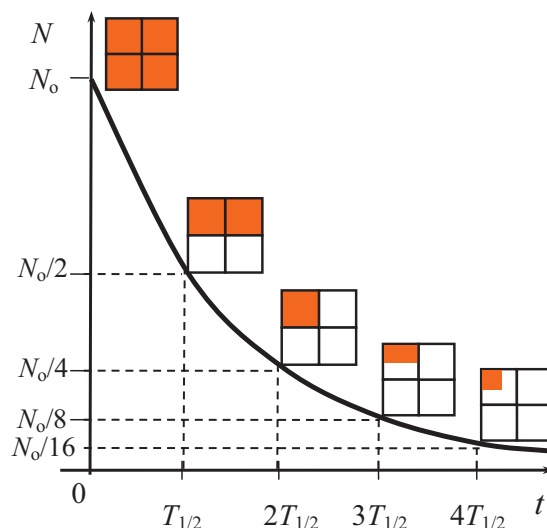
Закон за радиоактивно распаѓање

Бројот на јадра што радиоактивно се распаѓаат постепено се намалува со текот на времето. Уште во своите рани експерименти Радерфорд утврдил дека за секоја радиоактивна супстанција постои карактеристичен временски период за бројот на нејзините нераспаднати јадра да се намали двапати.

Времето што е потребно бројот на нераспаднатите јадра да се намали двапати се вика **време на полураспаѓање** или **период на полураспаѓање** $T_{1/2}$. Периодот на полураспаѓање не зависи од видот на распаѓањето, туку од видот на јадрото што се распаѓа. На пример, α -радиоактивниот $^{238}_{92}\text{U}$ има период на полураспаѓање $T_{1/2} = 4,5 \cdot 10^{10}$ години, за изотопот $^{232}_{90}\text{Th}$ тој период е $1,39 \cdot 10^{10}$ години, додека кај еден од членовите на ураниумовата низа, $^{212}_{84}\text{Po}$,

кој е исто така α -радиоактивен, периодот на полураспаѓање е само $3 \cdot 10^{-7}$ s.

Невозможно е за секое радиоактивно распаѓање да се предвиди моментот кога дадено јадро спонтано ќе се распадне, но може да се определи веројатноста за да се случи во текот на некој временски интервал. Тоа значи дека радиоактивното распаѓање има статистички карактер.



Сл. 14.4. Графички приказ на законот за радиоактивно распаѓање

Нека во време $t = 0$ има N_0 јадра на даден радиоактивен елемент. По истекот на време $t = T_{1/2}$ бројот на овие јадра ќе биде $(1/2) N_0$, а по време $t = 2T_{1/2}$ ќе постојат

$$(1/2) \cdot N_0/2 = (N_0/2^2)$$

нераспаднати јадра. По истекот на време $t = 3T_{1/2}$ ќе има преполовување на претходниот износ, така што нераспаднати јадра ќе бидат

$$(1/2) \cdot (N_0/2^2) = (N_0/2^3)$$

од почетниот број. По истекот на време од $nT_{1/2}$, односно за време

$$t = nT_{1/2} \quad , \quad (14.2.5)$$

бројот на нераспаднати јадра ќе биде

$$N = N_0/2^n = N_0/2^n = N_0 2^{-n} . \quad (14.2.6)$$

Бидејќи од равенката (14.2.5) следува $n = t/T_{1/2}$, равенката (14.2.6) може да се напише и на следниот начин

$$N = N_0 \cdot 2^{-t/T_{1/2}} \quad (14.2.7)$$

Оваа равенка го прикажува **законовитиот закон за радиоактивно распаѓање**

На сликата 14.4 е даден графички приказ на овој закон.

За дадена радиоактивна супстанција не е можно да се претскаже кое атомско јадро ќе се распадне. Можно е само да се претпостави колку од јадрата во дадено време се распаднати. Нека, на пример, во интервалот еднаков на $T_{1/2}$ не дошол до половина процесот на распаѓање на едно јадро, туку тоа е време за кое половината од честиците на дадена радиоактивна супстанција ќе се распаднат.

Законот за радиоактивно распаѓање има статистички карактер, и преку него може да се предвиди само веројатноста дека некоја од честиците ќе се распадне. Времето на постоење на јадрото во супстанцијата е различно. Затоа треба да се дефинира и средно време на постоење на радиоактивните јадра.

Бројот на распаднати јадра ΔN во единица време Δt се вика **активност** A или **брзина на распаѓање**.

$$A = \frac{\Delta N}{\Delta t} = \lambda N . \quad (14.2.8)$$

λ е **константата на радиоактивно распаѓање** и ја карактеризира брзината на распаѓањето. Таа ја определува веројатноста со која некој радиоактивен нуклид ќе се распадне во единица време. λ е карактеристична големина за даден радиоактивен изотоп и не зависи од масата и надворешните фактори како што се, на пример, притисокот, температурата итн. Опаѓањето е побрзо кај елементите со поголема константа на радиоактивно распаѓање λ .

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda} . \quad (14.2.9)$$

Од равенката (9) може да се пресмета константата на радиоактивното распаѓање λ за даден радиоактивен нуклид, ако е познат периодот на полураспаѓање $T_{1/2}$, важи и обратното.

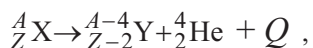
Од равенките (14.2.7) и (14.2.8) може да се определи активноста. Единицата за активност во SI е 1 Bq (бекерел). Еден бекерел се дефинира како едно распаѓање во секунда.

Прашања и задачи

1. Што е период на полураспаѓање и од што зависи?
2. Наведи некои примери за алфа и бета распаѓање.
3. Што е активност и како се менува со текот на времето кај дадена радиоактивна супстанција. Која е единицата за активност?

Резиме

– При алфа-распаѓањето атомскиот број Z на јадро се намалува за две единици, а масениот број A за 4 единици:



каде што со A_ZX е означено првобитното јадро, со ${}^{A-4}_{Z-2}Y$ новодобиеното јадро, а со ${}^4_2\text{He}$ α -честицата.

– Законот за радиоактивно распаѓање

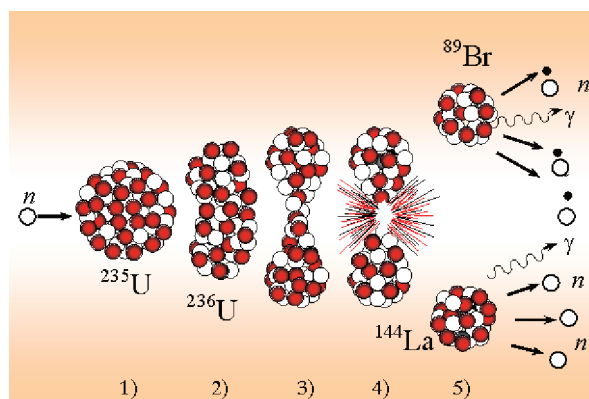
гласи:

$$N = N_0 \cdot 2^{-t/T_{1/2}}.$$

Henri Antoine Bequerel, (1852-1908) е роден во Париз, во фамилија на физичари. За откривање на радиоактивноста Бекерел заедно со Пјер и Марија Кири во 1903 год. ја добиле Нобеловата награда за физика.

14.3. ЈАДРЕНАТА ФИСИЈА И ФУЗУЈА

Јадрената фисија е процес при кој тешките јадра ($A > 200$) со зафат на неутрони се цепат на две нови јадра (сл. 14.5). Во процесот – фисија обично се ослободува еден или повеќе неутрони, кои понатаму можат да цепат други јадра. Процесот е следен со ослободување енергија (≈ 200 MeV), која е последица од разликата во специфичната енергија на врзување за тешките јадра и новодобиените јадра кои се од средината на Менделеевиот периоден систем.

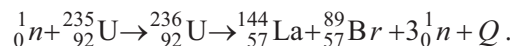


Сл. 14.5.. Фисија на јадрото на ураниум-235 индуцирана со неутрони

Новодобиените јадра кои се викаат **фисиони фрагменти** се нестабилни и брзо се распаѓаат, давајќи низа од радиоактивни елементи – **продукти на фисијата**.

Фрагментите на фисијата можат да бидат многу различни. Се покажа дека кај ${}^{235}\text{U}$ е можно преку фисија да се добијат над 40 различни парови фрагменти. Тие одат од најлесниот со масен број 72 до најтешкиот, кој може да има масен број 160 или, практично, сите можни парови на фисиони фрагменти почнувајќи од реден број $Z = 30$ до $Z = 62$.

На пример, при процесот на фисија на јадрото на ${}^{235}\text{U}$ најверојатни се следните фисиони фрагменти:



Фисионите фрагменти се нестабилни и по низа од β -рапаѓања преминуваат во стабилни.

Секундарните неутрони, кои се емитуваат при фисијата, можат да предизвикаат нови процеси на фисија, што овозможува да настане **верижна јадрена реакција**. Верижната јадрена реакција се карактеризира со **коэффициент на размножување**.

ње на неутроните k , понекогаш наречен фактор на мултипликација. Коефициентот на размножување на неутроните е еднаков на количникот од бројот на неутрони во дадена етапа на јадрената фисија и бројот на неутрони ослободени во претходната етапа на истата јадрена фисија.

Неопходен услов да се развие верижната реакција е $k > 1$. Наспроти тоа, кога $k < 1$ верижната реакција не може да се одржува. За одржување на верижната реакција е потребно да постои минимална маса на материјата на фисионата супстанција, наречена **критична маса**. За критичната маса коефициентот на размножување е $k = 1$.

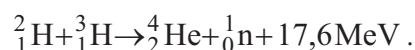
Верижните реакции се делат на **контролирани** и **неконтролирани**. При неконтролираните верижни реакции се ослободува огромно количество топлинска и механичка енергија и радиоактивно зрачење. Експлозија на *атомска бомба* претставува неконтролирана верижна реакција.

Контролираните јадрени верижни реакции се одвиваат во *нуклеарните реактори*. Во индустријата нуклеарните реактори се користат за добивање електрична или топлинска енергија, нуклеарно гориво, радиоизотопи, за научноистражувачка работа итн. Испитувањата на процесите кои се одвиваат во реакторите доведоа до откривање на низа нови елементи.

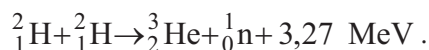
Јадрената фузија е процес на синтеза на лесни атомски јадра во потешки, при што се ослободува огромно количество енергија за сметка на дефектот на масата на новосоздаденото јадро. Јадрената фузија меѓу две лесни јадра може да се оствари само под услов јадрата да поминуваат едно покрај друго на растојание еднакво на радиусот на дејство на нуклеарните сили. Затоа јадрената синтеза на лесни јадра во потешки која настанува на супервисоки температури ($T \approx 2 \cdot 10^9 \text{ K}$), е наречена

термојадрена реакција. Такви реакции постојано се одвиваат на Сонцето и ѕвездите, а за да се остварат на Земјата, потребно е да се обезбедат посебни услови. Овие реакции можат да бидат *контролирани* и *неконтролирани*.

Постојат повеќе можности за фузија меѓу две лесни јадра. На пример, во следнава јадрена реакција на фузија, остварена по вештачки пат меѓу лесните атомски јадра ^3H и ^2H , се добива хелиум и се одделува енергија:



Фузија може да се оствари и меѓу два деутерона. При нивната фузија е можно формирање на едно јадро на хелиум и ослободување на 1 неутрон и јадрена енергија од 3,27 MeV.



Денес се прават огромни напори за разрешување на проблемите на контролираната јадрена фузија. Од големо значење е тоа што при термојадрените реакции на фузија нема опасно радиоактивно зрачење (новодобиеното јадро може да биде стабилно).

Неконтролирана термојадрена реакција фузија се одвива кај хидрогенската бомба.

☒ Прашања и задачи

1. Што е фисија и како се остварува?
2. Што е верижна реакција?
3. Каква фисија постои?
4. Зошто при фисијата и фузијата се ослободува енергија?
5. Погледај на интернет дали при фисијата или при фузијата се ослободува поголема енергија.
6. Дали се радиоактивни продуктите на фисијата и фузијата ?

РЕЗИМЕ

– Верижната јадрена реакција се карактеризира со **коефициент на размножување** на неутроните k , понекогаш наречен фактор на мултипликација. Коефициентот на размножување на неутроните еднаков е на количникот од бројот на неутрони во дадена етапа на јадрената фисија и бројот на неутрони ослободени во прет-

ходната етапа на истата јадрена фисија

Неопходен услов да се развие верижната реакција е $k > 1$.

– Јадрената фузија е процес на синтеза на лесни атомски јадра во потешки. Таа се одвива на супервисоки температури.

– Јадрената фузија може да биде контролирана и неконтролирана.

14.4. ЈОНИЗИРАЧКИ ЗРАЧЕЊА. ПОСЛЕДИЦИ И ЗАШТИТА

За да се проучат законитостите и методите на мерење на јонизирачкото зрачење и определување на ефектите што ги предизвикува зрачењето врз животната средина, се разви посебна област во применетата нуклеарна физика, **дозиметрија**.

Приборите коишто го мерат јонизирачкото зрачење се викаат **дозиметри**. Основните дозиметриски величини се:

Апсорбирана доза D . Тоа е вкупната енергија која зрачењето (фотони, наелектризирани честичи, неутрони) ја остава во материјата со одредена маса низ која поминува. Ако зрачењето поминува низ волумен на материјата ΔV , чија маса е Δm , и на тој волумен му предава енергија ΔW_D , т.е. зрачењето кое излегува од волуменот има за ΔW_D помала енергија од таа со која влегло, тогаш апсорбираната доза е:

$$D = \frac{\Delta W_D}{\Delta m}. \quad (14.4.1)$$

Единицата за апсорбирана доза во SI е 1 Gy (**греј**). Тоа е апсорбирана енергија од 1 J на кој било вид јонизирачко зрачење, предадена на килограм маса од озрачената средина:

$$1 \text{ Gy} = \frac{\text{J}}{\text{kg}} \text{ (греј)}.$$

Иста енергија на зрачење, апсорбирана во биолошките системи од различни видови зрачења (α , β , γ и др.), не предизвикува исти биолошки ефекти. Биолошкото оштетување се карактеризира со **еквивалентната доза H** . Таа е дефинирана како производ од апсорбираната доза D и **биолошкиот фактор на квалитет Q** со кој се изразуваат разликите во биолошките ефекти од разни видови зрачење:

$$H = DQ, \quad (14.4.2)$$

каде што Q е биолошкиот фактор на квалитет кој покажува колку пати радијационата осетливост од дадено зрачење е поголема од радијационата осетливост при иста апсорбирана доза рендгенско или γ -зрачење, за кои $Q = 1$.

Бидејќи Q е бездимензионална величина, димензиите на еквивалентната доза се еднакви со димензиите на апсорбираната доза. Меѓутоа, 1 J/kg апсорбирана доза и 1 J/kg еквивалентна доза квалитетно ќе се разликуваат: првиот ја карактеризира дозата енергетски, а вториот – биолошки. SI единица за еквивалентна доза е

$$1 \text{ Sv} = \frac{\text{J}}{\text{kg}} \text{ (сиверт)}.$$

Сиверѝ е еквивалентна доза ѝредизвикана од аѝсорбирана доза 1 Gy и $Q = 1$ која создава оѝределена сѝецифична јонизација.

Лицата изложени на јонизирачките зрачења, поради штетното биолошко дејство, треба да се заштитат што е можно на поефикасен начин.

Бидејќи досегот на α -честицата во воздух е многу мал, лесно се апсорбираат, па како заштита е доволен лист хартија или слој од воздух со дебелина од неколку сантиметри.

За заштита од β -зрачењето е доволен заштитен слој од алуминиум, плексиглас или стакло со дебелина од неколку сантиметри. Меѓутоа, нема идеална заштита од рендгенското и γ -зрачењето, како и од неутронски снопови и високоенергетски протони. За заштита од γ -зрачењето се користат бетонски или оловни плочи, додека за заштита од неутронското зрачење се користат материјали чии елементи имаат мали редни броеви, на пример вода или парафин.

Постојат три основни критериуми за заштита од извори на јонизирачки зрачења.

– Прво, со цел да се намали интензитетот на зрачењето, а според тоа и дозата на зрачење, *се користаат аѝсорбери со голема ѝусѝина како шѝо се олово, челик, беѝон и друѝи ѝешики елементи (бор, кадмиум).*

– Второ, *зголемување на растојание-ѝо меѓу извори на зрачење и ѝтелоѝо* е еден од најзначајните фактори за заштита. Интензитетот на зрачењето опаѓа со квадратот на растојанието од точкест извор.

– Трето, колку побрзо се ракува со јонизирачките извори толку ризикот е помал.

Имено, какви последици ќе настапат зависи од *брзината со која се ѝрима одредена доза на зрачење*. Така, голем износ на

еднократно примена доза може да предизвика штетни последици, а истиот износ акумулиран повеќекратно за подолго време (месеци, години) може да не предизвика видливи ефекти. На пример, ако клетките се зрачат со мали дози повеќекратно, потребна е поголема доза за да настапи смрт, отколку кога истата доза се прима еднократно.

Треба да се знае дека ***најопасно е еднократно конѝинуирано озрачување со голема доза***. Современите научни податоци покажуваат дека не постои минимална доза на зрачење, т.е. доза под која не би дошло до повреда. Имено, во општ случај се смета дека ***секоја ѝримена доза носи одреден ризик***.

Јонизирачкото зрачење при поминување низ материјалната средина во неа ослободува енергија. Таа енергија се троши на јонизација и предизвикува структурни промени во материјата. Во живите ткива тие промени се манифестираат како биолошки оштетувања. Оштетувањата предизвикани од изложување на јонизирачко зрачење можат да бидат смртоносни или да предизвикаат тешки последици. Последиците од зрачење можат да бидат генетски и да се пренесат на следните генерации. Од друга страна, и краткотрајно изложување на јаки извори на зрачење како што е атомска експлозија, може да биде смртоносно.

Заемнодејство на јонизирачките зрачења со живата материја се одвива во повеќе фази. Примарното оштетување, што е резултат од интеракцијата на јонизирачките зрачења со живата материја, е на молекуларно ниво. Јонизираните молекули создадени како резултат на интеракција со зрачењето предизвикуваат промени во одредени делови на клетката. Најголем дел од апсорбираната енергија на зрачењето се пренесува на молекулите на водата.

Имено, јонизирачкото зрачење дејс-

твува на водата, што се наоѓа во живата материја, при што настанува побудување на нејзините атоми и молекули, се создаваат позитивни и негативни јони на водата, водородни и хидроксилни јони, радикали, пероксиди итн. Активираниите молекули на водата можат да предизвикаат хемиски промени во големите молекули како што се ензимите, протеините, нуклеинските киселини и полисахаридите, кои се од големо биолошко значење.

Енергијата од јонизирачкото зрачење може и непосредно да се апсорбира и од органските молекули на живата мате-

рија и таа да биде оштетена.



Прашања и задачи

1. Што е поопасно за човекот апсорбирана доза од 1 Gy од α -зраци или иста апсорбирана доза од γ -зраци?
2. Колкава е апсорбирана доза од α -честици, ако еквивалентната доза е 2 Sv?
3. Кои се основните критериуми при заштита од зрачење?

СОДРЖИНА

ПРЕДГОВОР	3
1. ВОВЕД ВО ФИЗИКАТА	5
1.1. Физиката како природна наука	7
1.2. Физички величини и единици.....	8
1.3. Мерење и грешки при мерењето	10
Резиме	12
2. КИНЕМАТИКА	13
2.1. Векторски величини и основни операции со нив.....	15
2.2. Механичко движење	19
2.3. Рамномерно праволиниско движење	22
2.4. Рамномерно забрзано движење.....	25
2.5. Истрели.....	30
2.6. Криволиниско движење	36
Резиме	40
3. ДИНАМИКА	43
3.1. Прв Њутнов закон	45
3.2. Втор Њутнов закон	47
3.3. Импулс на телото и импулс на сила.....	48
3.4. Тежина на телата.....	49
3.5. Трет Њутнов закон.....	51
3.6. Закон за запазување на импулсот	54
3.7. Сили на триење	57
3.8. Центрифугална сила	59
3.9. Њутнов закон за гравитација	61
3.10. Движење на вештачките сателити и космички брзини.....	63
Резиме	65
4. РАБОТА И ЕНЕРГИЈА	67
4.1. Механичка работа	69
4.2. Моќност	72
4.3. Енергија	73
4.4. Закон за запазување на енергијата.....	75
Резиме	77

5. ВРТЛИВО ДВИЖЕЊЕ	79
5.1. Поим за апсолутно тврдо тело.....	81
5.2. Карактеристични вличини на вртливото движење на тврдо тело.....	81
5.3. Динамичка равенка на вртливото движење	84
5.4. Енергија при вртливото движење	87
5.5. Момент на импулс	88
5.6. Закон за запазување на моментот на импулс	89
Резиме	91
 6. СТАТИКА	 93
6.1. Центар на маса	95
6.2. Услови за рамнотежа.....	96
6.3. Лост.....	99
6.4. Статика на локомоторниот систем.....	101
Резиме	106
 7. МЕХАНИКА НА ФЛУИДИ	 107
7.1. Основни својства на флуидите.....	109
7.2. Хидростатички притисок	111
7.3. Атмосфера и атмосферски притисок.....	113
7.4. Потисок.....	116
7.5. Движење на флуидите	119
7.6. Бернулиева равенка	121
7.7. Вискозност на флуидите	125
7.8. Површински напон.....	129
7.9. Капиларни појави	131
Резиме	133
 8. МОЛЕКУЛАРНА ФИЗИКА.....	 135
8.1. Молекуларна градба на супстанцијата	137
8.2. Маса и големина на молекулите	138
8.3. Топлина и температура	139
8.4. Специфичен топлински капацитет	141
8.5. Основна равенка на молекуларно-кинетичката теорија	143
8.6. Изипроцеси кај идеален гас.....	146
8.7. Равенка за состојба на идеален гас	147
8.8. Фазни премини	149
8.9. Влажност на воздухот.....	150
Резиме	151

9. ТЕРМОДИНАМИКА	153
9.1. Основни принципи на термодинамиката	155
9.2. Термодинамички системи и параметри	156
9.3. Внатрешна енергија	156
9.4. Работа на гасот и количество топлина	157
9.5. Прв закон на термодинамиката	159
9.6. Работа при изопроцеси	161
9.7. Втор принцип на термодинамиката	163
9.8. Ентропија	166
Резиме	168
10. МЕХАНИЧКИ ОСЦИЛАЦИИ И БРАНОВИ	169
10.1. Периодично движење. Основни поими и елементи на осцилаторното движење	171
10.2. Карактеристични величини на хармониските осцилации	173
10.3. Енергија на хармониски осцилатор	175
10.4. Придушени осцилации	176
10.5. Присилени осцилации. Механичка резонанција	178
10.6. Математичко нишало	179
10.7. Бранови појави	181
10.8. Брзина на бранови	183
10.9. Равенка на рамен бран	184
10.10. Звучни бранови	185
10.11. Интензитет и гласност на звукот	186
10.12. Звучна резонанција	188
10.13. Бучава и заштита од бучавата	189
10.14. Инфразвук, ултразвук и примена	191
10.15. Доплеров ефект	194
10.16. Физички основи на генерирање и прием на звучни бранови кај човекот.	196
Резиме	198
11. ЕЛЕКТРОСТАТИКА И ЕЛЕКТРИЧНА СТРУЈА	199
11.1. Основи на електростатиката	201
11.2. Кулонов закон	202
11.3. Јачина на електрично поле	203
11.4. Работа на силата во електрично поле. Електричен потенцијал и напон	204
11.5. Електричен капацитет. Кондензатори	206
11.6. Поврзување на електрични кондензатори	207
11.7. Електрична струја	209

11.8. Омов закон	210
11.9. Омов закон за цело струјно коло	212
11.10. Кирхофови правила	213
11.11. Сериско и паралелно поврзување на отпори.....	214
11.12. Фарадееви закони за електролиза	215
11.13. Контактна потенцијална разлика	217
11.14. Термоелектромоторна сила. Термоелемент	218
11.15. Магнетни особини на супстанциите	220
11.16. Биоелектрични потенцијали	222
11.17. Добивање и особини на наизменичната електрична струја	225
11.18. Омов закон за наизменична струја	227
10.19. Работа и моќност на наизменичната струја	228
Резиме	230
12. ЗАКОНИ НА ОПТИКАТА.....	231
12.1. Корпускуларно-бранова природа на светлината	233
12.2. Инфрацрвено и ултравиолетово зрачење.....	235
12.3. Основни закони на геометриската оптика.....	237
12.4. Тотална рефлексija	239
12.5. Рамно огледало	240
12.6. Дисперзија на светлината	241
12.7. Сферни огледала	243
12.8. Оптички леќи	247
12.9. Оптички инструменти.....	250
12.10. Оптички недостатоци на леќите и окото	252
Резиме	254
13. АТОМСКА ФИЗИКА.....	255
13.1. Модели на атомот.....	257
13.2. Боров модел на атомот.....	259
13.3. Рендгенски зраци	262
13.4. Луминисценција.....	264
13.5. Ласери и нивна примена	266
14. НУКЛЕАРНА ФИЗИКА	269
14.1. Состав и својства на атомското јадро	271
14.2. Радиоактивност. Закон за радиоактивно распаѓање	273
14.3. Јадрена фисија и фузуја.....	276
14.4. Јонизирачки зрачења. Последици и заштита	278